

“高效课堂”系列丛书

“2+2”模式精导精练

GAOXIAO
KETANG

高效课堂

数学

九年级上

《高效课堂》编写组 主编



电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高效课堂·数学九年级·上 / 《高效课堂》编写组, 主编.

——成都: 电子科技大学出版社, 2015. 8

ISBN 978-7-5647-3161-8

I. ①高… II. ①高… III. ①中学数学课—

初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 188485 号

高效课堂·九年级数学·上

《高效课堂》编写组 主编

出 版	电子科技大学出版社(成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦 邮编:610051)		
策划编辑	万晓桐		
责任编辑	万晓桐		
主 页	www.uestcp.com.cn		
电子邮箱	uestcp@uestcp.com.cn		
发 行	新华书店经销		
印 刷	成都市前智印务有限责任公司		
成品尺寸	210mm×285mm	印张	9.75 字数 200 千字
版 次	2015 年 8 月第一版		
印 次	2015 年 8 月第一次印刷		
书 号	978-7-5647-3161-8		
定 价	29.00 元		

■版权所有 侵权必究 ■

◆ 本社发行部电话:028-83202463;本社邮购电话:028-83201495。

◆ 本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。

《高效课堂·九年级数学·上》

丛书主编:黄 成

编 委:(排名不分先后)

曾德松	温左福	刘天顺	王春燕	尹显平
赵茂全	杨 娟	梁 红	黄德凤	李 宏
陈 林	林 扬	刘家清	段 波	梁 敏
李秀清	王 淳	黄 蓉	吴尚彬	周新明
徐 强	赵思源	高 敏	张清明	陈 佳
刘春艳	张 燕	程建烈	吉建军	孙仪凤
张集鸿	吴晓刚	张 娟	郑守蓉	游 彬
周玉明	邓家菊	黄洪珍	廖祖林	任雨婷
钟秉江	李良凯	林开柏	邓佳红	王 璐
许 波	陈本强	陈 琳	刘晓红	文远萍
胡一元	段玲莉	黄 宇	罗国彬	吴 萍
谢光全	丁丽君	黄 英	张 强	周端路
刘奇锋	曾 亮	陈华国	黄桂清	张代杰
钟丙玉	付玉兰	游漫天	黄志富	曾文芳

序

这是由一群在现实中践行着自我教学理念的实践者们用自己的思考、行动撰写而成的“高效课堂系列丛书”。

当下,波及整个中国大陆地区已十年的数学课程改革对我们的教材、教学乃至评价所产生的冲击是显而易见的。但由此而形成的有理论与实践参考价值的成果并不多见,特别是关于数学学习方式的研究成果,更是凤毛麟角。

作为此轮数学课程改革的重心之一,“改善学生的数学学习方式”在改革之初颁布的国家《全日制义务教育数学课程标准》(实验稿)和《普通高中数学课程标准》(实验稿)中就被明确提及,而在通过的《全日制义务教育数学课程标准》(修订稿)中仍然再次将它列为改革的重要任务之一。究其原因,从表面上看,应当是国内相关研究始终缺失。事实上,就数学教学研究(包括理论与实践)而言,我们已有的工作更多地涉及“数学课程内容”、“数学教学方法”、“数学教学技术”等,或者说,在“学生”、“教师”、“课程”这三大教学要素中,研究者的目光更多地关注“教师”与“课程”,而忽略“学生”。但深究下去,或许可以追溯到研究者与实践者在观念层面的表现:一直以来,当我们分析一个教材的特色时,关注的是它提供了哪些数学内容,这些内容又是怎样编排的,或者说它的体系怎样;当我们描述一个教学活动时,关注的是其中呈现了哪些数学问题(在例题、练习中),以及这些问题的深刻程度、求解的巧妙性,等等;当我们评价一张试卷时,关注的是它考查了哪些知识点(方法),等等。这些表现折射出一个重要的观念:就数学学习而言,“学什么”远比“怎样学”重要得多。

然而,就基础教育阶段的学生而言,其接受教育的根本目的应当是获得发展——为了在未来社会生活中能够更好地生存。这样的发展是一种“整体”的:既包括知识、技能、能力和素养,也包括情感、态度、价值观;发展的主要途径则是各门课程的学习活动。但显而易见的是,这个“整体”发展并不能简单地等同于各门课程学习内容学习结果之和。以解决问题能力的发展为例,经验与理论研究均表明:它并不能简单地通过传统的“课程知识”的获得就能够完成,事实上,它需要学生们经历诸如:理解问题的意义和内涵、收集必要的信息(数据)并加以分析、探求解决问题的思路、形成自己的猜想、验证与解释自己的结论等等。或者说,在这个意义之下,“怎样学”或许更重要。

遗憾的是,国内数学教育界关于数学教学过程的研究更多的关注教师应当怎样“教”数学,而很少关心学生是怎样“学”数学的。以至于多年来我们习惯了:学生应当适应教学,而不是教学应当适应学生。确切地说,“学生是怎样学习数学的”在国内还是一个新的研究领域,系统的研究还没有开始,甚至我们绝大多数数学教育本科毕业的“科班”教师,没有系统地学过“数学学习心理”的课程。尽管在国际数学教育界,专门的“数学教育心理学(PME)”领域的研究已有长足的发展。

鉴于此,一群在现实中践行的一线教师以“高效课堂系列丛书”的形式实践着。

本套丛书,关于此类教学模式的研究才刚刚开始,需要进一步思考的问题还有很多,如:作为“学的课程”的学案的特质和结构;教师在教学过程中的角色和作用;高效课堂如何更加有效方式来体现……

非常希望经历课程改革的中国数学教育界能够生发出根植于自己课堂的数学教学新模式!它的产生、发展与成型需要从事数学教育的研究者和实践者们的孜孜探求、精心呵护。有鉴于此,我们推出高效课堂教学的系列研究成果,期望得到同仁们的关注和评价。

黄 成
2015 年 1 月

前言

目前各种教辅资料种类繁多、大同小异,基本上是把学生训练成做题“机器人”。而本导学案则侧重于引导学生自主学习、快乐学习,宗旨是“学什么、教什么、考什么”完全依照课程标准和成都市《中考说明》编辑本学案和拟定配套试题,也是今后阶段性考试及期末考试、中考考试的蓝本。“2+2”模式精导精练是指课堂上20分钟为学生自学、教师精讲,另外20分钟为学生练习时间,通过这种方式可以使当课知识当堂过手,使所学知识课课清,提高考试的针对性,真正达到高效课堂的目的。

为充分发挥本套学案的价值和作用,请按以下说明使用本套学案。

1. 学案是引导和帮助学生自主学习探究的方案,是与教材(“教的课程”)配套的学生有效学习的“学的课程”。因此,在课堂教学之前教师就要指导学生利用学案进行今日导学,然后再在课堂上围绕学案内容进行对话讲解和评析,从而让学生获得知识意义的理解和掌握数学思想方法,以及丰富与积累数学活动经验。具体方法是既可作为作业提前要求学生根据学案自学,也可在课堂上先让学生根据学案自主学习,再交流讲解。

2. 为了方便各种层次学生的学习和各类学校的教与学的需要,我们在编写时不论从学时的计划,例习题的难度和例习题类型都设计得多一些,目的是方便大家使用。因此,每个学案的内容不一定要求全部完成,各类学校和各个班级可根据自身情况进行选用和取舍。这样就要求各个学校备课组要进行第二次备课研讨,根据自身学校学生的情况来决定内容和难度的取舍。

3. 学案中的例习题与学习评价中的习题,我们在编写时根据其难易程度用“A级、B级、C级”标注了其水平层次。老师和同学们在学习时可根据自己的情况选用。

4. 每个学案的例习题我们都只给出了简单答案,没有给出详细解答,但在例题中对于稍微难一些的例题都以“思路启迪”的形式予以提示,目的是培养学生独立思考和解决问题的能力,答案只作为自我评价检查之用(答案过于详细,达不到训练学生思维的目的)。此外,每个例题还有“解题反思”和“变式练习”。老师要指导学生进行认真的思考和练习,千万不要跳过。请注意:这两项内容是提高数学解题能力的关键哦!另外例题中的“范例解答”是引导教师规范讲解、学生规范答题,以适应网络阅卷的要求,减少因解题不规范而导致的失分。

5. 对于学案中基础知识和技能的习题量不足部分,教师可以适当补充。

最后强调一点:切忌不要把本学案当成练习册使用,否则便失去了学案本身固有的价值和作用!

本学案在编辑过程中得到了黄成、李志谦老师的大力支持和指导。参与编辑的有曾德松、温左福、刘天顺、王春燕、尹显平、赵茂全、杨娟、梁红、黄德凤、李宏、陈林、林扬、刘家清、段波、梁敏、李秀清、王淳、黄蓉、吴尚彬、周新明、徐强、赵思源、高敏、张清明、陈佳、刘春艳、张燕、程建烈、吉建军、孙仪凤、张集鸿、吴晓刚、张娟、郑守蓉、游彬、周玉明、邓家菊、黄洪珍、廖祖林、任雨婷、钟秉江、李良凯、林开柏、邓佳红、王璐、许波、陈本强、陈琳、刘晓红、文远萍、胡一元、段玲莉、黄宇、罗国彬、吴萍、谢光全、丁丽君、黄英、张强、周端路、刘奇锋、曾亮、陈华国、黄桂清、张代杰、钟丙玉、付玉兰、游漫天、黄志富、曾文芳(排名不分先后)等。在此表示衷心的感谢!

由于时间仓促及编辑经验不足,学案中的错误在所难免,恳请各位批评指正,并由此给您带来的不便深表歉意。

高效课堂编委会

2015年1月

目 录

第一章 特殊平行四边形	1	第六课时 用因式分解法解一元二次方程(1)	36
第一课时 菱形的性质与判定(1)	1	第七课时 用因式分解法解一元二次方程(2)	38
第二课时 菱形的性质与判定(2)	4	第八课时 解一元二次方程习题课	40
第三课时 矩形的性质与判定(1)	7	第九课时 一元二次方程根的判别式(1)	42
第四课时 矩形的性质与判定(2)	10	第十课时 一元二次方程根的判别式(2)	44
第五课时 正方形的性质与判定(1)	13	第十一课时 一元二次方程根与系数的	
第六课时 正方形的性质与判定(2)	16	关系(1)	47
第七课时 菱形、矩形、正方形习题课	19	第十二课时 一元二次方程根与系数的	
第八课时 回顾与思考	21	关系(2)	50
第二章 一元二次方程	25	第十三课时 回顾与思考	53
第一课时 认识一元二次方程	25	第三章 概率的进一步认识	56
第二课时 用配方法求解一元二次方程(1)		第一课时 用树状图或表格求概率(1)	56
.....	28	第二课时 用树状图或表格求概率(2)	59
第三课时 用配方法求解一元二次方程(2)		第三课时 用频率估计概率	63
.....	30	第四课时 回顾与思考	67
第四课时 用公式法求解一元二次方程(1)			
.....	32		
第五课时 用公式法求解一元二次方程(2)			
.....	34		

第四章 图形的相似	71	第十五课时 回顾与思考(2)	111
第一课时 成比例线段(1)	71	第五章 视图与投影	115
第二课时 成比例线段(2)	73	第一课时 中心投影	115
第三课时 成比例线段(3)	75	第二课时 平行投影	118
第四课时 相似多边形	78	第三课时 视图(1)	121
第五课时 探索三角形相似的条件(1)	80	第四课时 视图(2)	125
第六课时 探索三角形相似的条件(2)	83	第五课时 回顾与思考	128
第七课时 探索三角形相似的条件(3)	86	第六章 反比例函数	131
第八课时 三角形相似的判定习题课	89	第一课时 反比例函数	131
第九课时 相似三角形判定定理的证明	92	第二课时 反比例函数的图象与性质(1) ...	134
第十课时 利用相似三角形测高	95	第三课时 反比例函数的图象与性质(2) ...	137
第十一课时 相似三角形的性质(1)	98	第四课时 反比例函数的应用	140
第十二课时 相似三角形的性质(2)	101	第五课时 回顾与思考	143
第十三课时 图形的位似	104		
第十四课时 回顾与思考(1)	107		



第一章 特殊平行四边形

第

一

课

时

菱形的性质与判定(1)

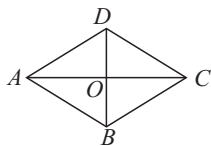


今日导学

菱形的定义:

1. _____ 叫做菱形. 菱形是 _____ 的平行四边形.

★2. 从菱形的定义可以探究菱形具有的性质:



(1) 菱形具有平行四边形的一切性质.

(2) 菱形与平行四边形比较又有其特殊的性质:

① 特殊在“边”上的性质是: 菱形的 _____

符号语言: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形

$\therefore$ _____

② 特殊在“对角线”上的性质是: 菱形的 _____

符号语言: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形

$\therefore$ _____

(3) 菱形既是 _____ 对称图形, 也是 _____ 对称图形, 对称轴是 _____, 共有 _____.

3. 菱形的面积等于 _____.

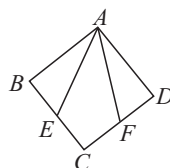
符号语言: $S_{\text{菱形}ABCD} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

点评: 其实只要四边形的对角线互相垂直, 其面积就等于对角线乘积的一半.



典型例题

如图, 在菱形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 BC, CD 的中点,



例题图

求证: $AE = AF$.

思路点拨:

证法 1: 利用菱形性质证得 $\angle B = \angle D$, $AB = AD$, $BE = DF$,

再运用 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ (SAS) 可以证出 $AE = AF$.

证法 2: 连线 AC , 证 $\triangle AEC \cong \triangle AFC$ (SAS).



课时达标

A 级 基础过关

1. 菱形具有而平行四边形不具有的性质是 ()

- A. 对边平行 B. 对角线互相平分
C. 对边相等 D. 对角线互相垂直

2. 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 80^\circ$, AB 的垂直平分线交 AC 于 F , 交 AB 于 E , 则 $\angle CDF =$ ()

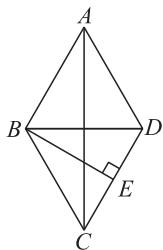
- A. 80° B. 70°
C. 65° D. 60°

3. 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, 对角线 $AC = 8$, BD

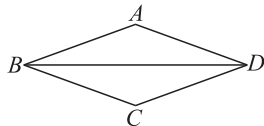


$=6$, $BE \perp CD$, 则 BE 的长是 ()

- A. $\frac{48}{5}$ B. $\frac{24}{5}$
C. $\frac{12}{5}$ D. 以上都不对



3 题图



4 题图

4. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle ABD = 20^\circ$, 则 $\angle C$ 的大小是 ()

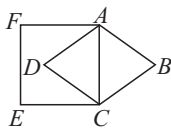
- A. 40° B. 80° C. 120° D. 140°

5. 菱形两邻角之比为 $1:2$, 菱形周长为 40 cm, 则较短对角线长为_____.

6. 已知菱形两条对角线长分别为 12 cm、 8 cm, 则菱形的面积是_____, 周长是_____.

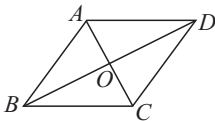
7. 已知菱形 $ABCD$ 中, 若 $\angle ABC = 120^\circ$, 则 $BD:AC =$ _____.

8. 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $AB = 4$, 则以 AC 为边长的正方形 $ACEF$ 的周长为_____.



8 题图

9. 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形. 点 O 是两条对角线的交点, $AB = 5$ cm, $AO = 3$ cm,
(1) 求 AC 与 BD 的长.



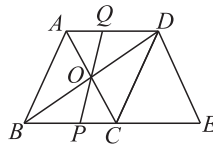
9 题图

(2) 在(1)的情况下, 则菱形的面积是多少?

10. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AB = 5$, $AC = 6$, 过点 D 作 $DE \parallel AC$ 交 BC 的延长线于点 E .

(1) 求 $\triangle BDE$ 的周长.

(2) P 为线段 BC 上的点, 连接 PO 并延长交 AD 于点 Q , 求证: $BP = DQ$.

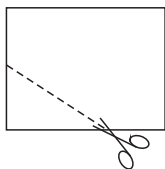


10 题图

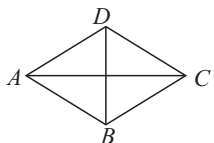


B级 能力提升

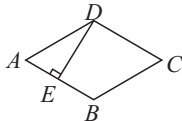
11. 将一个长为 10 cm, 宽为 8 cm 的矩形纸片对折两次后, 沿所得矩形两邻边中点的连线(虚线)剪下, 再打开, 得到的菱形面积为_____.



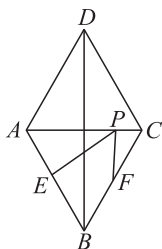
11 题图



12 题图

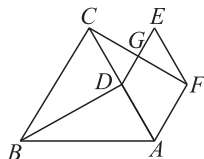


12. 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长是 2 cm, E 是 AB 中点, 且 $DE \perp AB$, 则 $S_{\text{菱形}ABCD} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$.
13. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 $AC=6$, $BD=8$, 点 E 、 F 分别是边 AB 、 BC 的中点, 点 P 在 AC 上运动, 在运动过程中, $PE+PF$ 的最小值为_____.



13 题图

14. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D 为 AC 的中点, 以 AD 为边作菱形 $ADEF$, 且 $AF \parallel BC$, 连接 FC 交 DE 于点 G .

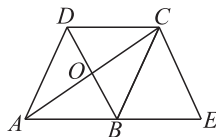


14 题图

- (1) 求证: $\triangle ADB \cong \triangle AFC$.
- (2) 写出图中除(1)以外的两对全等三角形(不要求写证明过程).

15. 如图, 已知菱形 $ABCD$ 的对角线交于点 O , 延长 AB 至 E , 使 $BE=AB$, 连接 CE .

- (1) 求证: $BD=CE$.
- (2) 若 $\angle E=50^\circ$, 求 $\angle BAO$ 的大小.

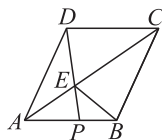


15 题图

C级 拓展变化

16. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, P 是 AB 上的一个动点(不与 A 、 B 重合), 连接 DP 交对角线 AC 于点 E , 连接 BE .

- (1) 证明: $\angle APD = \angle CBE$.
- (2) 试问点 P 运动到什么位置时, $\triangle ADP$ 的面积等于菱形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$, 为什么?



16 题图



第 二 课 时

菱形的性质与判定(2)



今日导学

从“对角线”和“角”两方面得到菱形的判定定理.

菱形的判定定理(1)(定义判定):

文字语言:有一组_____的平行四边形是菱形.

符号语言:在平行四边形 $ABCD$ 中, _____

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形

菱形的判定定理(2)(由对角线判定):

文字语言:_____的平行四边形是菱形.

符号语言:在平行四边形 $ABCD$ 中, _____

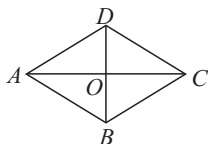
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形

菱形的判定定理(3)(由边判定):

文字语言:_____的四边形是菱形.

符号语言:在四边形 $ABCD$ 中, _____

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形



典型例题

如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,点 P 是对角线 AC 上的一点, $PE \perp AB$, $PF \perp AD$,垂足分别为 E 、 F ,且 $PE=PF$,平行四边形 $ABCD$ 是菱形吗?为什么?

★☆☆范例解答

解:是菱形.

理由如下:

$\because PE \perp AB$, $PF \perp AD$,

且 $PE=PF$,

$\therefore AC$ 是 $\angle DAB$ 的角平分线,

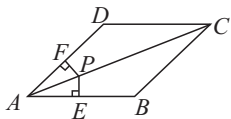
$\therefore \angle DAC = \angle CAE$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore DC \parallel AB$,

$\therefore \angle DCA = \angle CAB$,

$\therefore \angle DAC = \angle DCA$,



例题图

$\therefore DA=DC$,

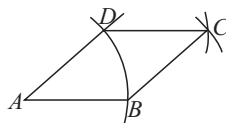
$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形.



课时达标

A 级 基础过关

1. 用直尺和圆规作一个菱形. 如图,能得到四边形 $ABCD$ 是菱形的依据是 ()



1 题图

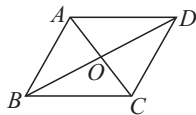
- A. 一组邻边相等的四边形是菱形
B. 四边相等的四边形是菱形
C. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
D. 每条对角线平分一组对角的平行四边形是菱形
2. 若顺次连接四边形 $ABCD$ 各边的中点所得四边形是菱形,则四边形 $ABCD$ 一定是 ()
- A. 菱形
B. 对角线互相垂直的四边形
C. 矩形
D. 对角线相等的四边形
3. 如图,若要使平行四边形 $ABCD$ 成为菱形,则需要添加的条件是 ()

A. $AB=CD$

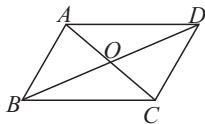
B. $AD=BC$

C. $AB=BC$

D. $AC=BD$



3 题图



5 题图

4. 若一个菱形的边长为 $\sqrt{7}$,则这个菱形两条对角线的平方和为 ()

A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

B. 28

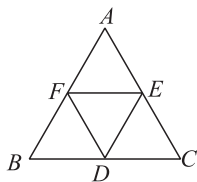
C. 7

D. $\sqrt{7}$



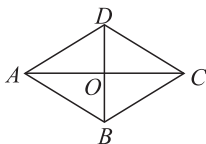
5. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,对角线 AC 、 BD 相交于点 O ,添加一个条件,能使平行四边形 $ABCD$ 成为菱形.你添加的条件是_____.(不再添加辅助线和字母)

6. 如图,在正三角形 ABC 中,
 D 、 E 、 F 分别为边 BC 、 CA 、
 AB 的中点,则图中共有菱形
_____个.



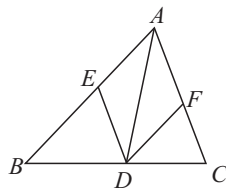
6 题图

7. 菱形 $ABCD$ 的边长为 10,其中 $\angle A = 30^\circ$,那么菱形 $ABCD$ 的面积为_____.
8. 如果菱形的高是 3 cm,且相邻两个内角的比是 1:5,那么这个菱形的边长为_____.
9. 如图, $\square ABCD$ 的两条对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AB=5$, $AC=8$, $DB=6$.
求证:四边形 $ABCD$ 是菱形.



9 题图

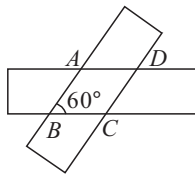
10. 已知, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \parallel AC$ 交 AB 于点 E , $DF \parallel AB$ 交 AC 于点 F .
求证:四边形 $AEDF$ 是菱形.



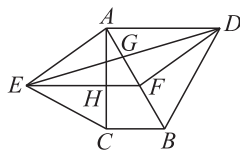
10 题图

B 级 能力提升

11. 如图所示,将两张等宽的长方形纸条交叉叠放,重叠部分是一个四边形 $ABCD$,若 $AD=6$ cm, $\angle ABC=60^\circ$,则四边形 $ABCD$ 的面积等于_____ cm^2 .



11 题图

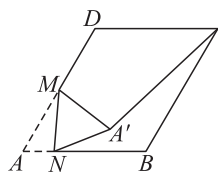


12 题图

12. 如图,分别以直角 $\triangle ABC$ 的斜边 AB 、直角边 AC 为边向 $\triangle ABC$ 外作等边 $\triangle ABD$ 和等边 $\triangle ACE$, F 为 AB 的中点, DE 与 AB 交于点 G , EF 与 AC 交于点 H , $\angle ACB=90^\circ$, $\angle BAC=30^\circ$,给出如下结论:① $EF \perp AC$;② 四边形 $ADFE$ 为菱形;③ $AD=4AG$;④ $FH=\frac{1}{4}BD$. 其中正确的结论有_____.

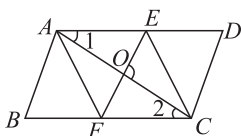


13. 如图,在边长为 2 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = 60^\circ$, M 为 AD 的中点, N 是 AB 边上的一个动点,将 $\triangle AMN$ 沿 MN 所在直线翻折得到 $\triangle A'MN$ 连接 $A'C$,则 $A'C$ 长度的最小值是_____.



13 题图

14. 已知:如图 $\square ABCD$ 的对角线 AC 的垂直平分线与边 AD 、 BC 分别交于 E 、 F .
求证:四边形 $AFCE$ 是菱形.

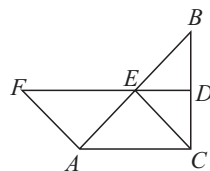


14 题图

15. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, BC 的垂直平分线 DE 交 BC 于 D ,交 AB 于 E , F 在 DE 延长线上,且 $AF = CE = AE$.

(1)说明四边形 $ACEF$ 是平行四边形;

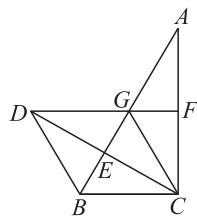
(2)当 $\angle B$ 满足什么条件时,四边形 $ACEF$ 是菱形,并说明理由.



15 题图

C 级 拓展变化

16. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $CD \perp AB$ 交 AB 于点 E ,且 $CD = AC$, $DF \parallel BC$ 分别与 AB 、 AC 交于点 G 、 F ,连接 CG .
(1)求证:四边形 $BCGD$ 是菱形;
(2)若 $BC = 1$,求 DF 的长.



16 题图



第三课时

矩形的性质与判定(1)



今日导学

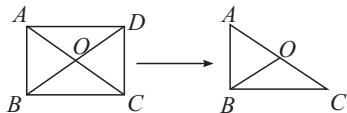
1. 矩形的定义: 有一个角是_____的平行四边形, 叫做矩形.

★2. 由于矩形是特殊的平行四边形, 因此它具有平行四边形的所有性质, 还具有平行四边形不具有的特殊性质. 如下图, 同学们研究矩形的性质, 填写下表:

矩形的性质	边	角	对角线	对称性
具有平行四边形的所有性质				
具有平行四边形不具有的特殊性质				

3. 自主学习: 小明同学在研究矩形的性质时发现, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 将矩形分成两个全等的三角形, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, BO 与 AC 之间存在特殊的大小关系. 你知道是什么关系吗? 并说明理由.

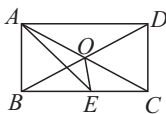
归纳: “直角三角形斜边上的中线等于_____.”



典型例题

例1 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 相交于 O 点, AE 平分 $\angle BAD$, 交 BC 于点 E , 若 $\angle CAE = 15^\circ$, 求 $\angle BOE$.

分析: 由已知不难得出 $\angle OBE = 30^\circ$, 欲求 $\angle BOE$ 的度数, 需解决 BO 与 BE 之间的大小关系.



例1图

★范例解答

解: 如图所示, 在矩形 $ABCD$ 中,

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$, $\therefore \angle EAD = \angle EAB = 45^\circ$
在 $\triangle ABE$ 中, $\therefore \angle BAE = 45^\circ$, $\angle ABE = 90^\circ$

$$\therefore \angle AEB = 45^\circ, \therefore AB = BE$$

$$\because \angle EAD = 45^\circ, \angle EAC = 15^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = 30^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$\because$ 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于 O 点,

$$\therefore AO = BO$$

$\therefore \triangle ABO$ 是等边三角形, 即 $AB = BO$

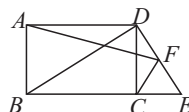
$\therefore$ 在 $\triangle BEO$ 中, $BE = BO$

而 $\angle EBO = 30^\circ$

$$\therefore \angle BOE = \angle BEO = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

例2 已知: 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 延长 BC 至点 E , 使 $BE = BD$, 连接 DE , 若 F 是 DE 的中点, 试确定线段 AF 与 CF 的位置关系.

分析: 如果连接 BF , 由已知, 设法推出 $\angle AFB + \angle BFC = 90^\circ$, 若连接 AC , 设与 BD 交于 O 点, 并连接 OF , 还可利用矩形的



例2图

对角线互相平分且相等, 以及三角形中位线的性质, 得出 $OF = \frac{1}{2}AC$, 相比之下, 后者方法较好.



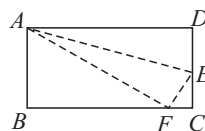
课时达标

A级 基础过关

1. 矩形具有而一般平行四边形不具有的性质是 ()

- A. 对角相等 B. 对边相等
C. 对角线相等 D. 对角线互相平分

2. 如图, 矩形 $ABCD$ 沿 AE 折叠, 使点 D 落在 BC 边上的 F 点处, 如果 $\angle BAF = 60^\circ$, 那么 $\angle DAE$ 等于 ()



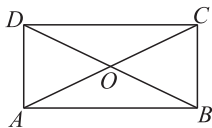
2题图

- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

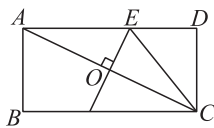


3. 如图, 矩形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 O . $\angle AOD = 60^\circ$, $AD = 2$, 则 AC 的长是 ()

A. 2 B. 4 C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$



3 题图



4 题图

4. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $BC = 4$, 对角线 AC 的垂直平分线分别交 AD 、 AC 于点 E 、 O , 连接 CE , 则 CE 的长为 ()

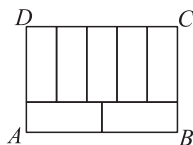
A. 3 B. 3.5 C. 2.5 D. 2.8

5. 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 若对角线 $AC = 10$ cm, 边 $BC = 8$ cm, 则 $\triangle ABO$ 的周长为_____.

6. 矩形 $ABCD$ 的对角线相交于 O , $AC = 2AB$, 则 $\triangle COD$ 为_____ 三角形.

7. 矩形的两条对角线的夹角为 60° , 一条对角线与短边的和为 15, 则短边的长是_____, 对角线的长是_____.

8. 如图, 矩形 $ABCD$ 的周长为 68, 它被分成 7 个全等的矩形, 则矩形 $ABCD$ 的面积为_____.

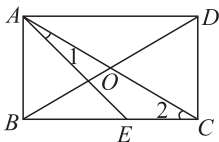


8 题图

9. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, AE 平分 $\angle BAD$, $\angle 1 = 15^\circ$.

(1) 求 $\angle 2$ 的度数;

(2) 求证: $BO = BE$.

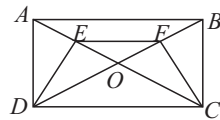


9 题图

10. 已知, 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , E 、 F 分别是 OA 、 OB 的中点.

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle BCF$;

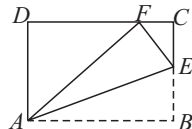
(2) 若 $AD = 4$ cm, $AB = 8$ cm, 求 OF 的长.



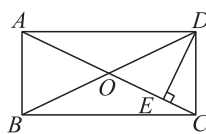
10 题图

B 级 能力提升

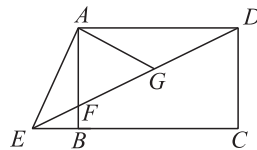
11. 如图, E 为矩形纸片 $ABCD$ 的 BC 边上一点, 将纸片沿 AE 向上折叠, 使点 B 落在 DC 边上的 F 点处. 若 $\triangle AFD$ 的周长为 9, $\triangle ECF$ 的周长为 3, 则矩形 $ABCD$ 的周长为_____.



11 题图



12 题图



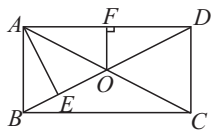
13 题图

12. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $DE \perp AC$ 于点 E , $\angle EDC : \angle EDA = 1 : 2$, 且 $AC = 10$, 则 DE 的长度是_____.

13. 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, 点 E 在线段 CB 的延长线上, 连接 DE 交 AB 于点 F , $\angle AED = 2\angle CED$, 点 G 是 DF 的中点, 若 $BE = 1$, $AG = 4$, 则 AB 的长为_____.

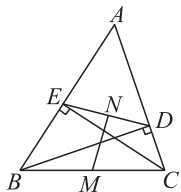


14. 已知:如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AE \perp BD$ 于 E , $BE:ED=1:3$,从两条对角线的交点 O 作 $OF \perp AD$ 于 F ,且 $OF=2$,求 BD 的长.



14 题图

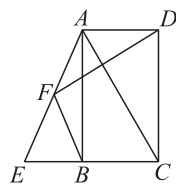
15. 如图,已知 BD 、 CE 是 $\triangle ABC$ 的两条高, M 、 N 分别是 BC 、 DE 的中点, MN 与 DE 有什么位置关系,请证明.



15 题图

C 级 拓展变化

16. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,延长 CB 至点 E ,使 $CE=AC$, F 是 AE 的中点. 求: $BF \perp DF$.



16 题图



第 四 课 时

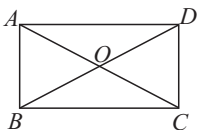
矩形的性质与判定(2)



今日导学

矩形的判定

1. 矩形的定义判定: 有一个角是_____的平行四边形, 叫做矩形.



图形及其符号语言:

∵ 在平行四边形 ABCD 中 _____

∴ 平行四边形 ABCD 是矩形

2. 矩形的其他判定方法.

矩形的判定定理(1)(由对角线判定): 对角线_____的平行四边形是矩形.

图形及其符号语言:

∵ 在平行四边形 ABCD 中 _____

∴ 平行四边形 ABCD 是矩形

矩形的判定定理(2)(由角判定): 有三个角是_____的四边形是矩形.

图形及其符号语言:

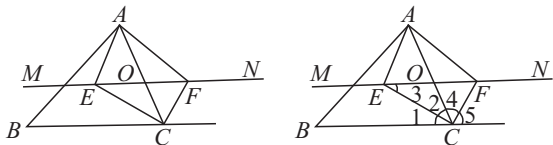
∵ 在四边形 ABCD 中 _____

∴ 平行四边形 ABCD 是矩形



典型例题

例 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 O 是 AC 边上的一个动点, 过点 O 作直线 $MN \parallel BC$, 设 MN 交 $\angle BCA$ 的平分线于点 E , 交 $\angle BCA$ 相邻的外角平分线 CF 于点 F , 点 O 运动到何处时, 四边形 $AECF$ 是矩形?



例题图

☆☆范例解答

证明: ∵ CE 平分 $\angle ACB$

∴ $\angle 1 = \angle 2$

又 ∵ $MN \parallel BC$

∴ $\angle 1 = \angle 3$

∴ $\angle 3 = \angle 2$

∴ $EO = CO$

同理, $FO = CO$

∴ $EO = FO$

当点 O 运动到 AC 的中点时, 四边形 $AECF$ 是“平行四边形”, 当 $\angle ECF = 90^\circ$ 度时, 平行四边形 $AECF$ 是矩形.

∵ $EO = FO$, 点 O 是 AC 的中点

∴ 四边形 $AECF$ 是平行四边形

∵ CF 平分 $\angle BCA$ 的外角

∴ $\angle 4 = \angle 5$

又 ∵ $\angle 1 = \angle 2$

∴ $\angle 2 + \angle 4 = \angle 180^\circ = 90^\circ$

即 $\angle ECF = 90^\circ$

∴ 平行四边形 $AECF$ 是矩形

解析: 首先证明 $EO = CO$, 然后同理再证明 $FO = CO$, 再利用证明四边形是矩形, 则要证明一个角为直角的平行四边形, 通过题干条件证明之.



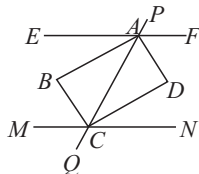
课时达标

A 级 基础过关

1. 能够判断一个四边形是矩形的条件是 ()

- A. 对角线相等
- B. 对角线垂直
- C. 对角线互相平分且相等
- D. 对角线垂直且相等

2. 如图, 直线 $EF \parallel MN$, PQ 交 EF, MN 于 A, C 两点, AB, CB, CD, AD 分别是 $\angle EAC, \angle MCA, \angle ACN, \angle CAF$ 的角平分线, 则四边形 $ABCD$



2 题图

是 ()

- A. 菱形
- B. 平行四边形
- C. 矩形
- D. 不能确定