DEUBNER - HEISE

ANLEITUNG
ZUM PHYSIKALISCHEN
PRAKTIKUM
FÜR MEDIZINER, BIOLOGEN
UND PHARMAZEUTEN

**ANLEITUNG
ZUM PHYSIKALISCHEN
PRAKTIKUM
FÜR MEDIZINER, BIOLOGEN
UND PHARMAZEUTEN
AN DER HUMBOLDT- UNIVERSITÄT BERLIN**

Von

Prof. Dr. A. DEUBNER und Dr. R. HEISE, Berlin

Mit 97 Abbildungen und 3 Tabellen

B.G. TEUBNER VERLAGSGESELLSCHAFT · LEIPZIG

1 9 5 7

Lizenz Nr. 294/375/43/57

Printed in Germany

Satz und Druck: (III/18/154) B.G.Teubner, Leipzig C 1, Querstr. 17 — 394

INHALTSVERZEICHNIS

(Die Kurzbezeichnungen der Aufgaben sind *kursiv* gesetzt)

Einleitung

A. Praktikumsordnung	7
B. Fehlerrechnung	9

I. Mechanik I

1. Wägung und Dichtebestimmung von festen Körpern	16
Aufgabe 1a: Wägung eines Körpers mit der <i>Analysenwaage</i>	
Aufgabe 1b: Dichtebestimmung durch <i>Wägung und Volumenmessung</i>	
2. Dichtebestimmung mittels des Auftriebes	22
Aufgabe 2a: Bestimmung der Dichte einer Lösung mit der <i>Mohrschen Waage</i>	
Aufgabe 2b: Bestimmung der Dichte von Bernstein mit der <i>Mohrschen Waage</i> und dem <i>Aräometer</i>	
3. Zehntelschätzung	25
Aufgabe 3: <i>Abschätzung der Zehntel</i> auf einer Zentimeterteilung	

II. Mechanik II und Akustik

1. Oberflächenspannung von Flüssigkeiten	27
Aufgabe 1: Messung der Oberflächenspannung verschiedener Flüssigkeiten mit dem <i>Lenardbügel</i>	
2. Kapillarität	30
Aufgabe 2: Messung der Oberflächenspannung des Wassers aus der <i>Kapillarsteighöhe</i>	
3. Innere Reibung, Kapillarviskosimeter	31
Aufgabe 3: Zähigkeitsmessungen mit dem <i>Ostwaldschen Kapillarviskosimeter</i>	
4. Kugelfallmethode	34
Aufgabe 4: Messung der Zähigkeit von Öl mit der <i>Kugelfallmethode</i> und Bestimmung des Durchmessers einer kleinen Kugel	
5. Akustik	35
Aufgabe 5a: Messung von Stimmgabelfrequenzen mit dem <i>Quinckeschen Rohr</i>	
Aufgabe 5b: Messung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern und in CO_2 mit dem <i>Kundtschen Rohr</i>	

III. Wärmelehre

1. Thermometrie, Gasthermometer	40
Aufgabe 1: Messung des Spannungskoeffizienten der Luft und der Zimmertemperatur mit dem <i>Luftthermometer</i> nach <i>Jolly</i>	
2. Thermoelement	42
Aufgabe 2: Eichung eines <i>Kupfer-Konstantan-Thermoelements</i>	
3. Kalorimetrie, spezifische Wärme	44
Aufgabe 3: Messung der <i>spezifischen Wärme</i> von Metallen	
4. Kondensationswärme	48
Aufgabe 4: Bestimmung der <i>Kondensationswärme</i> des Wassers	
5. Verbrennungswärme	49
Aufgabe 5: Bestimmung der <i>Verbrennungswärme</i> des Leuchtgases	

IV. Elektrizität I

1. Strom- und Spannungsmessung	51
Aufgabe 1a: Eichung eines Amperemeters mit dem <i>Kupfer-Voltmeter</i>	
Aufgabe 1b: Messung der Spannung galvanischer Elemente nach der <i>Kompensationsmethode</i>	
2. Fadenelektrometer	56
Aufgabe 2a: Eichung eines <i>Fadenelektrometers</i> als Spannungsmesser	
Aufgabe 2b: Widerstandsmessung mit dem <i>Fadenelektrometer</i>	
3. Drehspul-Spiegelgalvanometer	59
Aufgabe 3a: Ermittlung des Grenzwiderstandes eines <i>Spiegelgalvanometers</i>	
Aufgabe 3b: Bestimmung des Innenwiderstandes eines <i>Spiegelgalvanometers</i>	
Aufgabe 3c: Bestimmung der Stromempfindlichkeit und Berechnung der Spannungsempfindlichkeit eines <i>Spiegelgalvanometers</i>	
4. Charakteristiken von Widerständen	63
Aufgabe 4: Aufnahme der <i>Charakteristiken von Widerständen</i>	
5. Wheatstonesche Brücke	64
Aufgabe 5a: Messung von Drahtwiderständen mit der <i>Wheatstoneschen Brücke</i>	
Aufgabe 5b: Prüfung der <i>Additionsgesetze für Widerstände</i>	

V. Elektrizität II

1. Elektrisches Wärmeäquivalent	68
Aufgabe 1: Bestimmung des <i>elektrischen Wärmeäquivalents</i>	
2. Wechselstromwiderstände	70
Aufgabe 2: Messung von <i>Wechselstromwiderständen</i> aus Strom und Spannung	
3. Transformator	77
Aufgabe 3a: Bestimmung der Windungszahlen verschiedener Spulen eines <i>Transformators</i>	
Aufgabe 3b: Messung des Nutzeffektes eines <i>Transformators</i>	

4. Elektronenröhren	80
Aufgabe 4: Messungen an einer <i>Diode</i>	
5. Gleichrichtung von Wechselspannungen	82
Aufgabe 5: Arbeiten an <i>Gleichrichterschaltungen</i>	
VI. Optik	
1. Linsen	86
Aufgabe 1a: Messung der <i>Brennweiten von Sammellinsen</i>	
Aufgabe 1b: Messung der <i>Brennweite einer Zerstreuungslinse</i>	
2. Mikroskop	89
Aufgabe 2a: Bestimmung der Vergrößerung eines <i>Mikroskops</i>	
Aufgabe 2b: Längenmessung mit dem <i>Mikroskop</i>	
Aufgabe 2c: Bestimmung des Auflösungsvermögens eines <i>Mikroskops</i>	
3. Spektrometrie	92
Aufgabe 3a: Bestimmung des Brechungsindex eines <i>Glasprismas</i>	
Aufgabe 3b: Wellenlängenmessung mit dem <i>Beugungsgitter</i>	
4. Polarimetrie	100
Aufgabe 4a: Messung des spezifischen Drehwinkels von Quarz mit dem <i>Polarimeter</i>	
Aufgabe 4b: Bestimmung der Konzentration einiger Zuckerlösungen mit dem <i>Polarimeter</i>	
5. Subjektive Photometrie	103
Aufgabe 5: Messung von Lichtstärken mit dem <i>Lummer-Brodhun-Photometer</i>	
Tabellen	107
Sachverzeichnis	108

**ANLEITUNG
ZUM PHYSIKALISCHEN
PRAKTIKUM
FÜR MEDIZINER, BIOLOGEN
UND PHARMAZEUTEN
AN DER HUMBOLDT- UNIVERSITÄT BERLIN**

Von

Prof. Dr. A. DEUBNER und Dr. R. HEISE, Berlin

Mit 97 Abbildungen und 3 Tabellen

B. G. TEUBNER VERLAGSGESELLSCHAFT · LEIPZIG

1 9 5 7

Lizenz Nr. 294/375/43/57

Printed in Germany

Satz und Druck: (III/18/154) B.G.Teubner, Leipzig C 1, Querstr. 17 — 394

VORWORT

Für das Physikalische Praktikum der Medizinstudenten der Humboldt-Universität existierte bisher, nachdem das vorzügliche Büchlein von *Gerthsen* und *Pollermann* rasch vergriffen war, keine gedruckte Anleitung mehr. Die durch Rotaprint vervielfältigten Anleitungsskripten, die damals gemeinschaftlich von allen Assistenten des Institutes ausgearbeitet und als Notbehelf jedes Semester zum Selbstkostenpreis an die Studenten ausgegeben wurden, konnten auf die Dauer nicht als die richtige Lösung angesehen werden, da mit ihrer Bereitstellung viele Schwierigkeiten verbunden waren. So reifte der Entschluß, die Skripten in Buchform herauszugeben. Sie wurden zu diesem Zweck nochmals sorgsam durchgesehen und überarbeitet sowie um einige Aufgaben bereichert. Die Hauptarbeit in dieser Hinsicht hat Fräulein Dr. *Heise* in dankenswerter Weise geleistet. Die sorgfältige Ausführung der Figurentwürfe verdanken wir Herrn stud. phys. J. Maege.

Es soll nach dem Plan unseres Praktikums jeder Mediziner nicht möglichst viele Aufgaben bearbeiten, sondern wenige möglichst gründlich, etwa eine an einem Praktikumstag. Denn den Überblick über das Gesamtgebiet der Physik erhält er in der Vorlesung; und ein möglichst vollständiges Heranführen an alle Meßmethoden halten wir nicht für so wesentlich wie ein möglichst gründliches Kennenlernen des Wesens physikalischer Meßmethodik an sich, das der oben gekennzeichnete Ausbildungsweg wohl am besten gewährleistet.

Etwas sonderlich Originelles kann diese Schrift nach der Art ihrer Entstehung nicht darstellen. Immerhin haben die praktischen Erfahrungen von mehr als 10 Jahren Gelegenheit gehabt, sich darin niederzuschlagen. Es könnte daher durchaus sein, daß auch andere Leser als unsere Berliner Medizinstudenten (denen das Buch in erster Linie zugedacht ist) Anregung darin fänden, worüber Verfasser und Verlag sich sehr freuen würden.

Berlin, Frühjahr 1957

A. Deubner

INHALTSVERZEICHNIS

(Die Kurzbezeichnungen der Aufgaben sind *kursiv* gesetzt)

Einleitung

A. Praktikumsordnung	7
B. Fehlerrechnung	9

I. Mechanik I

1. Wägung und Dichtebestimmung von festen Körpern	16
Aufgabe 1a: Wägung eines Körpers mit der <i>Analysewaage</i>	
Aufgabe 1b: Dichtebestimmung durch <i>Wägung und Volumenmessung</i>	
2. Dichtebestimmung mittels des Auftriebes	22
Aufgabe 2a: Bestimmung der Dichte einer Lösung mit der <i>Mohrschen Waage</i>	
Aufgabe 2b: Bestimmung der Dichte von Bernstein mit der <i>Mohrschen Waage</i> und dem <i>Aräometer</i>	
3. Zehntelschätzung	25
Aufgabe 3: <i>Abschätzung der Zehntel</i> auf einer Zentimeterteilung	

II. Mechanik II und Akustik

1. Oberflächenspannung von Flüssigkeiten	27
Aufgabe 1: Messung der Oberflächenspannung verschiedener Flüssigkeiten mit dem <i>Lenardbügel</i>	
2. Kapillarität	30
Aufgabe 2: Messung der Oberflächenspannung des Wassers aus der <i>Kapillarsteighöhe</i>	
3. Innere Reibung, Kapillarviskosimeter	31
Aufgabe 3: Zähigkeitsmessungen mit dem <i>Ostwaldschen Kapillarviskosimeter</i>	
4. Kugelfallmethode	34
Aufgabe 4: Messung der Zähigkeit von Öl mit der <i>Kugelfallmethode</i> und Bestimmung des Durchmessers einer kleinen Kugel	
5. Akustik	35
Aufgabe 5a: Messung von Stimmgabelfrequenzen mit dem <i>Quinckeschen Rohr</i>	
Aufgabe 5b: Messung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern und in CO ₂ mit dem <i>Kundtschen Rohr</i>	

III. Wärmelehre

1. Thermometrie, Gasthermometer	40
Aufgabe 1: Messung des Spannungskoeffizienten der Luft und der Zimmertemperatur mit dem <i>Luftthermometer</i> nach Jolly	
2. Thermoelement	42
Aufgabe 2: Eichung eines <i>Kupfer-Konstantan-Thermoelements</i>	
3. Kalorimetrie, spezifische Wärme	44
Aufgabe 3: Messung der <i>spezifischen Wärme</i> von Metallen	
4. Kondensationswärme	48
Aufgabe 4: Bestimmung der <i>Kondensationswärme</i> des Wassers	
5. Verbrennungswärme	49
Aufgabe 5: Bestimmung der <i>Verbrennungswärme</i> des Leuchtgases	

IV. Elektrizität I

1. Strom- und Spannungsmessung	51
Aufgabe 1a: Eichung eines Amperemeters mit dem <i>Kupfer-Voltmeter</i>	
Aufgabe 1b: Messung der Spannung galvanischer Elemente nach der <i>Kompensationsmethode</i>	
2. Fadenelektrometer	56
Aufgabe 2a: Eichung eines <i>Fadenelektrometers</i> als Spannungsmesser	
Aufgabe 2b: Widerstandsmessung mit dem <i>Fadenelektrometer</i>	
3. Drehspul-Spiegelgalvanometer	59
Aufgabe 3a: Ermittlung des Grenzwiderstandes eines <i>Spiegelgalvanometers</i>	
Aufgabe 3b: Bestimmung des Innenwiderstandes eines <i>Spiegelgalvanometers</i>	
Aufgabe 3c: Bestimmung der Stromempfindlichkeit und Berechnung der Spannungsempfindlichkeit eines <i>Spiegelgalvanometers</i>	
4. Charakteristiken von Widerständen	63
Aufgabe 4: Aufnahme der <i>Charakteristiken von Widerständen</i>	
5. Wheatstonesche Brücke	64
Aufgabe 5a: Messung von Drahtwiderständen mit der <i>Wheatstoneschen Brücke</i>	
Aufgabe 5b: Prüfung der <i>Additionsgesetze für Widerstände</i>	

V. Elektrizität II

1. Elektrisches Wärmeäquivalent	68
Aufgabe 1: Bestimmung des <i>elektrischen Wärmeäquivalents</i>	
2. Wechselstromwiderstände	70
Aufgabe 2: Messung von <i>Wechselstromwiderständen</i> aus Strom und Spannung	
3. Transformator	77
Aufgabe 3a: Bestimmung der Windungszahlen verschiedener Spulen eines <i>Transformators</i>	
Aufgabe 3b: Messung des Nutzeffektes eines <i>Transformators</i>	

4. Elektronenröhren	80
Aufgabe 4: Messungen an einer <i>Diode</i>	
5. Gleichrichtung von Wechselspannungen	82
Aufgabe 5: Arbeiten an <i>Gleichrichterschaltungen</i>	
VI. Optik	
1. Linsen	86
Aufgabe 1a: Messung der <i>Brennweiten von Sammellinsen</i>	
Aufgabe 1b: Messung der <i>Brennweite einer Zerstreuungslinse</i>	
2. Mikroskop	89
Aufgabe 2a: Bestimmung der Vergrößerung eines <i>Mikroskops</i>	
Aufgabe 2b: Längenmessung mit dem <i>Mikroskop</i>	
Aufgabe 2c: Bestimmung des Auflösungsvermögens eines <i>Mikroskops</i>	
3. Spektrometrie	92
Aufgabe 3a: Bestimmung des Brechungsindex eines <i>Glasprismas</i>	
Aufgabe 3b: Wellenlängenmessung mit dem <i>Beugungsgitter</i>	
4. Polarimetrie	100
Aufgabe 4a: Messung des spezifischen Drehwinkels von Quarz mit dem <i>Polarimeter</i>	
Aufgabe 4b: Bestimmung der Konzentration einiger Zuckerlösungen mit dem <i>Polarimeter</i>	
5. Subjektive Photometrie	103
Aufgabe 5: Messung von Lichtstärken mit dem <i>Lummer-Brodhun-Photometer</i>	
Tabellen	107
Sachverzeichnis	108

EINLEITUNG

Für eine möglichst gute und reibungslose Durchführung des Physikalischen Praktikums ist es erforderlich, bestimmte Regeln zu beachten, die sich aus der Praxis ergeben. Sie sind in der *Praktikumsordnung* im Teil A der Einleitung festgehalten. Die Praktikumsordnung enthält gleichzeitig die Gesichtspunkte, nach denen die Versuchsprotokolle anzulegen sind.

Dem Punkt 8 der Protokollführung ist der Teil B der Einleitung gewidmet; er soll den Praktikanten mit den wichtigsten Formeln und Rechenregeln der *Fehlerrechnung* vertraut machen. Diese sinngemäß anzuwenden, ist für die erfolgreiche Durchführung des Praktikums unerlässlich, da Meßergebnisse erst von Wert sind, wenn man sich über die Meßgenauigkeit im klaren ist.

A. Praktikumsordnung

a) Das *Physikalische Praktikum für Mediziner, Biologen und Pharmazeuten* wird in unserem Institut, dem I. Physikalischen Institut der Humboldt-Universität, in *vierwöchentlichen* Kursen zu je *vier vollen Stunden* abgehalten. Es wird in Gruppen zu je 16 Studierenden (möglichst einer Seminargruppe) unter der Leitung je eines Assistenten, der während des ganzen Studienjahres bei derselben Gruppe bleibt, durchgeführt.

b) An jedem Praktikumstage wird eine stofflich und räumlich beieinanderliegende Serie von Versuchen behandelt. Diese sog. *Versuchsgruppen* sind

1. Mechanik I (Raum 412),
2. Mechanik II und Akustik (Mikroskopiersaal),
3. Wärmelehre (Mikroskopiersaal),
4. Elektrizität I (Raum 420),
5. Elektrizität II (Räume 407 und 408),
6. Optik (Raum 409, erreichbar vom Raum 408 aus).

Natürlich können nicht alle Praktikanten mit den Versuchen aus der Gruppe Mechanik I beginnen. Deshalb wird bei der Praktikumseinteilung jeder Praktikantengruppe die am ersten Praktikumstage durchzuführende Versuchsgruppe mitgeteilt; im weiteren Verlauf sind die Versuche der ziffernmäßig folgenden Gruppen durchzuführen. (Beginnt beispielsweise eine Praktikantengruppe mit Elektrizität I, so folgen darauf die Versuchsgruppen 5, 6, 1, 2, 3.)

c) Jeder Praktikant muß auf alle Versuche der an dem betreffenden Tage behandelten Versuchsgruppe *vorbereitet* sein; dies wird in einer vom

Assistenten abgehaltenen Vorbesprechung kontrolliert. Danach führt je eine vom Assistenten bestimmte Gruppe von 2 bis 4 Praktikanten zusammen je einen der besprochenen Versuche durch.

d) Die *Anzahl der durchzuführenden Versuche* richtet sich nach der Anzahl der Praktikumstage. *Versäumte Versuche* (z. B. infolge von Krankheit) sind nach Rücksprache mit dem Assistenten an freien Praktikumstagen in anderen Gruppen *nachzuholen*.

e) Die jeweils zum Versuch gehörenden *Geräte* und *Instrumente* werden, sofern sie nicht am Arbeitsplatz stehen, durch den Laborinspektor im Mikroskopiersaal ausgegeben; elektrische Instrumente werden von den Assistenten verwaltet. Die eigenmächtige Entnahme von Instrumenten ist nicht gestattet. Bei der großen Belastung des Praktikums ist es selbstverständlich, daß *Beschädigungen* an Geräten, gleich welcher Art, gemeldet werden müssen.

f) Die zu den elektrischen Schaltungen benötigten *Kabelschnüre* befinden sich an Steckbrettchen über oder auf den Versuchstischen. Sie sind zu Beginn des Praktikums von den Studierenden auf Anzahl und angegebene Längen zu prüfen und evtl. gefundene Unrichtigkeiten den Assistenten zu melden. Nach Beendigung der Versuche sind die *Schaltungen abzubauen* und die Schnüre in die Brettchen zurückzustecken.

g) Vor dem Verlassen des Praktikums müssen die gewonnen Meßergebnisse dem Assistenten zum Testat vorgelegt werden. Dieses testierte sog. *Meßprotokoll* ist an das bis zum nächsten Praktikum anzufertigende Versuchsprotokoll anzuhäften.

h) Bei der Anfertigung der *Versuchsprotokolle* ist eine bestimmte Gliederung zugrunde zu legen, nämlich

1. Name des Praktikumsteilnehmers und Datum des Versuchstages,
2. Bezeichnung des Versuches,
3. kurze Darstellung der physikalischen Grundlagen, benötigte Formeln,
4. Formulierung der Aufgabe,
5. kurze Beschreibung der Versuchsdurchführung mit Skizze,
6. sämtliche Meßwerte,
7. vom Assistenten leicht kontrollierbare Berechnung von Einzelergebnissen und des Endergebnisses (mit dem Rechenschieber nachprüfbare Nebenrechnungen können weggelassen werden),
8. Fehlerrechnung (wenn verlangt),
9. Angabe des Endresultates mit (Fehler und) Benennung,
10. graphische Darstellungen (wenn vorgesehen),
11. Diskussion des Ergebnisses und Hinweis auf Fehlerquellen.

B. Fehlerrechnung

a) Vom Sinn der Fehlerrechnung. Eine gemessene Größe ist in ihrem Wert niemals genau reproduzierbar, weil sehr viele Faktoren jeden Meßvorgang beeinflussen. Alle diese Faktoren bewirken, daß jede Messung mit einem mehr oder weniger großen Fehler, dem *Meßfehler*, behaftet ist. Wenn in der Praxis Messungen durchgeführt werden, so geschieht es meist deshalb, weil man irgendwelche Folgerungen aus den Messungen ziehen möchte. Um nicht zu falschen Folgerungen zu gelangen, ist es aber unbedingt notwendig, daß man die Genauigkeit der Messung kennt.

Beispiel: Ein Arzt möchte den Blutdruck eines Patienten messen; er hat aber nur ein Gerät zur Verfügung, das eine Meßgenauigkeit von 20% hat. Er findet damit einen Blutdruck, der 15% über dem Normalwert für einen Menschen des betreffenden Lebensalters liegt. Wegen der geringen Meßgenauigkeit des verwendeten Gerätes liegt aber diese Abweichung innerhalb der Meßfehlergrenze, und es wäre falsch, aus dem gewonnenen Ergebnis den Schluß ziehen zu wollen, daß der Blutdruck des Patienten um 15% zu hoch sei. Man muß vielmehr schließen: innerhalb der Meßgenauigkeit stimmen gemessener Wert und Normalwert überein.

Das Beispiel lehrt: eine Messung ohne sorgfältige Fehlerabschätzung, d. h. ohne eine sorgfältige Überlegung darüber, welche Fehler und in welcher Größe sie auftreten können, ist sinnlos. Sinnlos bedeutet hier: man darf keine Folgerungen aus dieser Messung ziehen.

b) Einteilung der Meßfehler. Wir unterscheiden drei Gruppen von Meßfehlern:

1. Fehler, deren Größe und Richtung bekannt sind,
2. Fehler, deren Richtung bekannt, deren Größe aber unbekannt ist,
3. Fehler, von denen man weder Größe noch Richtung kennt.

Die Fehler der *ersten Gruppe* beseitigt man durch *Korrekturen*.

Beispiel: Bei der Ablesung des Barometerstandes berücksichtigt man gewöhnlich nicht die Wärmeausdehnung des Quecksilbers. Ist eine sehr genaue Luftdruckbestimmung erforderlich, so muß man die Barometerablesung auf 0°C reduzieren. Der Wärmeausdehnungskoeffizient des Quecksilbers beträgt $0,000182^{\circ}\text{C}^{-1}$. Ist daher l die bei der Temperatur t abgelesene Länge der Quecksilbersäule (= Luftdruck in mm Hg), so ist der auf 0°C reduzierte Barometerstand

$$b_0 = \frac{l}{1 + 0,000182t} \simeq l(1 - 0,000182t) \quad (1)$$

(das Zeichen $\simeq$ bedeutet ungefähr gleich).

An diesem Beispiel lernen wir gleich eine beliebige *Rechenregel* der Korrekturenrechnung kennen: Ist ε eine Zahl, die sehr klein ist gegen 1, so gilt näherungsweise

$$\frac{1}{1 + \varepsilon} \simeq 1 - \varepsilon \quad \text{und} \quad \frac{1}{1 - \varepsilon} \simeq 1 + \varepsilon.$$

Die Fehler der *zweiten Gruppe* heißen *systematische Fehler*. Sie lassen sich nicht durch Rechnung beseitigen, da man ihre Größe nicht kennt; jedoch können sie durch sorgfältige Beachtung aller vorkommenden Einflüsse weitgehend vermieden werden.

Beispiel: Bei der Bestimmung des spezifischen Gewichtes von Bernstein nach der Schwebemethode verdünnt man eine konzentrierte Salzlösung so lange, bis das Bernsteinstück darin „schwebt“, d. h. in jeder Höhe weder sinkt noch steigt. Dann ist das spezifische Gewicht des Bernsteins gleich dem der Lösung, das mit der Mohrschen Waage gemessen wird. Das Ergebnis wird häufig dadurch gefälscht, daß sich an dem Bernsteinstück Luftbläschen ansetzen, die das Volumen der verdrängten Flüssigkeit vergrößern, also den Auftrieb erhöhen. Demzufolge verdünnt man die Lösung zu stark und mißt ein zu niedriges spezifisches Gewicht. Man kann aber diesen Fehler vermeiden, indem man die Luftbläschen sorgfältig mit einem Glasstab entfernt.

Von ganz anderer Art sind die Fehler der *dritten Gruppe*; sie heißen *zufällige Fehler*. Über ihre Größe und Richtung läßt sich von vornherein nichts aussagen, jedoch ermöglicht es die *Fehlerrechnung*, an Hand einer vorliegenden Zahl von Messungen eine ungefähre Angabe über die Größe dieser Fehler zu machen; ihre Richtung bleibt grundsätzlich unbekannt. Die Ursache der zufälligen Fehler liegt z. T. in der begrenzten Sinnesempfindlichkeit des Beobachters und z. T. in der begrenzten Einstell- und Ablesegenauigkeit der verwendeten Meßinstrumente begründet. Man achte sehr auf den Unterschied zwischen Einstell- und Ablesegenauigkeit, denn häufig ist erstere wesentlich geringer als letztere (Beispiele: Mikrometerschraube, Wheatstonesche Brücke).

c) Fehler einer n -mal gemessenen Größe. Infolge der zufälligen Fehler liefert eine mehrfach wiederholte Messung einer und derselben Größe nicht immer genau das gleiche Ergebnis. Die Fehler werden in der Regel, weil sie zufällig sind, das Ergebnis in wechselnder Richtung fälschen.

Aufgabe der Fehlerrechnung ist:

1. die Ermittlung eines Wertes innerhalb des Streubereiches der Einzelmessungen, der mutmaßlich dem *wahren Wert* der Größe *am nächsten* liegt; dieser wird als *Bestwert* oder *wahrscheinlichster Wert* bezeichnet;
2. die Angabe einer mittleren Größe der Abweichung des wahrscheinlichsten Wertes vom wahren Wert; diese Größe wird *mittlerer Fehler* genannt und trägt das unbestimmte Vorzeichen $\pm$, da ihre Richtung unbekannt ist. Der *wahrscheinlichste Wert* ist das *arithmetische Mittel* aus den n Einzelmessungen. Seien $x_1, x_2, \dots, x_n$ die einzelnen Messungen, so ist der wahrscheinlichste Wert x gegeben durch

$$x = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (2)$$

Für den mittleren Fehler Δx des wahrscheinlichsten Wertes x liefert die Ausgleichsrechnung

$$\Delta x = \pm \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{n(n-1)}} \quad (3)$$

wobei $v_1^2 = (x - x_1)^2$, $v_2^2 = (x - x_2)^2$ usw., also die Quadrate der Abweichungen der Einzelmessungen vom arithmetischen Mittel, bedeuten.

Δx ist der (mittlere) *absolute Fehler*. Sein Verhältnis zum Ergebnis $\frac{\Delta x}{x}$ heißt der *relative Fehler*. Dieser stellt ein unmittelbares Maß für die Güte der Messung dar. Er wird meist in ‰ angegeben.

Wenn man z. B. einen Stab von 10 cm Länge auf 0,1 cm genau gemessen hat, dann beträgt der relative Fehler $\frac{\Delta x}{x} = \pm \frac{0,1}{10} = \pm 0,01 = \pm 1\text{‰}$, bei einer Strecke von 10 Metern bedeutet aber derselbe absolute Fehler von 0,1 cm eine Genauigkeit von $\frac{\Delta x}{x} = \pm \frac{0,1}{1000} = \pm 0,0001 = \pm 0,01\text{‰}$ oder $\pm 0,1\text{‰}_{00}$.

Beispiel: Messung der Länge eines Stabes. Aus 10 Messungen ergab sich folgende Tabelle:

l in cm	v	v^2
29,49	+0,014	0,000196
29,51	-0,006	0,000036
29,50	+0,004	0,000016
29,52	-0,016	0,000256
29,50	+0,004	0,000016
29,50	+0,004	0,000016
29,51	-0,006	0,000036
29,50	+0,004	0,000016
29,51	-0,006	0,000036
29,50	+0,004	0,000016
29,504 (arithm. Mittel)		0,000640 (Summe)

Demnach ist

$$\Delta l = \pm \sqrt{\frac{0,000640}{10 \cdot 9}} = \pm 0,002667 \text{ cm}$$

und aufgerundet $\Delta l \simeq \pm 0,003 \text{ cm}$.

Ergebnis: Länge des Stabes $l = (29,504 \pm 0,003) \text{ cm}$.

Der relative Fehler beträgt

$$\frac{\Delta l}{l} = \pm \frac{0,003}{29,5} = \pm 0,0001 = \pm 0,01\text{‰},$$

also können wir auch angeben: $l = 29,504 \text{ cm} \pm 0,01\text{‰}$.

Fehler werden immer nur in runden Zahlen angegeben (eine, höchstens zwei Stellen), weil ihre Ermittlung nur auf Wahrscheinlichkeitsannahmen beruht. Auf Grund der Fehlerrechnung ist auch das Ergebnis abzurunden. Man gibt die Stelle als letzte an, die unter dem Einfluß des absoluten Fehlers steht. Weitere Stellen haben physikalisch keinen Sinn.