

小学数学广角 教学研究

牟天伟 朱维宗 秦桂花 主编

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

小学数学广角教学研究

主 编 牟天伟 朱维宗 秦桂花

副主编 张玉华 吴天飞 黄 斌

内 容 简 介

本书依托人教版小学数学教材,对书中数学广角教材内容进行了解析和研究。这项研究总体上探讨三个问题:首先,教师的数学广角教学知识处于什么状况?其次,数学广角课学生怎么学、教师怎么教?最后,数学广角的教學结果与学习结果怎样?开展这项研究,一方面方便小学教育专业的本科生、研究生了解当前数学广角教学的基本现状,为他们将来进入小学一线工作带来一些便利;另一方面为一线教师在教学中更好地落实课程标准的精神和理念提供一些帮助。

本书共有七章:绪论、文献综述、研究设计、数学广角内容概述、小学数学广角教学现状的调查结果、教学案例研究、结论与思考。希望通过本书的介绍,小学教育专业的本科生、研究生和一线教师能对小学教育科研方法有所了解。

本书可作为小学数学教师教学、学习的参考用书,教师继续教育的培训教材,也可作为小学教育专业研究生学习的参考用书,还可作为高等院校小学教育专业学生学习的参考用书。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

小学数学广角教学研究/牟天伟,朱维宗,秦桂花主编. —北京:北京理工大学出版社, 2018. 1

ISBN 978-7-5682-5251-5

I. ①小… II. ①牟… ②朱… ③秦… III. ①小学数学课-教学研究 IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 015357 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)

(010) 82562903 (教材售后服务热线)

(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 /

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 11.25

字 数 / 268 千字

版 次 / 2018 年 1 月第 1 版 2018 年 1 月第 1 次印刷

定 价 / 34.00 元

责任编辑 / 王美丽

文案编辑 / 孟祥雪

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 李志强

图书出现印装质量问题,请拨打售后服务热线,本社负责调换

数学广角教学是人教版小学数学教材中的重要内容，对学生综合运用数学知识解决问题、培养数学思维、形成良好的数学素养和优秀的意志品质有不可替代的作用。由于数学广角作为人教版数学课标实验教材新增的特色板块，内容新颖、与生活联系密切，活动性和操作性较强，教与学都有着较大的探究空间，因此学生对这块内容的学习有着浓厚的兴趣，并且其与其他内容相比，思维含量较高。但随着课改实验的深入进行，各种教学的困惑也随之而来。如：教学目标定位失当、数学思考落实不到位、数学活动徒具形式、过度追求生活化与趣味性。有些教师把数学广角当作实践活动课来上；有些教师则将其上成科学常识课，还有些教师把数学广角上成了简单的游戏活动课或传统的应用题教学课。目前亟待对学生和教师对数学广角教学的现状和适应性展开研究、总结经验、优化策略来成就学生、成就教师。

《小学数学广角教学研究》是“四川省卓越教师培养计划改革项目——卓越初中数学教师‘模块+平台+阶段’培养模式研究”和“2017年成都哲学社会科学规划项目（编号：2017Z06）”的研究成果之一。本书从小学数学广角教学的现状研究入手，分析小学数学课程中对数学广角教学的要求及在教材中的编排顺序；对国内外数学广角的教学理论做了较为详细的文献综述研究；通过调查法、访谈法、比较分析法、案例研究等多种方法分别对教师和学生关于数学广角方面的情感态度、思维水平、学习结果等多个方面系统地进行了深入研究；基于研究结果提出相应的数学广角教学策略并在教学案例中实施。本书力求解决如下问题：

（1）新版教材（以人教版为例）中数学广角教学内容的变化特征及教材的编排意图是什么？正确把握教学内容变化特征及教材编写意图有助于教师有效开展教学设计，提高教学效率。

（2）小学生的问题解决水平如何？选择部分城区、城乡结合部和农村学校作为样本，调查学生的学习态度、习惯和水平，分析其差异原因，有助于教师合理选择教学策略。

（3）教师的数学广角教学现状如何？基于课堂观察、问卷调查、访谈等多种方式了解教师在数学广角教学方面对新课程的适应性及困惑；通过常态课与优质课的对比，明确教师专业发展方向。

(4) 在数学广角教学方面有效教学的基本策略是什么? 经过理论研究和实证研究, 总结小学数学广角教学在情感态度方面、过程与方法方面、知识内容方面和练习方面的基本策略。

希望本书对研究小学数学教育的教师、师范院校小学教育专业及数学专业的学生等有一定帮助。

感谢为本书的出版提供有力支持和资助的成都师范学院数学学院、成都师范学院教师培训管理中心; 对本书中引用的一些小学教育研究成果的作者致以衷心的感谢, 同时深深感谢关心、支持本书出版的所有同行和朋友们。由于编者水平有限, 书中难免存在错误或疏漏的地方, 恳请各位读者批评指正。

编 者

术语及符号说明

数学广角 (Mathematics Wide Angle): 是人民教育出版社义务教育课程标准实验教科书第一学段和第二学段教材中的独立单元。(见: 丁丽. 数学广角学什么与教什么 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2014.)

课程标准 (Curriculum Standards): 是确定一定学段的课程水平及课程结构的纲领性文件。课程标准一般包括课程标准总纲和各科课程标准。(见: 顾明远. 教育大辞典 [M]. 上海: 上海教育出版社, 1999.)

课程 (Curriculum): 是学科、活动和相应的学习情境、活动情景的统一。(见: 李方. 课程与教学基本理论 [M]. 广州: 广东高等教育出版社, 2002.)

教学 (Teaching): 是以课程内容作为中介的、师生双方教和学的共同活动。(见: 顾明远. 教育大辞典 [M]. 上海: 上海教育出版社, 1999.)

数学思想方法 (Mathematical Thought and Method): 数学思想是对数学知识的本质认识, 是对数学规律的理性认识, 是从某些具体的数学内容和对数学的认识过程中提炼的数学观点, 它在认识活动中被反复运用, 带有普遍的指导意义, 是建立数学和用数学解决问题的指导思想, 例如: 化归思想、分类思想、模型思想、极限思想、统计思想、最优化思想等; 数学方法是指在从数学角度提出问题、解决问题 (包括数学内部问题和实际问题) 的过程中所采用的各种方式、手段、途径等, 包括变化数学形式。(见: 钱珮玲. 中学数学思想方法 [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2010.)

教学策略 (Teaching Strategies): 是指当教学目标确定后, 根据已定的教学任务和学生的特征, 有针对性地选择和组合相关的教学内容、教学组织形式、教学方法和手段, 从而形成具体有效率意义的特定的教学方案。教学策略具有综合性、可操作性和灵活性的特点。(见: 袁振国. 当代教育学 [M]. 北京: 教育课程出版社, 2004.)

自主学习 (Independent Study): 人本主义理论强调学习者在学习过程中的主体地位, 重视学习过程和学习者潜能的发挥, 主张学习者积极、自发学习, 强调自我评价的重要性。对于自主学习的定义, Holec (1981) 认为自主学习是对自己学习的一种负责; Dickinson (1987) 认为自主学习是学习者决策和实施决策的负责能力。“要我学”变成“我要学”。自主学习就是“自我导向、自我激励、自我监控”, 学习者自己确定学习目标, 自己制定学习

进度,自己设计评价指标。这需要感情的投入和内在动力的支持,所以自主学习是一种有效的学习。(见:喻平.数学教育心理学[M].南宁:广西教育出版社,2004.)

排列与组合(Permutations and Combinations):从 n 个不同元素中取出 m ($m < n$)个元素,按照一定的顺序排成一列,叫作从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列。从 n 个不同元素中取出 m ($m < n$)个元素并成一组,叫作从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个组合。(见:王诚祥,马家祚.排列组合和概率[M].开封:河南大学出版社,2006.)

重叠问题(The Problem of Overlapping):小学数学广角中的重叠问题是向学生渗透集合知识的载体,通过维恩图的学习,体会集合思想的核心。(见:丁丽.数学广角学什么与教什么[M].北京:北京理工大学出版社,2014.)

烙饼问题(Flapjack Problem):人教版义务教育课程标准实验教材四年级上册安排的数学广角中例1的烙饼问题,渗透的是运筹的思想方法。(见:丁丽.数学广角学什么与教什么[M].北京:北京理工大学出版社,2014.)

统筹安排(Make Overall Arrangements):人教版义务教育课程标准实验教材四年级上册安排的数学广角中与统筹安排相关的知识主要是运筹思想,设计的两个例题分别对应着运筹学中的规划论和排队论,目的是培养学生在面对实际问题时能从多种方案中寻找最优方案的意识,提高学生解决实际问题的能力。(见:丁丽.数学广角学什么与教什么[M].北京:北京理工大学出版社,2014.)

对策问题(Countermeasures to the Problem):对策论研究的是竞争双方各自战胜对手时采用的对策,是运筹学的一个重要分支,在生活中的应用极其广泛。(见:丁丽.数学广角学什么与教什么[M].北京:北京理工大学出版社,2014.)

植树问题(Planting Problems):是“奥数”中的经典问题,是提高学生解决问题能力的载体。(见:丁丽.数学广角学什么与教什么[M].北京:北京理工大学出版社,2014.)

数字编码(Digital Coding):数字编码就是用预先规定的方法将文字、数字或其他对象编成数码,或将信息、数据转换成规定的电脉冲信号。(见:丁丽.数学广角学什么与教什么[M].北京:北京理工大学出版社,2014.)

找次品(To Find the Defective):是人教版五年级下册数学广角中的内容。从人教版配套的教师用书上,我们可以清楚地知道,学习这一内容,目的是让学生在合作学习和小组交流中,体会解决问题策略的多样性及运用优化策略解决问题的有效性。通过总结、猜测,归纳出优化方法的过程,进而培养学生的推理、抽象能力。(见:丁丽主编.数学广角学什么与教什么[M].北京:北京理工大学出版社,2014.)

鸡兔同笼(Chicken with Rabbit Cage):鸡兔同笼问题最早出现在我国古代数学名著《孙子算经》中,虽然历经1500多年,但该类问题还是向我们展现出了巨大的魅力,一直备受国内外数学家的关注。虽然它的代数模型是解二元一次联立方程,但是人们大多喜欢用算术模型来求解。有的人用金鸡独立法,有的人让每一只兔都长出另一个头,有的人把鸡的翅膀看成脚,还有的人让鸡兔都具有特异功能,总之奇妙的解法层出不穷。(见:丁丽.数学广角学什么与教什么[M].北京:北京理工大学出版社,2014.)

抽屉原理(Drawer Principle):抽屉原理最先是由19世纪德国数学家狄利克雷提出来的,所以又称“狄利克雷原理”,也称为“鸽巢原理”。(见:丁丽.数学广角学什么与教什

么 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2014.)

教师知识 (Teachers' Knowledge): 是指教师 (作为教师时) 所知道的东西。它包含教师的“信念”, 如在教授某一特定内容时, 知道哪种策略是最为有效的; “记忆”, 如一本教科书的结构是指什么; “理解”, 如怎样运用某种教学方法, 等等。(见: 范良火. 教师教学知识发展的研究 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2014.)

教学策略 (Teaching Strategies): 是指当教学目标确定后, 根据已定的教学任务和学生特征, 有针对性地选择和组合相关的教学内容、教学组织形式、教学方法和手段, 从而形成具有效率意义的特定的教学方案。教学策略具有综合性、可操作性和灵活性的特点。(见: 袁振国. 当代教育学 [M]. 北京: 教育科学出版社, 2004.)

比较研究 (Comparative Studies): 是对物与物之间和人与人之间的相似性或相异程度的研究与判断的方法。具体地说, 比较研究方法, 又称类比分析法, 是指对两个或两个以上的事物或对象加以对比, 以找出它们之间的相似性与差异性的一种分析方法。(见: [英] 霍恩比. 牛津高级英汉双解辞典 [M]. 王玉章等, 译. 北京: 商务印出版社, 2009.)

案例研究 (Case Study): 是一种研究策略, 其焦点在于理解某种单一情境下的动态过程。案例研究可以是单案例, 也可以是多案例, 可以用来实现不同研究目的。(见: 李平, 曹仰锋. 案例研究方法 [M]. 北京: 北京大学出版社, 2012.)

文献研究法 (Literature): 是对文献进行查阅、分析、整理, 从而找出事物本质属性的一种研究方法, 主要指搜集、鉴别、整理文献, 并通过对文献的研究形成对事实的科学认识。(见: 孙亚玲. 教育科研方法研究 [M]. 昆明: 云南科技出版社, 2002.)

个案研究 (Case Study): 个案研究可界定为采用各种方法, 收集并研究与问题相关的资料, 对单一个体或一个单位团体做深入细致研究的过程。(见: 郑金洲, 陶保平, 孔企平. 学校教育研究方法 [M]. 北京: 教育科学出版社, 2003.)

纸笔测试法 (Paper and Pencil Test Method): 是考被测评者学业水平的重要工具, 这种方法可以有效地测量被测试者的基本知识、专业知识、管理知识水平以及综合分析能力、逻辑推理能力和文字表达能力等。纸笔测试法的优点是一次能够出十几乃至上百道试题, 考试题目的取样较多, 对知识技能的考核的信度和效度高。对此方法对可以大规模地进行分析, 因此费时少、效率高, 但此方法对被测试者的心理压力小, 使被测试者较易发挥水平, 因而成绩评定比较客观。

定量分析 (Quantitative Analysis): 是用数学的方法分析数据, 找出研究对象的数量特征、程度、规模、比例、结构及发展变化规律的一种方法, 主要回答“是多大”“有多少”的问题。(见: 孙亚玲. 教育科学研究方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.)

定性分析 (Qualitative Analysis): 是使用逻辑的方法, 对调查所获资料进行思维加工, 揭示出研究对象的本质和基本特征、可能的原因等的一种方法。(见: 孙亚玲. 教育科学研究方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.)

效度 (Validity): 是指测量的准确性和有效性, 也就是测量的结果与所达到的目标之间相符合的程度。(见: 李方. 现代教育研究方法 [M]. 广州: 广东高等教育出版社, 2004.)

信度 (Reliability): 简单地说, 就是测量结果的可信程度。(见: 黄光杨. 教育测量与评价 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2012.)

克隆巴哈系数 (Cronbach, Alpha): 是一套用来衡量心理或教育测验可靠性的方法, 依据一定公式估量测验的内部一致性, 作为信度的指标。一般说来, 该系数越高, 测量工具的信度就越高。在基础研究中, 信度至少要达到 0.80 才可以接受。在探索性研究中, 信度只要达到 0.70 就可以接受; 介于 0.70~0.98 均属高信度; 低于 0.35 则为低信度, 必须予以拒绝。(见: 关守义. 克隆巴哈 α 系数研究评述 [J]. 心理科学, 2009.)

均值 (Mean): 又称算术平均数, 表示某变量所有取值的集中趋势或者平均水平。(见: 杨晓明. SPSS 在教育统计中的应用 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.)

显著性水平 (Significance Level): 是指估计总体参数落在某一区间时, 可能犯错误的概率, 用符号 α 表示, 有时也称为意义阶段或信任系数等。(见: 张厚璨, 徐建平. 现代心理与教育统计学 [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2006.)

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 研究背景	(1)
1.1.1 当今世界对人才的要求	(2)
1.1.2 新课改背景下小学数学课堂的变革	(2)
1.1.3 新课改背景下数学广角教学的需要	(3)
1.2 核心概念界定	(3)
1.3 研究的内容与意义	(5)
1.3.1 研究的问题	(6)
1.3.2 研究的意义	(6)
1.4 研究的思路	(7)
第 2 章 文献综述	(9)
2.1 文献收集的途径	(10)
2.2 何为教学	(10)
2.3 小学数学思想方法教学研究	(12)
2.3.1 数学思想方法概述	(12)
2.3.2 小学数学思想方法教学现状	(14)
2.3.3 小学典型数学思想方法概述	(17)
2.4 数学广角相关研究	(19)
2.4.1 为何在小学数学教材中编入数学广角	(19)
2.4.2 数学广角教与学的已有研究	(19)
2.5 评述与小结	(22)
第 3 章 研究设计	(24)
3.1 研究目的	(24)
3.2 研究对象的选取	(24)

3.3	研究方法的选用	(25)
3.4	研究工具的设计	(27)
3.4.1	小学数学教师数学广角教学情况调查问卷	(27)
3.4.2	小学生数学广角学习情况调查问卷	(29)
3.4.3	小学生数学广角学习结果测试卷	(31)
3.4.4	教师数学广角教学访谈提纲	(32)
3.4.5	教学案例分析框架	(32)
3.5	数据收集和整理	(36)
3.6	调查问卷效度信度检验、数据的编码与分析	(36)
3.7	研究伦理	(37)
3.8	小结	(38)
第4章	数学广角内容概述	(39)
4.1	典型名题、趣题	(40)
4.1.1	体现的数学思想方法及分析	(40)
4.1.2	教材编排与教学要求	(43)
4.2	运筹学中的基本问题	(45)
4.2.1	统筹思想、对策方法概述	(46)
4.2.2	教材编排与教学要求	(46)
4.3	排列组合的教学建议	(47)
4.3.1	排列组合中常见的情况和体现的思想方法	(48)
4.3.2	教材编排与教学要求	(48)
4.4	重叠问题	(49)
4.4.1	重叠问题的思想分析	(49)
4.4.2	教材编排与教学要求	(49)
4.5	等量代换	(50)
4.5.1	等量代换思想	(50)
4.5.2	教材编排与教学要求	(51)
4.6	抽屉原理	(51)
4.6.1	抽屉原理的思想方法分析	(52)
4.6.2	教材编排与教学要求	(52)
4.7	其他问题	(53)
4.7.1	数字编码	(53)
4.7.2	找次品	(55)
4.8	小结	(56)
第5章	小学数学广角教学现状的调查结果	(59)
5.1	教师教学情况调查结果分析	(59)

5.1.1 教师的态度信念	(59)
5.1.2 教师的知识	(66)
5.1.3 教师对学生的认识力	(71)
5.1.4 教师的教学策略	(77)
5.2 学生学习情况调查结果分析	(83)
5.2.1 数学广角学习中学生的学习特点分析	(83)
5.2.2 学生数学广角学习态度的分析	(86)
5.2.3 学生数学广角学习结果分析	(91)
5.2.4 学生对教师教学数学广角的认知	(95)
5.3 学生测试卷结果分析	(98)
5.3.1 五、六年级学生测试的总体表现	(98)
5.3.2 两个年级学生在不同题目上的表现	(100)
5.4 小结	(102)
第 6 章 教学案例研究	(104)
6.1 数学广角优质课分析	(104)
6.1.1 优质课的概况	(104)
6.1.2 教学目标	(105)
6.1.3 优质课的结构	(107)
6.1.4 教学内容	(109)
6.1.5 教学方法	(112)
6.1.6 教师教学能力体现	(123)
6.1.7 小结	(127)
6.2 常态课分析	(127)
6.2.1 教学案例一 教师 C 的课堂教学情况	(127)
6.2.2 教学案例二 教师 D 的课堂教学情况	(132)
6.3 教学建设与小结	(138)
第 7 章 结论与思考	(140)
7.1 研究的结论	(140)
7.2 研究对教师和学校意义	(145)
7.3 研究的不足之处	(148)
7.4 关于进一步研究的建议	(148)
7.5 结束语	(149)
附录 A 教师问卷调查表	(150)
附录 B 学生问卷调查表	(154)
附录 C 学生数学广角学习结果测试卷	(157)

附录 D 教师访谈提纲	(158)
附录 E 师生互动类型记录表	(159)
附录 F 课的结构观察表	(160)
附录 G 教师提问技巧观察表格	(161)
附录 H 开发多元智力的课程策略检查表	(162)
参考文献	(164)

第1章

绪论

好的先生不是教书，不是教学生，乃是教学生学。

——陶行知

注重基础知识的掌握和技能的强化训练是中国数学的传统，但是教育者清楚地认识到扎实的基础知识和熟练的技巧对培养人的创新能力和思维能力是不足的。史宁中先生说创新能力依赖于三方面：知识的掌握、经验的积累、思维的训练，三方面同等重要。关于知识的掌握，我国的中小学数学教育是没有问题的；关于经验的积累，还差得很多；关于思维的训练，我们做得也不够，只能打五十分^①。中国数学教育的传统重视知识，但是经验的积累和思维的训练明显不足。数学广角是人教版数学教材的重要内容之一，是小学数学思想方法教学的主要载体，有利于积累学生的数学经验和训练学生的数学思维，可谓小学数学教学的新鲜血液。

这一章主要介绍研究的背景，研究中涉及的核心概念、研究的内容和意义以及研究思路。

1.1 研究背景

教学受到经济水平、生产力发展水平、政治制度、科学文化发展水平的影响和限制。教学目的、教学手段、教学策略、教学内容、教学对象都会随着社会的发展而变化。当今世界对人才的要求、“新一轮基础教育课程改革”（以下简称“新课改”）背景下小学数学课堂的变革和数学广角教学的需要成为这项研究的背景。

^① 史宁中.《数学课程标准》的若干思考[J].数学通报,2007,46(5):1-5.

1.1.1 当今世界对人才的要求

从1904年癸卯学制颁布、1905年废除科举至今，中国现代教育已逾百年历史；从1977年恢复全国统一高考制度至今，中国当代教育改革也已走过了40余年。从国内外的比较结果来看，中国培养的学生往往对书本知识掌握得很好，但是实践能力和创造精神还比较缺乏，比如蔡金法在《数学教育中的疑难问题》一文中指出：“中国课堂教学在培养学生常规策略上有效，而美国课堂在培养学生创造性思维上有效；中国课堂向来以组织精心、结构严谨著称。为了保证课堂教学结构的严谨性，教师要对整个教学过程进行周密的思考、精心的设计，从而为学生铺路，希望学生系统地了解概念的来龙去脉或解题过程的详细步骤。对于结构非常严谨的课，教师把所有的挑战都回避掉或者替学生克服了，以至于学生不用做太多的思考就可以得到答案，这是结构严谨的课的致命弱点”^①。当今社会，人才资源是科学发展的第一资源，是知识经济时代最活跃的生产力要素。高层次人才已经成为全球化竞争日趋激烈条件下制胜的核心战略资源。21世纪是知识经济的时代，劳动者在素质和结构方面发生了很大的变化，社会需要的是创新型人才。面对目前中国教育的弊端和社会需求之间的不平衡，中国的教育必须肩负起培养适应社会发展的人才的责任。

面对时代对创新型人才的呼吁与需求，中国当前的教育面临严峻的考验。在以考试为目标的教学中，多数教师以分数为目的，怕去改革，怕去尝试，怕因此而造成成绩下降。这样的教学，对学生个体而言，使得他们更容易发展以识记为主要特征的接受性学习，而仅有少部分学生能够形成以创新为主要特征的研究性学习。但是，人类的进步与创新，必须依靠后一种学习方式。

1.1.2 新课改背景下小学数学课堂的变革

基础教育课程改革是这项研究的主要背景。中国教育部在2001年6月8日颁布了《基础教育课程改革纲要（试行）》，开启了我国新一轮的基础教育课程改革。这次改革是中华人民共和国成立以来的第八次改革。《基础教育课程改革纲要（试行）》提出了六项具体的改革目标，从课程功能、课程结构、课程内容、教学过程、课程评价、课程管理方面对基础教育课程进行了全方位的改革^②。有人评价这次课程改革是改革理念最先进、改革投入最多、参与人员最广泛、改革最全面深入的一次课程改革，因此将会是影响最深远的一次课程改革^③。该纲要为基础教育课程改革的指导性文件，2001年的7月教育部颁布了义务教育阶段的18个课程标准，《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》就在其中，该标准首次将义务教育阶段的数学课程进行了全盘考虑，并且根据学生的年龄特征将九年的学习划分成三个学段：第一学段是1~3年级；第二学段是4~6年级；第三学段是7~9年级。2011年教育部又颁布了《数学课程标准（2011年版）》，更加具体地描述了数学教学的总目标和学段目标、课程的内容和实施的建议，比如在新的课程标准中，原有的关键词“符号感”“统

① 蔡金法. 数学教育中的疑难问题 [J]. 小学数学教与学, 2014. 11: 3-4.

② 教育部. 《基础教育课程改革纲要（试行）》，2001.

③ 钟启泉. “教师专业化”的误区及其批判 [J]. 教育发展研究, 2003 (3-4): 110-123.

计观念”分别修改为符号意识和数据分析观念；新增了几何直观、运算能力、模型思想、创新意识四个关键词；明确提出了“四基”：基础知识、基本技能、基本数学思想、基本数学活动经验；提出了发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力。在新课改实施以来，教师的教学观念、教学方法和教材的内容等都发生了很大的变化。但是，改革越是走向深入，出现的问题也越多，数学课堂教学相对于以前的教学是发生了很多的变化，但是从教学的理念到教学的实践是否都服务于学生、都有利于学生的发展，在教科书、教学理念的变换之下，这些具体的变化是如何影响教师的教学的都需要深入思考。

1.1.3 新课改背景下数学广角教学的需要

教育部在2001年6月8日颁布的《基础教育课程改革纲要（试行）》，开启了我国新一轮的基础教育课程改革。随着课程改革的不断深入，新的课程标准也做出了相应的修订，新的课程标准将问题解决列为数学教育的四大目标之一，对义务教育阶段的学生须达到的问题解决的目标，做了如下具体规定：“初步学会从数学的角度提出问题、理解问题，并能综合运用所学的知识和技能解决问题，发展应用意识；形成解决问题的一些基本策略，体验解决问题策略的多样性，发展实践能力与创新精神；学会与人合作，并能与他人交流思维的过程和结果；初步形成评价与反思的意识^①。”人教版数学课标实验教材在围绕课程标准的理念下，对以往教材进行了大幅度改编，以解决问题代替了应用题，不再将应用题根据解题的特点进行分类，而是采用集中编排和分散编排的方式，其分散编排就是将解应用题的知识渗透到数与代数、统计与概率、空间与图形这三大学习领域，集中编排主要体现在综合实践、数学广角里。数学广角是一个应运而生的解决问题的板块，但是它具有自己的独特性，不仅具有解决问题的一般特点，而且具有实践性强，渗透数学思想方法、手段与原理，积累活动经验的特点。数学广角作为人教版数学课标实验教材新增的特色板块，内容新颖、与生活联系密切，活动性和操作性较强，教与学都有着较大的探究空间，学生对这块内容的学习有着浓厚的兴趣，并且其与其他内容相比，思维含量明显较高。但随着课改实验的深入进行，各种教学的困惑也随之而来。如，教学目标定位失当、数学思考落实不到位、数学活动徒具形式、过度追求生活化与趣味性。

认识到数学广角存在的意义之后，面对数学广角教学的这些情况，这项研究的目的是优化数学广角的教学，对数学广角教学实践中的问题进行梳理，了解教学的现状与教师教学中存在的困难，并提出一些教学的思考和建议。

1.2 核心概念界定

这项研究中主要涉及8个核心概念，它们分别是：数学广角、教师知识、教学现状、优质课、常态课、教学案例、调查研究和数学思想方法。为了方便研究，在查找已有文献和研究的基础之上，对这八个核心概念进行了如下界定。

^① 中华人民共和国教育部制定，数学课程标准（2011年版）[M]. 北京：北京师范大学出版社，2012.

(1) 数学广角 (Mathematics Wide Angle): 是人民教育出版社义务教育课程标准实验教科书第一学段和第二学段教材中的独立单元^①。即它是一个单元的名称, 本身的内容非常丰富, 包括一些经典名题 (如鸡兔同笼), 数学中一些重要的基本问题 (如对策、统筹) 和一些重要的与数学相关的研究方法、手段和原理 (如乘法原理、排列与组合、集合中的容斥原理) 等。其编排紧贴生活、由浅入深、螺旋上升, 教学目的是渗透数学的思想方法, 增加学生的体验, 积累学生的数学活动经验, 发展学生的创意思维, 培养学生的创新能力。但是数学广角思维含量与其他部分的内容相比过高, 对教师教学与学生学习都是很大的挑战, 因此数学广角的教学要面向的是全体学生, 培养学生的数学素养。

(2) 教师知识 (Teachers' Knowledge): 是指教师 (作为教师时) 所知道的东西。它包含教师的“信念”, 如在教授某一特定内容时, 知道哪种策略是最为有效的; “记忆”, 如一本教科书的结构是指什么; “理解”, 如怎样运用某种教学方法, 等等^②。这是教师需要或者说担任教师的角色时必不可少的知识。关于教师知识的研究, 最近十几年越来越多, 但是关于教师必须拥有什么知识和拥有多少知识的研究, 人们尚未达成共识。人们在早有的认识中认为: 教师只需要掌握学科内容方面的知识。这种观念到后来被逐渐扩展, 人们意识到教师除了要掌握学科知识之外, 还必须具备教学的艺术, 即关于教学的知识。

埃尔伯兹 (Elbaz) 把她研究的知识称为“实用知识”, 具体包括学科知识、课程知识 (关于学习的经验及课程内容的建构)、教学知识 (包括课堂管理、学生的需要)、教学环境知识和自身知识。

舒尔曼 (Schuurman) 从他的研究角度提出了教师需要具备的七种类别的知识: 与学科内容相关的知识; 一般性教学知识; 课程知识; 与教学内容相关的知识; 与学习者及其特点相关的知识; 与教育环境相关的知识; 关于教育的目标、目的和价值以及他们的哲学和历史基础的知识。

总结以上学者的研究, 教师知识可以归纳到关于数学的这个大背景的知识、教学的知识、学生的知识、教育技术的知识。

关于教师储备知识的多少, 多数研究者认为: 一线教师的知识储备是不足的。

(3) 教学现状 (The Present Teaching Situation): 从认识论的角度看, 教学是一种特殊的认识^③。教学认识的内外条件主要包括活动的条件和环境的条件。活动的条件指教学要素, 如教师、学生、课程、教学手段; 环境的条件指教师、教学设备、校园等, 关于教学认识的动力不是简单地来自社会实践, 而是主要在于教和学之间的矛盾及其转化; 教学认识的客体以课程教材为基本形态; 教学认识的主体是学生; 教师是教学认识的领导者; 教学认识的标准主要是考试。教学现状的含义是教学方面的状态和情况, 它可以由以下三个方面来表现: 学校、学生和教师。它们是反映教学状况的最主要和最直接的因素。通过教学状况的考量, 可以全方位地了解教学的情况, 可以对教育决策做出很好的、很恰当的决定, 也可以为教学的优化提供参考。

① 丁丽. 数学广角学什么与教什么 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2014.

② 范良火. 教师教学知识发展的研究 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2014.

③ 王策三. 教育论集 [M]. 北京: 人民教育出版社, 2002.