探秘初中课程标准　培养自主学习能力

新编初中预备班

小升初衔接教材

数学

丛书主编　许康华
本册主编　许康华

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

新编初中预备班·小升初衔接教材

数学

丛书主编　许康华
本册主编　许康华
副 主 编　裘明惠　章林华　吴瑛翰
编　　委　许康华　裘明惠　章林华　闻雪洪
彭智华　段春炳　刘琴娣　方定华
何军英　章晓平　蒋佳佳　吴丽萍
王连均　姜利芬　何利明　徐　伟
徐小群　于瑞云　赵胜华　周明强
汤大增　黄琴君　施红群　林春芳
赵春香

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新编初中预备班:小升初衔接教材.数学 / 许康华主编. —杭州:浙江大学出版社,2016.5
ISBN 978-7-308-15758-2

Ⅰ.新… Ⅱ.许… Ⅲ.小学数学课—升学参考资料 Ⅳ.G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 081975 号

新编初中预备班·小升初衔接教材(数学)
许康华 主编

责任编辑 夏晓冬
责任校对 金佩雯 金 蕾
封面设计 刘依群
出版发行 浙江大学出版社
(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)
(网址:http://www.zjupress.com)
排 版 杭州金旭广告有限公司
印 刷 杭州杭新印务有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 9
字 数 224 千
版 印 次 2016 年 5 月第 1 版 2016 年 5 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-308-15758-2
定 价 22.00 元

编 写 说 明

九年义务教育阶段的新课程改革已经全面铺开，其效果愈来愈明显。新课程标准的理念新颖，立意高远，其倡导学生自主学习、全面发展的主张深入人心。新课程标准作为指导教学的纲目，当之无愧。但就现行教材来看，对小学与初中的衔接处理不尽如人意，没有达到新课程标准的要求。

众所周知，小学与初中是两个不同的学习阶段。学生在这两个阶段既有生理、情感等非智力方面的差异，也有认知、思维等智力方面的差异。同时，对学生的学习能力要求也有所不同，初中阶段对学生的抽象思维、逻辑推理和自主学习的能力有较高要求。如何做好小学与初中阶段的衔接始终是教育的热门话题。我们本着对基础教育的热爱，为基础教育做点有益事情的愿望，组织长期在一线实践的教育专家、教师编写了“初中预备班·小升初衔接教材”丛书，包括语文、数学、英语和科学四种。

丛书编写的目的和意图有以下几种。

示范性。为广大教师提供教学的范本，帮助学生完成小学到初中的衔接教育。

针对性。按照学生的情感、心理特征和认知规律，周密设计学习内容，精选题材，使得大部分学生经过努力都能完成衔接学习。

启发性。教材中的每块内容都是反复斟酌过的。前后内容互相关联、问题与问题之间相互启发，逻辑严密，对学生富有启发性。

自主性。教材中对一些问题的回应不是和盘托出，而是有所保留，点到为止，目的是给学生留出思考的空间，供学生反复揣摩、探究，培养学生自主学习的能力和合作学习的精神。

尽管我们积极地探索，努力实践，但囿于自身的水平，难以尽善尽美。我们热忱欢迎广大专家、读者提出批评。

编　者

2016 年春于富春江

CONTENTS

目录

第一章　数的运算

第 1 节　定义新运算

在数学题目中所规定的有别于我们常用的新的运算法则，叫作定义新运算。新定义运算的题目，趣味性强，灵活度大。解答的关键是正确理解定义，并按新定义的关系式，把问题转化为我们所熟悉的四则运算。解答这类题有利于提高我们的观察能力、分析能力、应变能力和运算能力。

例题解析

例1　假设 $a \bigtriangledown b=3\times a+5\times b$，其中 a，b 表示两个非 0 自然数，那么 $(2 \bigtriangledown 3) \bigtriangledown 4$ 等于多少？

【分析解答】

根据题中规定新定义为 $a \bigtriangledown b=3\times a+5\times b$，其中 a，b 表示两个自然数。新定义运算的运算顺序与加减乘除的运算一样，也是要先算括号里面的，再算括号外面的。

由此可解：

$$\begin{aligned}
&(2 \bigtriangledown 3) \bigtriangledown 4\\
&=(3\times2+5\times3) \bigtriangledown 4\\
&=21 \bigtriangledown 4\\
&=3\times21+5\times4\\
&=63+20\\
&=83
\end{aligned}$$

【做一做】

已知 a，b 表示两个非 0 自然数，$a@b=(a+b)\div2$，

(1)$4@(6@8)=$__________。

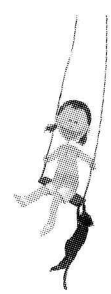
(2)如果 $x@(6@8)=6$，那么 $x=$__________。

例2　假设 $A * B=AB-2A+3B$，其中 A，B 表示两个非 0 自然数。

求 $(20 * 5)+(12 * 4)$ 的值。

【分析解答】

根据题中规定新定义为 $A * B=AB-2A+3B$，由此可解：



$(20 * 5)+(12 * 4)$

$=(20\times5-2\times20+3\times5)+(12\times4-2\times12+3\times4)$

$=75+36$

$=111$

【做一做】

(1)假设 a,b 表示两个非 0 自然数,规定 $a\odot b=a\times b-1$。

计算:$(3\odot5)\odot(7\odot9)=$______。

(2)规定 $a\odot b=ab-a$,则 $2\odot(5\odot3)=$______。

例3 规定:$1 * 4=1\times2\times3\times4$,$6 * 5=6\times7\times8\times9\times10$,求 $(4 * 5)\div(6 * 3)$ 的值。

【分析解答】

从规定的新定义 $1 * 4=1\times2\times3\times4$,$6 * 5=6\times7\times8\times9\times10$ 可以发现 $1 * 4$ 表示从 1 起连续 4 个自然数相乘的积;$6 * 5$ 表示从 6 起连续 5 个自然数相乘的积。由此可知:$(4 * 5)$ 表示 $(4\times5\times6\times7\times8)$,$(6 * 3)$ 表示 $(6\times7\times8)$。注意:同级运算时括号前面是除号,去掉括号全部要变号。由此可解:

$(4 * 5)\div(6 * 3)$

$=(4\times5\times6\times7\times8)\div(6\times7\times8)$

$=4\times5\times6\times7\times8\div6\div7\div8$

$=4\times5$

$=20$

【做一做】

(1) $1!=1$,$2!=1+2$,$3!=1+2+3$,$4!=1+2+3+4$,…,计算 $(7!)\times(6!)=$________。

(2)规定:$6 * 2=6+66=72$,$2 * 3=2+22+222=246$,$1 * 4=1+11+111+1111=1234$,则 $3 * 3=$________。

例4 规定 $[a,b,c,d]=9ab-cd$,其中 a,b,c,d 都表示非 0 自然数。如果 $[1,2,3,x]=12$,那么 $x=$______。

【分析解答】

由一一对应关系可知 $a=1,b=2,c=3,d=x$,又 $[1,2,3,x]=12$,

可以知道 $9ab-cd=12$,由此可知:

$9\times1\times2-3x=12$

$18-3x=12$

$3x=6$

$x=2$

【做一做】

(1)规定 $[a,b,c,d]=2ab-cd$,a,b,c,d 都表示非 0 自然数,如果 $[3,4,5,x]=9$,则 $x=$______。

(2)规定新运算※：$a※b=3a-2b$，若 $x※(4※1)=7$，则 $x=$______。

习题训练

1. 如果规定 $a◎b=5a+2b$，其中 a，b 表示非 0 自然数，求 $6◎8$ 的值。

2. 规定 $a\triangle b=3\times a-\dfrac{b}{3}$，其中 a，b 表示非 0 自然数，求 $2\triangle 9$ 的值。

3. 规定 $A\blacktriangledown B=\dfrac{A+B}{3}$，其中 A，B 表示非 0 自然数，求 $10\blacktriangledown(9\blacktriangledown 6)$的值。

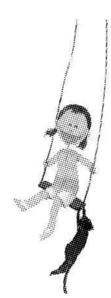
4. x、y 表示两个非 0 自然数，规定新运算“△”及“▽”如下：
$x\triangle y=6x+5y$，$x\bigtriangledown y=3xy$，求$(2\triangle 3)\bigtriangledown 4$ 的值。

5. 如果规定 $A\oplus B$ 等于 A 的 5 倍与 B 的一半的差，其中 A，B 表示非 0 自然数，求下列各式的值。

(1)$10\oplus 6$　　　　$6\oplus 10$

$5\oplus(8\oplus 6)$　　　　$(5\oplus 8)\oplus 6$

(2)思考：这样的新定义运算有交换律、结合律吗？



6. [A]表示自然数 A 的因数的个数，例如，4 有 1，2，4 三个因数，可以表示成[4]＝3。计算：[48]＝______。

7. 定义两种运算“※”“⊕”，对于任意两个非 0 自然数 a，b，有 $a\oplus b=a+b-1$，a※$b=a\times b-1$，如果 $x\oplus(x$※$4)=30$，求 x 的值。

8. 两个整数 a 和 b，a 除以 b 的余数记为 a☆b，例如，13☆5＝3，5☆13＝5，12☆4＝0。根据这样定义的运算，求(26☆9) ☆4 的值。

9. (1)规定 $A\bigstar B=[(A+B)\times A-B]\div A$，求 $10\bigstar 5$ 的值。
(2)设 a¤b 表示 a 的 3 倍减去 b 的 2 倍，已知 x¤(4¤1)＝7，求 x 的值。

10. 规定：符号“△”为选择两数中较大的数，“⊙”为选择两数中较小的数。例如：3△5＝5，3 ⊙ 5＝3，那么，[(7 ⊙ 3)△5]×[5 ⊙(3△7)]的值是多少？

第 2 节　速算与巧算(1)

计算能力是数学的基本能力之一。要学好数学，就得有过硬的计算本领，不仅要求正确率高，还要求速度快，这样必须讲究计算方法的合理、灵活，也就是要算得巧。因此，速算与巧算是密不可分的。加减乘除四则运算的意义、定律、性质，以及和差积商的变化规律等有关概念，是进行速算与巧算的基础。尤其是运算定律和性质，是速算与巧算的主要依据，必须牢固掌握，并能在计算中灵活运用。

例题解析

例1　(1) $1.25\times139.88\times0.4\times80\times2\frac{1}{2}$。

(2) $359\div27.3\times1.254\div718\times273\div125.4$。

【分析解答】

本题可运用乘法的交换律和结合律使计算中出现整十数、整百数，使计算简便。

(1) $1.25\times139.88\times0.4\times80\times2\frac{1}{2}$

$=139.88\times(1.25\times80)\times\left(0.4\times2\frac{1}{2}\right)$

$=139.88\times100\times1$

$=13988$

(2) $359\div27.3\times1.254\div718\times273\div125.4$

$=(359\div718)\times(273\div27.3)\times(1.254\div125.4)$

$=0.5\times10\times0.01$

$=0.05$

【做一做】

(1) $4.89\times6.3+48.9\times0.37$。

(2) $20-8.35\times\frac{3}{5}-1.65\times0.6$。

例2　28 除 14 的商，乘 $\frac{1}{2}$ 减 0.5 的差，积是多少？

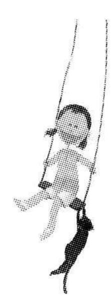
【分析解答】

要求积是多少，就要知道是哪两个因素的积。此题是求“商”与“差”的积，注意：①熟记运算定律和性质；②掌握积不变性质；③“除与除以”的区别。

$14\div28\times\left(\frac{1}{2}-0.5\right)$

$=\frac{1}{2}\times0$

$=0$



例3 一个数乘以 11 的速算方法。

(1)63×11　　　　　(2)137825×11

【分析解答】

计算方法是把最高位与最低位先写好,再把每相邻两个数依次相加,当相邻两个数相加满十时,要向前一位进一,这样的题目一般是从后面往前加。(即两边一拉,中间相加)

(1)63×11

6 与 3 相加得 9,夹在 6 与 3 的中间。

原式=693

(2)137825×11

1　3　7　8　2　5

1　5　1　6　0　7　5

=1516075

【做一做】

直接口算。

24×11=　　　11×35=　　　64×66=　　　15×95=

58×11=　　　1369×11=　　　87×83=　　　82×22=

例4 (1)头同尾补的两位数乘法的速算方法。

64×66　　　　51×59

【分析解答】

头同尾补就是两个两位数的十位数字相同,个位数字互为补数(即相加得 10)。

注意:当个位相乘的积不足两位时,要在前面补 0,凑足两位。头同尾补的计算公式:(头+1)×头——尾×尾

64×66=4224

(6+1)×6——4×6

42——24

4224

51×59=3009

(5+1)×5——1×9

30——09　　(当个位相乘的积不足两位时,要在前面补 0,凑足两位)

3009

(2)尾同头补的两位数乘法的速算方法。

67×47　　　　83×23

【分析解答】

尾同头补就是两个两位数的个位数字相同,十位数字互为补数(即相加得 10)。

计算公式:头×头+尾——尾×尾

67×47=3149

6×4+7——7×7

31——49

3149

83×23=1909

8×2+3——3×3

19——09　（当个位相乘的积不足两位时，要在前面补0，凑足两位）

1909

【做一做】

38×78　　　69×49

习题训练

1. 直接写出得数。

79×71=　　62×42=　　34×36=　　45×65=

123×11=　　6851×11=　　65×101=　　300÷25=

2. 递等式计算（能简算的要用简便计算方法）。

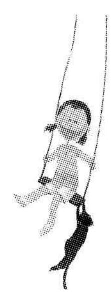
(1) $8\frac{2}{5}+6.85+1.6+2\frac{3}{20}$　　(2) $12\frac{3}{4}\div1\frac{1}{5}+5.25\times\frac{5}{6}$

(3) $125\times32\times25$　　(4) $3150\div25$

(5) $\left[2-\left(1\frac{2}{3}-1.5\right)\div1\frac{5}{12}\right]\times6\frac{3}{8}$　　(6) $19.81\times0.1+0.5\times198.1+0.049\times1981$

(7) $\left(4-3.6\times\frac{2}{3}\right)\div\frac{4}{9}$　　(8) $1999+999\times999$

(9) $9999\times2222+3333\times3334$　　(10) $6006\times60076007-60066006\times6007$



第3节　速算与巧算(2)

例题解析

例1　计算:(1+3+5+…+2007)-(2+4+6+…+2006)。

【分析解答】

等差数列的和=(首项+末项)×项数÷2

项数=(末项-首项)÷公差+1

末项=(项数-1)×公差+首项

项数分别是:(2007-1)÷2+1=1004,(2006-2)÷2+1=1003

原式=(1+2007)×1004÷2-(2+2006)×1003÷2

=2008×1004÷2-2008×1003÷2

=1004

例2　(1)求144的全部因数的和;

(2)求360的全部因数的和。

【分析解答】

$144=2\times2\times2\times2\times3\times3=2^4\times3^2$。从$2^4$来看,144的因数有1,2,4,8,16,再从$3^2$来看,144的因数还有1,3,9,若将1,2,4,8,16依次乘以1,3,9就能得到144的全部因数,即用1,2,4,8,16分别乘以1得1,2,4,8,16;分别乘以3得3,6,12,24,48;分别乘以9得9,18,36,72,144,一共有15个因数,而15正好是2^4与3^2的两个指数分别加1后相乘的积,即(4+1)×(2+1)=15,掌握这个规律后,我们就能确定任何一个自然数的因数个数。

所以144的全部因数的和是

(1+2+4+8+16)+(1+2+4+8+16)×3+(1+2+4+8+16)×9

=(1+2+4+8+16)×(1+3+9)

=31×13

=403

$360=2\times2\times2\times3\times3\times5=2^3\times3^2\times5$,因此360的因数个数有(3+1)×(2+1)×(1+1)=24个,就有(1,2,4,8);(1,3,9);(1,5)这样三组数。

所以360的全部因数的和是

(1+2+4+8)×(1+3+9)×(1+5)

=15×13×6

=1170

例3 计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$。

【分析解答】

这道题可以用通分的方法进行计算，但是比较复杂；如果给原式先“加”一个 $\frac{1}{64}$，最后再“减”一个 $\frac{1}{64}$，相对就比较简单了。

$$
\begin{aligned}
\text{原式}&=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{64}\right)-\frac{1}{64}\\
&=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{32}\right)-\frac{1}{64}\\
&=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}\right)-\frac{1}{64}\\
&=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\right)-\frac{1}{64}\\
&=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{64}\\
&=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{64}\\
&=1-\frac{1}{64}\\
&=\frac{63}{64}
\end{aligned}
$$

例4 (1)计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}$。

【分析解答】

分母都可以分解为两个连续自然数的积，于是每个分数都可以拆成两个分数的差；如 $\frac{1}{2}=\frac{1}{1\times2}=1-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，…

原式$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

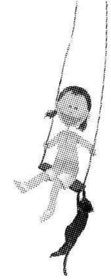
(2)计算：$\frac{2}{3\times5}+\frac{2}{5\times7}+\frac{2}{7\times9}+\frac{2}{9\times11}+\frac{2}{11\times13}$。

【分析解答】

仔细观察发现每个分数的分子都是 2，而分母都是两个自然数的乘积，这两个自然数也正好相差 2，那么不难发现：

$\frac{2}{3\times5}=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$，$\frac{2}{5\times7}=\frac{1}{5}-\frac{1}{7}$，$\frac{7}{7\times9}=\frac{1}{7}-\frac{1}{9}$，…

原式$=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\frac{1}{11}-\frac{1}{13}$



$=\frac{1}{3}-\frac{1}{13}$

$=\frac{10}{39}$

例5 求$\frac{1}{8}+\frac{1}{24}+\frac{1}{48}+\frac{1}{80}$的值。

【分析解答】

这里每个分数的分子都是1,而分母可拆成两个因数的乘积,如$\frac{1}{8}=\frac{1}{2\times4}$,$\frac{1}{24}=\frac{1}{4\times6}$,$\frac{1}{48}=\frac{1}{6\times8}$,$\frac{1}{80}=\frac{1}{8\times10}$,不难发现分母中两个因数的差都相差2,这样用例4中的方法拆开后直接相减时,分母仍是原分母而分子都会变成“2”,要使分子变成“1”就得乘$\frac{1}{2}$。

原式$=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{8}\right)\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\right)\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}$

$=\frac{1}{5}$

习题训练

计算(能简算要简算,并写出主要过程)。

(1)$9+12+15+18+\cdots+213+216$

(2)求240的全部因数的和。

(3)$139\times\frac{137}{138}+137\times\frac{1}{138}$

(4) $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}$

(5) $\frac{2}{3}+\frac{2}{9}+\frac{2}{27}+\frac{2}{81}+\frac{2}{243}$

(6) $\frac{362+548\times 361}{362\times 548-186}$

(7) $\frac{2}{3\times 5}+\frac{2}{5\times 7}+\frac{2}{7\times 9}+\frac{2}{9\times 11}$

(8) $\frac{1}{1\times 4}+\frac{1}{4\times 7}+\frac{1}{7\times 10}+\frac{1}{10\times 13}+\frac{1}{13\times 16}$

(9) $2004\div\left(2004+\frac{2004}{2005}\right)$

(10) $99\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{99}\right)$