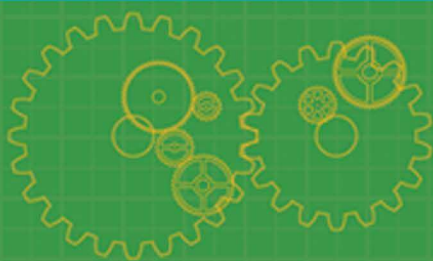


# 机械结构有限元分析及 强度设计



主 编 © 刘宏梅 曹艳丽 陈 克

 **北京理工大学出版社**  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

# 机械结构有限元分析及 强度设计

主 编 刘宏梅 曹艳丽 陈 克  
副主编 董庆国



 **北京理工大学出版社**  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

本书从工程实际出发,将机械结构分析理论与有限元方法紧密结合,进行机械产品结构设计及特性分析,并通过诸多实例,加深对基本概念及方法的理解。其主要内容包括有限元分析的弹性力学基本知识,有限元方法基本概念,机械结构分析有限元方法的实施技术,机械产品静、动特性分析的有限元方法,机械强度设计的基本理论与基本方法。

本书适合作为机械类本科和研究生的教材,也可供相关专业的工程设计和研究人员学习参考。

版权专有 侵权必究

---

### 图书在版编目(CIP)数据

机械结构有限元分析及强度设计 / 刘宏梅, 曹艳丽, 陈克主编. —北京: 北京理工大学出版社, 2018.5

ISBN 978-7-5682-5305-5

I. ①机… II. ①刘… ②曹… ③陈… III. ①机械设计-有限元分析-教材 IV. ①TH122

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 027025 号

---

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)  
(010) 82562903 (教材售后服务热线)  
(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 /

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 21.25

字 数 / 500 千字

版 次 / 2018 年 5 月第 1 版 2018 年 5 月第 1 次印刷

定 价 / 78.00 元

责任编辑 / 杜春英

文案编辑 / 党选丽

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 李志强

---

图书出现印装质量问题,请拨打售后服务热线,本社负责调换

# 前 言

随着计算机和科学技术的发展，未来国际市场的竞争更加激烈，其对产品性能的要求也越来越高，同时对从事设计和制造等的科研技术人员提出更高的要求。本书将弹性理论、计算数学、有限元和计算机软件（ANSYS）有机地结合在一起，对各种机械结构进行分析。

本书将新知识、新技术和新领域融合到教学、实践环节中，并针对机械专业面向工程以解决实际问题的专业要求，使理论与实践紧密结合起来，以培养具有设计、计算与分析能力的优秀科技人才为目标，编写体系完善、内容新颖，适合作为机械专业的教材。

本书依据培养方案和教学大纲，对课程体系进行了重新规划，确定关键知识点，调整课程内容，合理分配学时，恰当安排实验。整门课程内容衔接更加合理，知识点难易明了，使课程显得更全面系统，知识结构更完善，加强对学生能力的培养。

通过学习本课程，学生能够理解有限元的基本思想、机械强度设计的基本理论与基本方法；会对整体结构进行有限元分析，建立刚度矩阵模型；掌握有限元分析理论及方法，并掌握有限元分析软件 ANSYS 的操作；使学生具备机械零件强度设计及有限元分析的能力，并能够运用有限元分析软件进行机械结构有限元分析。

为了提高学生分析问题的能力，书中由浅入深、循序渐进地介绍理论知识，并恰当地安排例题，针对 ANSYS 分析的实例详细地介绍其分析的过程，使学生学习更加方便。充分发挥学生在学习中的主体作用，激励学生自主学习和带着问题学习的积极性，提高能动性，从根本上改善学生的学习效果。

本书共计 8 章，对各种机械结构围绕有限元法展开分析。首先，介绍有限元的基本思想、步骤，单元形函数的构造、等效节点载荷的确定方法以及有限元的收敛准则，为有限元分析做准备。其次，介绍弹性力学基本概念、用解析法求解简单弹性力学问题的基础知识，主要包括弹性力学基本方程、边界条件表达式等，为机械结构分析做准备。再次，分章节详细介绍平面问题、轴对称空间问题和薄板弯曲问题，要求会对整体进行有限元分析，分析平面三角形单元、矩形单元、四面体单元、三角形截面环单元、矩形薄板单元、三角形薄板单元和等参单元，详细地介绍各种类型单元：单元划分、单元形函数的确定、单元刚度矩阵的确定、单元载荷移置、结构整体载荷列阵的形成、结构总刚度阵的组集和边界条件处理。针对结构动力学问题，详细地介绍动力学方程式中质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵的确定，以及动力学问题的求解方法。最后，针对机械强度设计所涉及的强度理论与失效准则、屈服条件、断裂准则、塑性应力应变关系的增量理论、塑性应力应变关系的全量理论以及含裂纹的强度理论等进行理论阐述，为机械强度设计提供依据。ANSYS 实例分析贯穿整本教材，在第 4 章对 ANSYS 软件进行了详细的介绍。

本书由辽宁工程技术大学刘宏梅、曹艳丽、董庆国和沈阳理工大学陈克编写，在编写过

程中得到了辽宁工程技术大学机械设计制造及自动化教研室、机械工程教研室的支持和帮助，尤其得到了辽宁工程技术大学毛君教授、赵丽娟教授、陈洪月副教授的帮助。在此，向编写过程中给予帮助的人和参考文献的作者表示衷心感谢。

由于时间仓促，写作水平有限，难免会有缺点和不妥之处，恳请广大读者批评指正。

编 者

# 目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 有限单元法简介	1
1.1.1 有限单元法简介	1
1.1.2 有限单元法的诞生及发展	2
1.1.3 有限单元法在机械中的应用	3
1.1.4 有限元分析软件	4
1.2 有限单元法分析的基本步骤	5
1.3 机械结构有限元分析中常用的单元	6
1.4 单元形函数的构造	8
1.4.1 形函数构造的一般原理	8
1.4.2 形函数的性质	14
1.4.3 用面积坐标表达的形函数	15
1.5 等效节点载荷列阵	17
1.5.1 单元载荷的移置	17
1.5.2 结构载荷列阵的形成	18
1.5.3 载荷移置与静力等效关系	19
1.6 有限元的收敛准则	20
习题	21
第 2 章 弹性力学基础	22
2.1 弹性力学概述	22
2.2 弹性体的基本假设	23
2.3 弹性力学的基本概念	23
2.3.1 外力与内力	23
2.3.2 应力	24
2.3.3 一点的应力状态	25
2.3.4 主应力	27
2.3.5 应变	29
2.4 弹性力学的基本力学方程	30
2.4.1 平衡方程	30
2.4.2 几何方程	32
2.4.3 物理方程	35
2.4.4 边界条件	40
2.4.5 变形协调方程	41

2.5	弹性力学问题的求解方法	43
2.5.1	用位移平衡微分方程求解平面问题	44
2.5.2	利用相容性条件按应力求解平面问题	45
2.6	弹性力学的基本原理和基本表达式	46
2.6.1	应变能	46
2.6.2	虚功原理	47
2.6.3	最小势能原理	49
	习题	50
<b>第3章</b>	<b>机械强度设计</b>	<b>53</b>
3.1	强度与失效	53
3.2	应力状态与强度理论	54
3.3	常见的机械强度理论	55
3.3.1	第一强度理论	55
3.3.2	第二强度理论	55
3.3.3	第三强度理论	56
3.3.4	第四强度理论	56
3.4	常用(初始)屈服条件	58
3.4.1	Tresca 屈服准则	58
3.4.2	Mises 屈服准则	60
3.4.3	Tresca 和 Mises 屈服准则的比较	62
3.5	塑性应力应变关系的增量理论	62
3.5.1	应变增量与应力偏增量	63
3.5.2	应力增量与应变增量之间的关系	65
3.6	塑性应力应变关系的全量理论	68
3.6.1	全量理论	68
3.6.2	简单加载定理	69
3.6.3	单一曲线假定	70
3.7	含裂纹的强度理论	72
3.7.1	张开圆型(I型)裂纹及尖端附近的应力和位移	74
3.7.2	滑开型(II型)裂纹及尖端附近的应力和位移	76
3.7.3	渐开型(III型)裂纹及尖端附近的应力和位移	77
3.7.4	应力强度因子及其求法	78
3.8	脆性断裂的准则	82
3.8.1	应变能释放率与 G 准则	82
3.8.2	应力强度因子与应变能释放率之间的关系	84
3.8.3	脆性断裂的 K 准则	85
3.9	弹塑性断裂力学	86
3.9.1	条形塑性区简化模型	87
3.9.2	裂纹张开位移 COD 理论	89

3.9.3	J 积分理论	92
	习题	94
<b>第 4 章</b>	<b>ANSYS 10.0 软件基本操作</b>	<b>96</b>
4.1	ANSYS 10.0 软件介绍	96
4.1.1	ANSYS 10.0 软件的启动与设置	96
4.1.2	ANSYS 10.0 的菜单、窗口介绍	97
4.1.3	ANSYS 10.0 的退出	106
4.2	ANSYS 机械结构分析	106
4.2.1	创建有限元模型	106
4.2.2	施加载荷进行求解	119
4.2.3	查看结果	123
	习题	124
<b>第 5 章</b>	<b>平面问题</b>	<b>125</b>
5.1	引言	125
5.1.1	平面应力问题	125
5.1.2	平面应变问题	126
5.2	平面杆单元	126
5.2.1	杆单元分析	127
5.2.2	杆单元分析实例	130
5.3	平面悬臂梁单元	138
5.4	平面三角形单元	140
5.4.1	单元分析	140
5.4.2	三角形单元整体分析	147
5.4.3	应用实例	150
5.5	平面矩形单元	154
5.6	平面等参单元	156
5.6.1	等参单元的基本概念	156
5.6.2	八节点四边形等参单元	157
5.6.3	等参单元的单元分析	159
5.7	平面梁单元有限元分析	163
5.7.1	问题描述	163
5.7.2	交互式操作分析	163
5.8	平面问题有限元分析	179
5.8.1	问题描述	179
5.8.2	问题分析	179
5.8.3	交互式操作分析	179
	习题	191
<b>第 6 章</b>	<b>轴对称与空间问题</b>	<b>193</b>
6.1	轴对称问题	193



6.1.1	轴对称问题的弹性力学基本方程	193
6.1.2	三角形截面环单元	195
6.1.3	轴对称单元刚度矩阵	197
6.1.4	等效节点力的计算	198
6.1.5	整体分析	201
6.2	四面体单元	202
6.2.1	位移模式	203
6.2.2	四面体单元应变	204
6.2.3	四面体单元应力	205
6.2.4	四面体单元刚度矩阵	205
6.2.5	等效节点载荷	206
6.3	空间等参单元	206
6.3.1	十节点二次四面体单元	206
6.3.2	六面体等参单元	208
6.3.3	空间等参单元刚度矩阵	209
6.4	空间轴对称等参单元	212
6.5	轴对称问题有限元分析	213
6.5.1	问题描述	213
6.5.2	交互式操作分析	213
6.6	空间问题有限元分析	228
6.6.1	问题描述	228
6.6.2	交互式操作分析	229
	习题	243
<b>第 7 章</b>	<b>薄板弯曲问题</b>	<b>245</b>
7.1	薄板的弯曲变形	245
7.1.1	克希霍夫假设	245
7.1.2	位移分析	246
7.1.3	应变分析	247
7.1.4	应力和应变关系	247
7.1.5	微分方程	248
7.2	矩形薄板单元分析	249
7.2.1	矩形单元的位移模式	249
7.2.2	矩形单元的刚度矩阵	251
7.2.3	矩形单元的等效节点力和内力矩计算	252
7.3	三角形薄板单元分析	253
7.3.1	三角形薄板单元的位移模式	253
7.3.2	三角形薄板单元的形状函数	254
7.3.3	三角形薄板单元的刚度矩阵	256
7.3.4	三角形薄板单元的等效节点力和内力矩的计算	258

7.4 薄壳构件的滞回性能分析	259
7.4.1 滞回性能分析	259
7.4.2 SHELL181 壳单元的理解和应用	260
7.4.3 实例说明	260
习题	279
<b>第 8 章 结构动力学分析</b>	<b>281</b>
8.1 结构动力学方程及有限元方程	281
8.1.1 单元动力学方程	281
8.1.2 结构整体动力学有限元方程	282
8.2 单元特性矩阵	283
8.2.1 单元质量矩阵	283
8.2.2 单元阻尼矩阵	285
8.3 固有特性分析	286
8.3.1 广义特征值数值解法	286
8.3.2 固有频率和振型的计算	288
8.3.3 振型向量正交性	289
8.3.4 方程解耦合模态响应	292
8.4 振动系统响应分析	294
8.4.1 响应的分析方法	295
8.4.2 无阻尼系统的自由振动	297
8.4.3 无阻尼系统的受迫振动	298
8.4.4 有阻尼系统的自由振动	300
8.4.5 有阻尼系统的受迫振动	303
8.4.6 结构的瞬态响应	305
8.5 复杂系统动力学模型	306
8.6 结构振动模态分析过程实例	309
8.6.1 ANSYS 模态分析过程简介	310
8.6.2 减速器箱体模态分析	314
习题	325
参考文献	327

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 有限单元法简介

### 1.1.1 有限单元法简介

有限单元法 (Finite Element Method, FEM) 是求解数理方程的一种数值计算方法。它是将弹性理论、计算数学和计算机软件有机地结合在一起的一种数值分析技术, 是解决实际问题的一种有力的数值计算工具。有限单元法的基础是变分原理和加权余量法, 其基本求解思想是把计算域划分为有限个互不重叠的单元, 并在每个单元内, 选择一些合适的节点作为求解函数的插值点, 再将微分方程中的变量改写成由各变量或其导数的节点值与所选用的插值函数组成的线性表达式, 并借助变分原理或加权余量法将微分方程离散求解, 最后采用不同的权函数和插值函数形式, 以构成不同的有限单元。有限元法最早应用于结构力学中, 后来随着计算机技术的发展, 它慢慢开始用于流体力学的数值模拟。目前, 有限单元法在许多科学技术领域和实际工程问题中都得到了广泛应用, 例如, 它在机械制造、材料加工、航天技术、土木建筑、电子电气、国防军工、船舶、铁道、汽车和石化能源等领域中的广泛应用已使得这些领域的设计水平发生了质的飞跃, 主要表现在以下几个方面:

- (1) 增加产品和工程的可靠性;
- (2) 在产品的设计阶段就发现潜在的问题;
- (3) 经过分析计算, 采用优化设计方案, 从而降低原材料成本;
- (4) 缩短产品投向市场的时间;
- (5) 模拟试验方案, 减少试验次数, 从而减少试验经费。

现有的商业化有限元分析软件已经成功地应用于固体力学、流体力学、热传导、电磁学、声学 and 生物学等领域, 能够求解弹性或塑性问题, 各类场分析问题 (如流体场、温度场和电磁场等的稳态和瞬态问题), 以及水流管路, 电路, 润滑, 噪声和固体、流体温度的相互作用问题。

有限单元法有以下优点:

(1) 分析对象几何形状时的适应性强。有限单元法可以处理任意几何形状和一般的边界条件, 还可以处理非均匀的和各向异性的材料, 即可以处理由许多不同材料组成的任意几何形状的对象。

(2) 适用范围广。有限单元法的场函数选择灵活, 一般能够应用于固体、流体、热传导、声学和电磁学等问题的分析。

(3) 较好的稳定性和收敛性。有限单元法的数学基础是积分形式的变分原理或加权余量法, 就是把数理方程的求解等效为定积分的运算和线性代数方程组或常微分方程组的求解, 只要保证数学模型的正确性和方程组求解算法的稳定性和收敛性, 并选择收敛的单元形式,

其近似解总能收敛于数学模型的精确解。

### 1.1.2 有限单元法的诞生及发展

我国古代数学家采用多边形的周长近似代替圆周长的方法堪称是有限单元法的雏形。300多年前，牛顿和莱布尼茨发明了微积分法，证明了该运算具有整体对局部的可加性。虽然积分运算与有限元技术对定义域的划分是不同的，前者进行的是无限划分，而后者进行的是有限划分，但积分运算为实现有限元技术奠定了一个理论基础。在牛顿之后约 100 年，著名数学家高斯提出了加权余值法及线性代数方程组的解法。这两项成果中的前者被用来将微分方程改写为积分表达式，而后者则被用来求解有限元法所得出的代数方程组。

在 18 世纪，另一位数学家拉格朗日提出了泛函分析。泛函分析是将偏微分方程改写为积分表达式的另一途经。在 19 世纪末和 20 世纪初，数学家瑞雷和里兹首先提出了可对全定义域运用展开函数来表达其上的未知函数的方法。1915 年，数学家伽辽金提出了选择展开函数中形函数的伽辽金法，该方法被广泛地用于有限元计算中。1943 年，数学家库朗德第一次提出了可在定义域内分片地使用展开函数来表达其上的未知函数的方法，这实际上就是有限元的做法。从数学的角度考虑，有限单元法的基本思想可以追溯到 20 世纪 40 年代初，Courant 第一次应用定义在三角区域上的分片连续函数和最小位能原理来求解扭转问题。20 世纪 50 年代，Turner 和 Clough 等人在分析飞机结构时，发现无法用传统的力学方法去分析飞机的应力与应变等问题，于是，他们将矩阵位移法推广到弹性力学平面问题当中，将结构划分为一个三角形和矩形的“单元”，并利用单元中的近似位移函数，求得单元节点力与节点位移关系的单元刚度矩阵。1945—1955 年，J.H.Argyris 在航空工程杂志上发表了一组能量原理和结构分析的论文。1960 年，美国的 R.W.Clough 教授在论文中提出了“有限单元”这一术语。1963 年以后，人们认识到有限元法就是变分原理中的 Ritz 近似法的一种变形，从而发展出了用各种不同变分原理导出的有限元计算公式。1965 年，O.C.Zienkiewicz 和 Y.K.Cheung（张佑启）发现，只要能写成变分形式的所有场问题都可以用固体力学有限元法的相同步骤来求解。1969 年，B.A.Szabo 和 G.C.Lee 指出，可以用加权余量法，特别是 Galerkin 法导出的标准有限元过程来求解非结构问题。到了 20 世纪 70 年代以后，随着计算机软件技术的发展，有限单元法也随之迅速发展起来，与之相关的研究、学术交流、专著等不断出现。我国的许多力学工作者也为有限元的发展做出了许多贡献，如陈伯屏（结构矩阵方法）、钱令希（余能原理）、钱伟长（广义变分原理）、胡海昌（广义变分原理）和冯康（有限单元法理论）等。目前，大型有限元分析软件已成为现代工程设计中不可缺少的工具，并与 CAD 等相结合，形成了大规模集成 CAE（计算机辅助工程分析）系统。时至今日，工程技术人员运用有限元法已经变得十分简便。例如完成一项结构分析的主要内容包括：将发展的工程实际问题加以简化，建立合理的力学计算模型，再按照有限元程序的要求准备所需的数据信息进行求解，最后检查计算结果是否合理等几方面。

有限单元法的发展趋势包括以下几个方面：

(1) 建立更多新材料的单元形式，以适应工程实际中对新材料和复杂结构进行分析的需要，特别是复合材料、高分子材料、陶瓷材料、纳米材料、环境材料、智能材料和功能材料等。如薄板成形就要求同时考虑结构的大位移、大应变（几何非线性）和塑性（材料非线性）；而对塑料、橡胶、陶瓷、混凝土及岩土等材料进行分析时须考虑材料的塑性，蠕变效应时则

必须考虑材料的非线性。

(2) 更为强大的网格处理能力。采用有限元法求解问题的基本过程主要包括分析对象的离散化、有限元求解和计算结果的后处理三部分。由于结构离散后的网格质量直接影响到求解时间及求解结果的正确与否,近年来各有限元软件开发商都加大了其在网格处理方面的投入,使网格生成的质量和效率都有了很大程度的提高,但在有些方面却一直没有得到改进,如在对三维实体模型进行自动六面体网格划分和根据求解结果对模型进行自适应网格划分方面,除了个别商业软件做得较好以外,大多数分析软件仍然不具备此功能。自动六面体网格划分是指程序能自动对三维实体模型划分出六面体网格单元的功能,现在大多数软件都能采用映射、拖拉和扫略等功能生成六面体单元,但这些功能都只运用于简单、规则的模型,对于复杂的三维模型则只能采用自动四面体网格划分技术来生成四面体单元。对于四面体单元,如果不使用中间节点,在解决很多问题时将会产生错误的结果;而如果使用中间节点将会引起求解时间与收敛速度等方面的一系列问题,因此人们迫切希望自动六面体网格功能的出现。自适应网格划分是指在现有网格的基础上,根据有限元计算结果估计计算误差、重新划分网格和再计算的一个循环过程。对于许多工程实际问题,在整个求解的过程中,模型的某些区域将会产生很大的应变,引起单元畸变,从而导致求解不能进行下去或求解结果不正确,因此必须进行网格自动重新划分。自适应网格往往是许多工程问题如裂纹扩展、薄板成形等大应变分析的必要条件。

(3) 模拟复杂和极端载荷工况下的结构力学行为、结构非线性特性及多场耦合问题等。目前,用于求解结构线性问题的有限元方法和软件已经比较成熟,其发展方向是结构非线性、流体动力学和耦合场问题的求解。例如由于摩擦接触而产生的热问题以及金属成形时由于塑性功而产生的热问题都需要结构场和温度场的有限元分析结果交叉迭代求解,即“热力耦合”的问题。当流体在弯管中流动时,流体压力会使弯管产生变形,而管的变形又反过来影响流体的流动,这就需要对结构场和流场的有限元分析结果交叉迭代求解,即所谓“流固耦合”的问题。由于有限元法的应用越来越深入,人们关注的问题也越来越复杂,耦合场的求解必定成为 CAE 软件的发展方向。

(4) 加强与 CAD 软件的无缝集成,实现产品从设计、制造、运行直至失效的分析与模拟,以达到全面提高产品质量与可靠性的目标。当今有限元分析软件的一个发展趋势是与通用 CAD 软件的集成使用,即在用 CAD 软件完成部件和零件的造型设计后,能直接将模型传送到 CAE 软件中进行有限元网格划分并进行分析计算,如果分析的结果不能满足设计要求则需要重新进行设计和分析,直到满意为止,从而极大地提高了设计水平和效率。为了能让工程师快捷地解决复杂的工程问题,许多商业化有限元分析软件都开发了与著名的 CAD 软件(例如 Pro/Engineer、Unigraphics、SolidEdge、SolidWorks、IDEAS、Bentley 和 AutoCAD 等)对应的接口。有些 CAE 软件为了实现与 CAD 软件的无缝集成而采用了 CAD 的建模技术,如 ADINA 软件,由于它采用了基于 Parasolid 内核的实体建模技术,因而能与以 Parasolid 为核心的 CAD 软件(如 Unigraphics、SolidEdge 和 SolidWorks)实现真正无缝的双向数据交换。

### 1.1.3 有限单元法在机械中的应用

有限单元法在机械中的应用主要体现在以下几方面:

(1) 静力学分析——主要分析机械结构受外部载荷作用时,不随时间变化或随时间缓慢

变化的应力、应变和变形。

- (2) 模态分析——求解系统的某种特征值或稳定值的问题，以得到其固有频率和振形。
- (3) 瞬态动力学分析——求解系统所受到的外部载荷随时间变化的动力学响应问题。
- (4) 非结构动力学分析——主要分析机械系统的热传导（温度场）、噪声和控制问题。
- (5) 其他分析——如结构—流体耦合分析、结构—热和结构—噪声等多场耦合分析等。

#### 1.1.4 有限元分析软件

目前流行的有限元分析软件主要有 NASTRAN、ANSYS、ADINA、ABAQUS、MARC、COSMOS 等。

因为 MSC-NASTRAN 软件和 NASA 的特殊关系，它在航空航天领域具有很高的地位，它以最早期的主要用于航空航天方面的线性有限元分析系统为基础，兼并了 PDA 公司的 PATRAN，又在以冲击、接触为特长的 DYNA3D 的基础上组织开发了 DYTRAN。近来，它又兼并了非线性分析软件 MARC，成为目前世界上规模最大的有限元分析系统。

ANSYS 软件致力于耦合场的分析计算，能够对结构、流体、热和电磁 4 种场进行计算，因此，它博得了世界上数千家用户的钟爱。ANSYS 公司由 John Swanson 博士创立于 1970 年，ANSYS 有限元程序是该公司的主要产品。ANSYS 软件是集结构、热、流体、电磁和声学于一体的大型通用有限元分析软件，可广泛地应用于核工业、铁道、石油化工、航空航天、生物医学、轻工、地矿、水利和日用家电等一般工业及科学研究。

ANSYS 的主要功能包括结构静力分析、结构动力学分析、结构非线性分析、动力学分析、热分析、电磁场分析、流体动力学分析、声场分析、压电分析、结构优化和疲劳分析等。结构静力分析用来求解外载荷引起的位移、应力和力。ANSYS 程序的静力分析功能不仅可以进行线性分析，还可以进行非线性分析，如塑性、蠕变、膨胀、大变形、大应变及接触分析。结构动力学分析用来求解随时间变化的载荷对结构的影响。ANSYS 程序可进行的结构动力学分析的类型包括瞬态动力学分析、模态分析、谐波响应分析及随机振动响应分析，还有结构非线性分析，即对结构非线性导致结构的响应随外载荷发生不成比例的变化分析。ANSYS 程序可求解静态和瞬态非线性问题，包括材料非线性、几何非线性和单元非线性。动力学分析方面，ANSYS 程序可以分析大型三维柔体运动。热分析方面，ANSYS 程序可以处理热传递的三种基本类型，即传导、对流和辐射，对热传递的三种类型均可进行稳态和瞬态、线性和非线性分析。电磁场分析主要用于电磁场问题的分析，如电感、电容、磁通量密度、涡流、电场分布、磁力线分布、力、运动效应、电路和能量损失等。ANSYS 程序还具有将部分单元等效为一个独立单元的子结构功能以及将模型中的某一部分与其余部分分开重新细化网格的子模型功能。ANSYS 程序具有优化设计模块 (OPT)，可以进行结构的优化设计，同时 ANSYS 程序还具有参数化程序设计语言 APDL，APDL 大大地扩展了 ANSYS 程序的优化功能，这也是 ANSYS 程序与其他有限元分析软件的不同之处。

ADINA 在计算理论和求解问题的广泛性方面处于全球领先的地位，也主要是针对结构非线性、流体、流固耦合等复杂的工程问题而开发的。非线性有限元分析软件 ADINA 是由著名的有限元专家、麻省理工学院的 K.J.Bathe 教授领导开发的，其单一系统即可进行结构、流

体和热的耦合计算，并同时具有隐式和显式两种时间积分算法。由于其在非线性求解、流固耦合分析等方面的强大功能，它迅速成为有限元分析软件的后起之秀，ADINA 已经成为近年来发展最快的有限元软件以及全球最重要的非线性求解软件，被广泛应用于各个行业的工程仿真开发。

## 1.2 有限单元法分析的基本步骤

有限单元法的基本思想是将结构离散化，并运用有限个容易分析的单元来表示复杂的对象，单元之间通过有限个节点相互连接，再根据变形协调条件进行综合求解。由于单元的数目是有限的，节点的数目也是有限的，所以称之为有限单元法。

有限单元法的基本思路和基本原理是以结构力学中的位移法为基础的，即把复杂的结构或连续体看成有限个单元的组合，各单元在节点处彼此连续而组成整体，把连续体分成有限个单元和节点，称之为离散化，先对单元进行特性分析，然后再根据各单元在节点处的平衡协调条件建立方程，综合后进行整体分析。

对于一个连续体的求解问题，有限单元法的实质就是将具有无限多个自由度的连续体理想化为只有有限个自由度的单元集合体，单元之间仅在节点处相连接，从而使问题简化为适合于数值求解的结构型问题。因此，只要确定了单元的力学特性，就可以按结构分析的方法来进行求解。

通过以上简单的论述，可以把有限单元法的分析过程归纳为以下几个方面。

### 1. 结构的离散化

结构的离散化是进行有限单元法分析的第一步。在数学上，把将无限自由度处理成有限自由度的过程叫作“离散化”。有限单元法中的结构离散化过程，简单来说，就是将分析的对象划分为有限个单元体，并在单元上选定一定数量的点作为节点，各单元体之间仅在指定的节点处相连。有限单元法的整个分析过程就是针对这种单元集合体来进行的。单元的划分通常需要考虑分析对象的结构、形状和受载情况。对于桁架问题，其单元的划分比较简单，因为分析对象本身就是由一系列杆件相互连接而成的，所以可直接取每根杆件作为一个单元。但是，对于其他非杆件的机械结构物，如齿轮、轧机机架等，为了能有效地接近实际的分析对象，就必须认真考虑划分方案、选择何种类型单元以及划分的单元数目等。对于一些比较复杂的结构，有时还要采用几种不同类型的单元来进行离散化。许多大型有限元分析软件都备有多达几十种单元类型的单元库，以供分析计算人员选用。常用的主要单元有杆单元、梁单元、壳单元，平面应力单元、平面应变单元，轴对称实体单元、空间实体单元等，后文将陆续介绍、讨论有关这方面的具体实施方法。

### 2. 位移模式的选择

有限单元法是应用局部的近似解来求得整个问题的解的一种方法。根据分块近似的思想，可以选择一个简单的函数来近似地构造每一单元内的近似解。本书中讲授的有限单元法以节点位移为基本未知量，所以为了能用节点位移来表示单元体的位移、应变和应力，在分析求解时，必须对单元中位移的分布做出一定的假设，即选择一个简单的函数来近似地表示单元位移分量随坐标变化的分布规律，这种函数称为位移模式。

位移模式的选择是有限单元法分析中的关键。由于多项式的数学运算比较简单、易于处

理，所以通常选用多项式作为位移模式。多项式的项数和阶数的选择，一般要考虑单元的自由度和解答的收敛性要求等，后文将对此做详细的讨论。

### 3. 单元的力学特性分析

分析单元的力学特性主要包括以下三部分的内容：

- (1) 通过几何方程建立单元应变与节点位移的关系式；
- (2) 利用物理方程导出单元应力与节点位移的关系式；
- (3) 由虚功原理推出作用于单元上的节点力与节点位移之间的关系式，以及单元的刚度方程。

### 4. 等效节点力的计算

分析对象经过离散化以后，单元之间仅通过节点进行力的传递，但实际上，力是从单元的公共边界上传递的。为此，必须把作用在单元边界上的表面力，以及作用在单元上的体积力与集中力等，根据静力等效的原则全都移置到节点上，移置后的力称为等效节点力。

### 5. 建立整体结构的平衡方程

建立整体结构的平衡方程也叫作结构的整体分析，实际上就是把所有单元的刚度矩阵集合形成一个整体刚度矩阵，同时将作用于各单元的等效节点力向量组集成整体结构的节点载荷向量。建立整体结构的刚度矩阵是运用有限单元法求解问题的核心内容，一旦获得了整体刚度矩阵，就等于列出了有限单元法的基本方程。从单元到整体的组集过程主要依据两点：一是所有相邻的单元在公共节点处的位移相等；二是所有各节点必须满足平衡条件。通常，组集整体刚度矩阵的方法是所谓的直接刚度法，即按节点编号对号入座，直接利用单元刚度矩阵中的刚度系数子阵进行叠加。

### 6. 求解未知的节点位移及单元应力

在上述组集整体刚度矩阵的过程中，没有考虑整体结构的平衡条件，所以组集得到的整体刚度矩阵是一个奇异矩阵，尚不能对平衡方程直接进行求解。只有在引入边界约束条件，并对所建立的平衡方程加以适当地修改之后，方可根据方程组的具体特点选择恰当的计算方法来求得节点位移，继而求出单元应变和应力。应注意的是，引入边界条件修改平衡方程实质上就是消除整体结构的刚体位移。

这样一分一合，通过先离散再综合的过程，就能把复杂结构或连续体的计算问题转化为简单单元的分析与综合问题。

## 1.3 机械结构有限元分析中常用的单元

在采用有限元法对结构进行分析计算时，分析对象不同，所采用的单元类型也不同，常用的单元类型有以下几种，如表 1.1 所示。

表 1.1 结构静力学中常用的单元类型

类别	形状和特性	单元类型
杆	普通	LINK1、LINK8
	双线性	LINK10



续表

类别	形状和特性	单元类型
梁	普通	BEAM3、BEAM4
	截面渐变	BEAM54、BEAM44
	塑性	BEAM23、BEAM24
	考虑剪切变形	BEAM188、BEAM189
管	普通	PIPE16、PIPE17、PIPE18
	浸入	PIPE59
	塑性	PIPE20、PIPE60
2D 实体	四边形	PLANE42、PLANE82、PLANE182
	三角形	PLANE2
	超弹性单元	HYPER84、HYPER56、HYPER74
	黏弹性	VISCO88
	大应变	VISCO106、VISCO108
	谐单元	PLANE83、PPNAE25
	P 单元	PLANE145、PLANE146
3D 实体	块	SOLID45、SOLID95、SOLID73、SOLID185
	四面体	SOLID92、SOLID72
	层	SOLID46
	各向异性	SOLID64、SOLID65
	超弹性单元	HYPER86、HYPER58、HYPER158
	黏弹性	VISO89
	大应变	VISO107
	P 单元	SOLID147、SOLID148
壳	四边形	SHELL93、SHELL63、SHELL41、SHELL43、SHELL181
	轴对称	SHELL51、SHELL61
	层	SHELL91、SHELL99
	剪切板	SHELL28
	P 单元	SHELL150

### 1. 杆、梁单元

杆、梁单元是最简单的一维单元，单元内任意点的变形和应力由沿轴线的坐标来确定。它用于弹簧螺杆、预应力螺杆、薄膜、桁架、螺栓、C 形截面构件、薄壁管件、角钢或者狭长薄膜构件（只有薄膜应力和弯力的情况）等模型。

### 2. 板单元

板单元内任意点的变形和应力由  $x, y$  两个坐标确定，这是应用比较广泛的基本单元之一，分为三角形单元和矩形板单元。

### 3. 多面体单元

多面体单元可分为四面体单元和六面体单元。