上海市教辅畅销品牌

新思路

XINSILU FUDAO YU XUNLIAN

辅导与训练

数学 SHUXUE

主编 黄喆

七年级第二学期

（第二版）

上海科学技术出版社

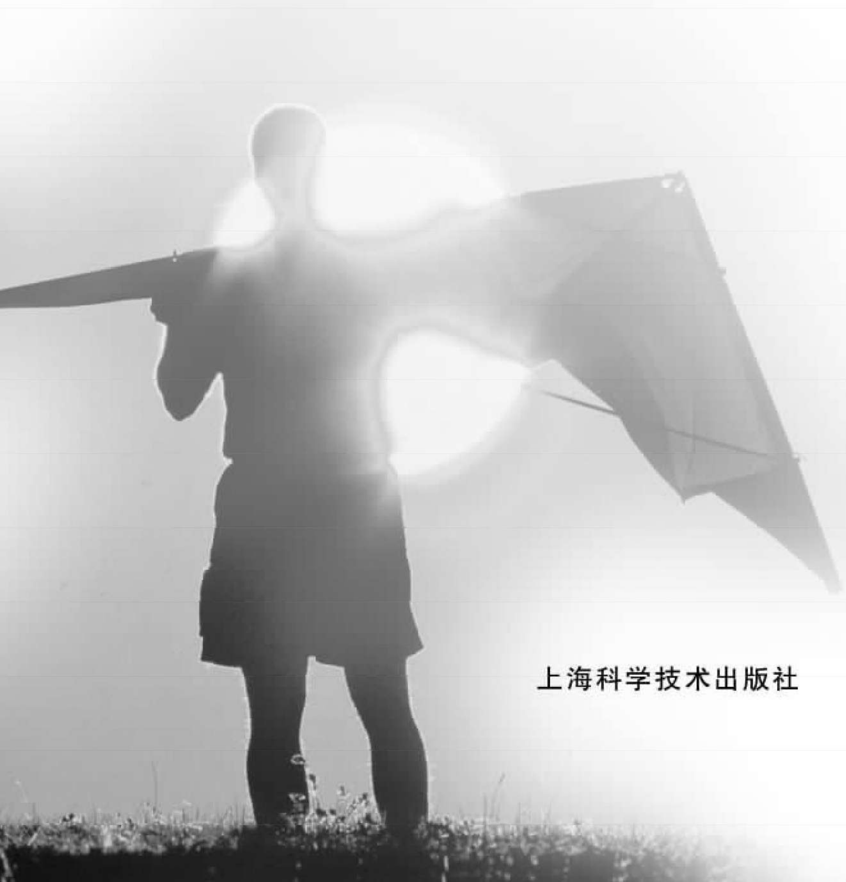
新思路

辅导与训练

数学

七年级第二学期（第二版）

主编 黄喆



上海科学技术出版社

内 容 提 要

《新思路辅导与训练　数学　七年级第二学期　(第二版)》一书依据上海市二期课改数学学科课程标准编写而成.全书按课时编写,每课时由要点归纳、疑难分析、基础训练、拓展训练四部分组成,每四到五课时设置一个阶段训练.力求通过典型例题的辅导和精选习题的训练,帮助学生牢固掌握数学基础知识,提高数学成绩.

图书在版编目(CIP)数据

新思路辅导与训练.数学.七年级.第二学期/黄喆主编.—2版.—上海:上海科学技术出版社,2018.1
ISBN 978-7-5478-3820-4

Ⅰ.①新…　Ⅱ.①黄…　Ⅲ.①中学数学课—初中—教学参考资料　Ⅳ.①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第287033号

责任编辑　周　乐　朱先锋

新思路辅导与训练　数学　七年级第二学期　(第二版)
主　编　黄　喆

上海世纪出版(集团)有限公司
上　海　科　学　技　术　出　版　社　出版、发行
(上海钦州南路71号　邮政编码200235　www.sstp.cn)
常熟市兴达印刷有限公司印刷
开本787×1092　1/16　印张14
字数:305 000
2012年1月第1版　2018年1月第2版第10次印刷
ISBN 978-7-5478-3820-4/G·813
定价:39.00元

出 版 说 明

上世纪90年代初，上海科学技术出版社约请了上海教材主编和一些著名中学的资深教师推出《辅导与训练》丛书，涉及数学、物理、化学等出版社的优势学科. 这套丛书在使用过程中，经多次修订改版，一直以“辅导得当、训练有素”而深受广大师生的青睐，已经成为上海市场的品牌教辅.

本世纪初，为适应上海“二期课改”的需要，我社根据新课标教材，又推出了《新教材辅导与训练》丛书，同样受到读者肯定. 随后推出的《新思路辅导与训练》丛书也受到了广泛好评. 现在，我社在总结各版优点的基础上，根据课程标准和中考要求，对本套丛书进行再次修订，旨在帮助学生理解“二期课改”教材，及时消化所学的知识内容（基本知识、基本技能和相关的重点、难点），克服学习上的困难，增长自学能力，提高学科素养.

《新思路辅导与训练　数学　七年级第二学期　（第二版）》是以《上海市中学数学课程标准》和现行教材为依据编写，内容紧密围绕中考，专为七年级学生而精心设计编写. 本书在整体上以课时为单位进行编写，每课时由要点归纳、疑难分析、基础训练、拓展训练四部分组成，每四到五课时设置一个阶段训练，每章后设置本章复习题. 做到课课有辅导，课后有训练.

【要点归纳】　用简练的几句话归纳本课时学习的要点知识，方便学生归纳、复习.

【疑难分析】　根据教学需要精选典型例题，例题讲解细致，分析透彻，层次鲜明，旨在将疑难问题的解决置于“润物细无声”

的境地，让读者通过研读例题做到举一反三，提高解题能力.

【基础训练】 针对本课时的教学内容，为每个知识点或思想方法编写基础性题目. 在习题的内容、数量上都以精选为标准，力图使学生在最短的时间内掌握其基础知识，使有关教学内容得以巩固和落实.

【拓展训练】 在落实基础的前提下，挑选一些贴近学生实际要求的综合性题目，提高学生的学习积极性，拓展学习视界，提高解题技巧，挑战思维能力.

【阶段训练】 每四到五课时设置一个，可作为学生的周末作业，也可以作为教师的每周测试使用.

本书由上海民办张江集团学校编写，黄喆老师担任主编，刘蓉和刘芳老师参与编写，王麟老师负责审阅.

为初、高中师生提供适用而又有指导意义的辅导书，是我们一贯的心愿，也是当前教学的需要. 对于我们所做的努力和尝试，诚挚地期望广大读者给予批评和指正.

上海科学技术出版社
2018 年 1 月

目　录

注:加“*”部分,为拓展提高部分,可选择使用.

第十二章　实　　数

12.1　实数的概念

要点归纳

1. 无限不循环小数叫做无理数.
2. 有理数和无理数统称为实数.实数可以这样分类:

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\left\{\begin{matrix}\text{正有理数}\\\text{零}\\\text{负有理数}\end{matrix}\right\}\text{——有限小数或无限循环小数}\\\text{无理数}\left\{\begin{matrix}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{matrix}\right\}\text{——无限不循环小数}\end{cases}$$

疑难分析

例 **1**　已知下列各数$\sqrt{36}$，-3，$0.777\cdots$，$3.141\ 5$，$0.1\dot{4}\dot{9}$，$-\frac{5}{12}$，$0.202\ 002\ 000\ 2\cdots$(相邻两个2之间依次多一个0)，$|1-\sqrt{3}|$，$-\sqrt{28}$，$\frac{31}{11}$，$\frac{\pi}{4}$，0.

(1) 属于无理数的是:________________;

(2) 属于非负实数的是:________________.

解　(1) 属于无理数的是:$0.202\ 002\ 000\ 2\cdots$，$|1-\sqrt{3}|$，$-\sqrt{28}$，$\frac{\pi}{4}$.

(2) 属于非负实数的是:$\sqrt{36}$，$0.777\cdots$，$3.141\ 5$，$0.1\dot{4}\dot{9}$，$0.202\ 002\ 000\ 2\cdots$，$|1-\sqrt{3}|$，$\frac{31}{11}$，$\frac{\pi}{4}$，0.

说明　判断一个数是有理数还是无理数,一般从观察数的形式入手,而有些数常常形似而实非.如$\sqrt{36}$形似无理数,而实是有理数;$\frac{\pi}{4}$形似分数,而实是无理数.

例 **2**　判断题*

(1) 无理数就是开方开不尽的数.　(　　)

* 正确的在题后括号内打“√”,错误的打“×”,下同.

(2) 一个实数不是正数,就是负数. (　　)

(3) 一个实数不是有理数,就是无理数. (　　)

(4) 无限小数都是无理数. (　　)

解　(1) ×. 开方开不尽的数一定是无理数,但无理数并不都是开方开不尽的数,如:π.

(2) ×. 实数分为正数、负数和零.

(3) √. 实数是有理数和无理数的统称.

(4) ×. 如:无限循环小数是有理数不是无理数.

例 **3**　判断题

(1) 两个无理数的和必是无理数. (　　)

(2) 两个无理数的积必是无理数. (　　)

(3) 一个有理数除无理数若有意义,则运算结果必为无理数. (　　)

(4) 有理数与无理数的和是无理数. (　　)

解　(1) ×. 如:$\sqrt{2}$和$-\sqrt{2}$,它们的和是有理数 0.

(2) ×. 如:$\sqrt{2}$和$-\sqrt{2}$,它们的积是有理数-2.

(3) √.

(4) √.

基础训练

1. ____________________是无理数;________________和________________统称为实数.

2. 已知下列各数:① $(-\sqrt{2})^0$;② $\sqrt{20}$;③ 0;④ $\sqrt{9}$;⑤ 0.010 010 001…(相邻两个 1 之间依次多一个 0);⑥ $\frac{\pi}{2}$;⑦ $-0.333\cdots$;⑧ $|1-\sqrt{2}|$;⑨ 3.141 592 6;⑩ 2.010 101….

属于无理数的是:______________;(填序号)

属于非负有理数的是:______________;(填序号)

3. 请写出一个在 4 和 5 之间的无理数________________________.

4. $|\pi-3.142|=$________;$|-1-\sqrt{5}|=$________.

5. $2+\sqrt{13}$的相反数是________;$5-\sqrt{3}$的相反数是________.

6. 下列语句正确的是(　　).

A. 无理数都是无限小数　　B. 无限小数都是无理数

C. 带根号的数都是无理数　　D. 不带根号的数一定不是无理数

7. 下列语句正确的是(　　).

A. 无理数与无理数的和一定是无理数

B. 有理数与无理数的和一定是无理数

C. 有理数与无理数的积一定是无理数

D. 无理数与无理数的积一定是无理数

8. 下列说法中错误的个数是(　　).

① $\frac{\pi}{3}$是分数； ② π 是无限小数； ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$是分数； ④ $a^0=1$； ⑤ 0 是实数.

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

9. 下列说法中错误的个数是(　　).

① 一个无理数不是正数就是负数；

② 0 是最小的实数,没有最大的实数；

③ 无理数都是开方开不尽的数；

④ 实数 a 的倒数就是$\frac{1}{a}$.

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

10. 写出三个不大于 1 的无理数.

拓展训练

11. 在数轴上表示 2 的点是 A,与点 A 的距离是$\sqrt{3}$的点对应的实数是__________.

12. 已知 a, b 是有理数,且$(4+\sqrt{5})a+(2-\sqrt{5})b=6+3\sqrt{5}$,求 a, b 的值.

12.2(1)　平方根和开平方(1)

要点归纳

1. 如果一个数的平方等于 a，那么这个数叫做 a 的平方根.求一个数 a 的平方根的运算叫做开平方，a 叫做被开方数.

2. 正数 a 的两个平方根可以用“$\pm\sqrt{a}$”表示，其中$\sqrt{a}$表示 a 的正平方根；$-\sqrt{a}$表示 a 的负平方根.而零的平方根是零.

疑难分析

例 1　判断题

(1) a^2 的正平方根是 a.　(　　)

(2) 196 的平方根是 -14.　(　　)

(3) $-a^2$ 没有平方根.　(　　)

(4) 平方根与原数相同的有 0，1 两数.　(　　)

(5) $\sqrt{16}$的平方根是 ± 4.　(　　)

解　(1) ×. a 可能是负数.

(2) ×. 196 的平方根是 ± 14.

(3) ×. 若 a 等于 0，则 $-a^2$ 也等于 0，0 有平方根.

(4) ×. 1 的平方根是 ± 1.

(5) ×. $\sqrt{16}=4$，4 的平方根是 ± 2.

说明　对于第(5)题，注意要先求出 16 的正平方根，再求 4 的平方根.

例 2　已知某正数的平方根是 $1-2a$ 和 $a+3$，求 a 的平方根.

解　∵ 某正数的平方根是 $1-2a$ 和 $a+3$，∴ $(1-2a)+(a+3)=0$.

解方程，得　$a=4$.

所以 a 的平方根是 ± 2.

例 3　解方程：$(x-2)^2-3=0$.

分析　把“$x-2$”看成一个整体.

解　由原方程，得　$(x-2)^2=3$.

∴ $x-2=\pm\sqrt{3}$.

解得　$x=2\pm\sqrt{3}$.

例 4　(1) 已知 $\sqrt{x+3}+(y-5)^2=0$，求 x，y 的值；

(2) 已知 $\sqrt{x-3}\cdot\sqrt{3-x}=y$，求 x，y 的值.

解 (1) $\because \sqrt{x+3} \geqslant 0$，$(y-5)^2 \geqslant 0$.

又 $\because \sqrt{x+3}+(y-5)^2=0$，$\therefore \sqrt{x+3}=0$，$(y-5)^2=0$.

解方程,得 $x=-3$，$y=5$.

(2) $\because x-3 \geqslant 0$，$3-x \geqslant 0$，$\therefore x \geqslant 3$ 且 $x \leqslant 3$. $\therefore x=3$. $\therefore y=0 \times 0=0$.

说明 挖掘出题目中关于“非负性”的隐含条件是解决这类题的关键.

基础训练

1. 如果一个数的平方等于 a,那么这个数叫做________.

2. $\frac{4}{9}$的平方是________，$\frac{4}{9}$的平方根是________.

3. a 是正数 x 的一个平方根,则________也是正数 x 的平方根.

4. ________的平方根等于它本身.

5. 若 $x-\frac{1}{2}$没有平方根,则 x 的取值范围是________.

6. 使 a 的相反数的平方根有意义的条件是________,且记作________.

7. 当 $x \geqslant 5$ 时,$\sqrt{(5-x)^2}=$________;当 $x<-4$ 时,$\sqrt{(x+4)^2}=$________.

8. 若 $\sqrt{(2a-3)^2}=3-2a$,则 a 的取值范围是________.

9. 下列语句正确的是(　　).

A. $\sqrt{\frac{1}{4}}$的平方根是$\frac{1}{2}$　　B. $\sqrt{\frac{1}{16}}$的平方根是$\pm\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{16}$的平方根是$\pm\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{4}$的平方是$\pm\frac{1}{2}$

10. 下列式子正确的个数是(　　).

① $\sqrt{36}=\pm 6$； ② $-\sqrt{36}=-6$； ③ $\sqrt{-6^2}=6$； ④ $\sqrt{(-2)^2}=2$；
⑤ $\sqrt{(-6)^2}=(\sqrt{-6})^2$.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

11. 求下列各式的值：

(1) $\sqrt{169}=$________；　　(2) $-\sqrt{2\frac{7}{9}}=$________；

(3) $\pm\sqrt{0.0361}=$________；　　(4) $\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2}=$________；

(5) $-\sqrt{\left(-1+\frac{1}{2}\right)^2}=$________；　　(6) $-\sqrt{(\pi-4)^2}=$________.

12. 求下列式子中 x 的值：

(1) $0.04x^2=9$；　　(2) $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}=\frac{2}{9}$；

(3) $\sqrt{\frac{4}{9}}x^2-\sqrt{1\frac{7}{9}}=\sqrt{64}$；　　　　(4) $\left(x-\frac{2}{5}\right)^2=\frac{1}{4}$.

13. 已知 $\sqrt{x-4}+\sqrt{y+3}=0$，求 $2x-y$ 的值.

拓展训练

14. 已知 x，y 是有理数，并且 x，y 满足等式 $2x^2+2y+\sqrt{2}y=42-4\sqrt{2}$，求 $x+y$ 的值.

15. 若 $2a+3$ 和 $a+6$ 是一个正数的两个平方根，则这个正数是多少？

16. 已知 $|a|=9$，$\sqrt{b^2}=16$，且 $|a+b|=-a-b$，求 $a-b$ 的值.

17. 已知 $|2\,017-a|+\sqrt{a-2\,018}=a$，求 $a-2\,017^2$ 的值.

12.2(2) 平方根和开平方(2)

要点归纳

如果正数的小数点向右或向左每移动两位,它的正平方根的小数点就相应地向右或向左移动一位.

疑难分析

例 1 判断:一个正数的正平方根必定小于这个正数.

解 错误.例如:$\frac{1}{4}$ 的正平方根$\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}>\frac{1}{4}$.

说明 其中的规律是:当 $a>1$,则$\sqrt{a}<a$;当 $a=1$,则$\sqrt{a}=a$;当 $0<a<1$,则$\sqrt{a}>a$.

例 2 已知 $9-\sqrt{13}$的整数部分是 a,小数部分是 b,求 $2a+b$.

分析 求一个数的小数部分只需把原数减去整数部分即可.

解 $\because 3=\sqrt{9}<\sqrt{13}<\sqrt{16}=4$, $\therefore -4<-\sqrt{13}<-3$. $\therefore 5<9-\sqrt{13}<6$.

$\therefore a=5$. $\therefore b=4-\sqrt{13}$.

$\therefore 2a+b=2\times5+4-\sqrt{13}=14-\sqrt{13}$.

例 3 已知 $\sqrt{5.217}\approx2.284$, $\sqrt{52.17}\approx7.223$.

(1) 求$\sqrt{0.05217}$和$\sqrt{5217}$;

(2) 已知 $\sqrt{x}\approx0.2284$,求 x 的值;

(3) 求 5 217 000 的平方根.

分析 开平方时,被开方数的小数点向左(或向右)每移动两位,平方根的小数点相应地向左(或向右)移动一位即可.其一般规律是:

当 $a>0$ 时,$\sqrt{10^{2n}\cdot a}=10^{n}\sqrt{a}$, $\sqrt{10^{-2n}a}=\frac{\sqrt{a}}{10^{n}}$($n$ 是自然数).

解 (1) $\sqrt{0.05217}=\sqrt{5.217\times10^{-2}}\approx0.2284$; $\sqrt{5217}=\sqrt{52.17\times10^{2}}\approx72.23$.

(2) $\because \sqrt{x}\approx0.2284=2.284\times10^{-1}$, $\therefore x\approx0.05217$.

(3) $\because 5217000=5.217\times10^{6}$, $\therefore$ 5 217 000 的平方根是 ±2284.

基础训练

1. 平方等于 10^{6} 的数是________.

2. 0.003 6 的平方根是________,$\sqrt{1\frac{7}{9}}=$________.

3. 若一个数的平方根是 $3a+1$ 和 $a-9$,则这个数是________.

4. $\sqrt{64}$的平方是________,$\sqrt{64}$的平方根是________.

5. $\sqrt{24}$的整数部分是________，小数部分是________.

6. $\sqrt{12}-2$ 的整数部分是________，小数部分是________.

7. 设 $\sqrt{2.018}\approx 1.421$，$\sqrt{20.18}\approx 4.492$，则$\sqrt{0.02018}\approx$________；$\sqrt{2018}\approx$________.

8. 求下列各式的值：

(1) $\sqrt{100}=$________；　　(2) 100 的平方根是________；

(3) $\pm\sqrt{4\frac{21}{25}}=$________；　　(4) $(\sqrt{36})^2=$________；

(5) $(\pm\sqrt{25})^2$ 的平方根是________；　　(6) 6^2 的平方根是________.

9. 如果 $0<a<1$，$\sqrt{a}=b$，那么 a 与 b 的大小关系是________________________.

10. 满足 $-\sqrt{2}<x<\sqrt{5}$ 的整数 x 有______________.

11. 一个正方形的边长增加 5 厘米后，面积增加到 80 平方厘米，求原正方形的边长.(结果保留根号)

拓展训练

12. 若 a 的正平方根为 12.3，则平方根是± 1.23 的数是(　　).

A. $\frac{a}{1000}$　　B. $100a$　　C. $\frac{a}{10}$　　D. $\frac{a}{100}$

13. 已知 $5-\sqrt{17}$的整数部分是 a，小数部分是 b，求 $2a+b$ 的值.

14. 已知 $|a-b-1|+\sqrt{(3a-2b-1)^2}=0$，求 $a+4b^2$ 的平方根.

15. 求最小的正整数 m，使得$\sqrt{175m}$是一个自然数.

12.3　立方根和开立方

要点归纳

1. 如果一个数的立方等于 a，那么这个数叫做 a 的立方根，用"$\sqrt[3]{a}$"表示，读作"三次根号 a"，$\sqrt[3]{a}$ 中的 a 叫做被开方数，3 叫做根指数.

求一个数 a 的立方根的运算叫做开立方.

2. 任何一个实数都有立方根，而且只有一个立方根. 正数的立方根是正数；负数的立方根是负数；0 的立方根是 0.

3. 平方根与立方根定义、表示法、性质对照表：

名称	平 方 根	立 方 根
定义	如果一个数的平方等于 a，那么这个数叫做 a 的平方根	如果一个数的立方等于 a，那么这个数叫做 a 的立方根
表示法	记作"$\pm\sqrt{a}$"($a\geqslant 0$)	记作"$\sqrt[3]{a}$"(a 为任意实数)
性质	(1) 当 $a>0$ 时，有两个互为相反数的平方根； (2) 当 $a=0$ 时，平方根为 0； (3) 当 $a<0$ 时，没有平方根	(1) 任何一个实数都有立方根，而且只有一个； (2) $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$

疑难分析

例 1　计算：(1) $\sqrt{2^2}$，$\sqrt{(-2)^2}$，$\sqrt{a^2}$；　　(2) $\sqrt[3]{2^3}$，$\sqrt[3]{(-2)^3}$，$\sqrt[3]{a^3}$.

解　(1) $\sqrt{2^2}=2$，$\sqrt{(-2)^2}=2$，$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a\ (a>0), \\ 0\ (a=0), \\ -a\ (a<0). \end{cases}$

(2) $\sqrt[3]{2^3}=2$，$\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$，$\sqrt[3]{a^3}=a$.

例 2　解下列各题：

(1) 求下列各式的值：$-\sqrt[3]{-\dfrac{343}{8}}$，$\sqrt[3]{(-10)^6}$，$\sqrt[3]{-60\times 18\times 25}$；

(2) 求 256 的平方根的立方根；

(3) 求 $x^3+729=0$ 中 x 的值；

(4) 如果 $\sqrt[3]{200a}$ 是一个整数，那么满足条件最大的负整数 a 是什么？

分析　对于第(1)题，在开立方根前宜先判断运算结果的正负；对于第(2)题，由于 256 的平方根有两个，即 ± 16，因此立方根会有两个；在求解立方根的过程中如果有必要须先对原数分解素因数.

解　(1) $-\sqrt[3]{-\dfrac{343}{8}}=\sqrt[3]{\dfrac{343}{8}}=\dfrac{7}{2}$；$\sqrt[3]{(-10)^6}=\sqrt[3]{10^6}=100$；

$\sqrt[3]{-60\times18\times25}=-\sqrt[3]{5\times3\times2^2\times2\times3^2\times5^2}=-\sqrt[3]{2^3\times3^3\times5^3}=-30.$

(2) ∵ 256 的平方根是 ±16，∴ 256 的平方根的立方根是 $\pm2\sqrt[3]{2}$.

(3) ∵ $x^3+729=0$，∴ $x^3=-729$. ∴ $x=-9$.

(4) ∵ $200a=2^3\times5^2\times a$，∴ $a=-5\times k^3$(k 为整数).

所以最大的负整数 a 是 -5.

例 3 已知 $\sqrt[3]{0.23}\approx0.6127$，$\sqrt[3]{2.3}\approx1.320$，$\sqrt[3]{23}\approx2.844$.

求 $\sqrt[3]{230}$，$\sqrt[3]{-23\,000}$，$\sqrt[3]{0.002\,3}$ 的近似值.

分析 开立方根时，被开方数的小数点向左(或向右)每移动三位，立方根的小数点相应地向左(或向右)移动一位即可. 其一般规律是：

当 $a>0$ 时，$\sqrt[3]{10^{3n}\cdot a}=10^n\sqrt[3]{a}$，$\sqrt[3]{10^{-3n}a}=\dfrac{\sqrt[3]{a}}{10^n}$($n$ 是自然数).

解 $\sqrt[3]{230}\approx6.127$；$\sqrt[3]{-23\,000}\approx-28.44$；$\sqrt[3]{0.002\,3}\approx0.132\,0$.

基础训练

1. 如果一个数的立方等于 a，那么这个数叫做 a 的________，用符号表示为________，而 $-\sqrt[3]{a}$ 表示________.

2. -27 的立方根是________，$\dfrac{1}{125}$ 的立方根是________，$\left|-\dfrac{1}{64}\right|$ 的立方根是________.

3. 平方根等于本身的数是________，立方根等于本身的数是________.

4. 若 $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{-a}$，则 $a=$________.

5. $\dfrac{1}{4}$ 的平方根的立方是________.

6. 如果代数式 $\sqrt{8-x}+\sqrt[3]{x-5}$ 有意义，那么 x 的取值范围是____________.

7. 下列说法正确的是(　　).

A. $-\dfrac{1}{16}$ 没有立方根　　B. $-\dfrac{125}{512}$ 的立方根是 $\dfrac{5}{8}$ 和 $-\dfrac{5}{8}$

C. 729 的平方根的立方根是 3　　D. -4 是 -64 的立方根

8. 计算下列各题：

(1) $\sqrt[3]{(-8)^2}$；　　(2) $-\sqrt[3]{216}$；　　(3) $-\sqrt[3]{-1\dfrac{61}{64}}$；

(4) $\sqrt[3]{-3-\dfrac{3}{8}}$；　　(5) $\sqrt[3]{a^3}$；　　(6) $\sqrt[3]{(-a)^6}$.