

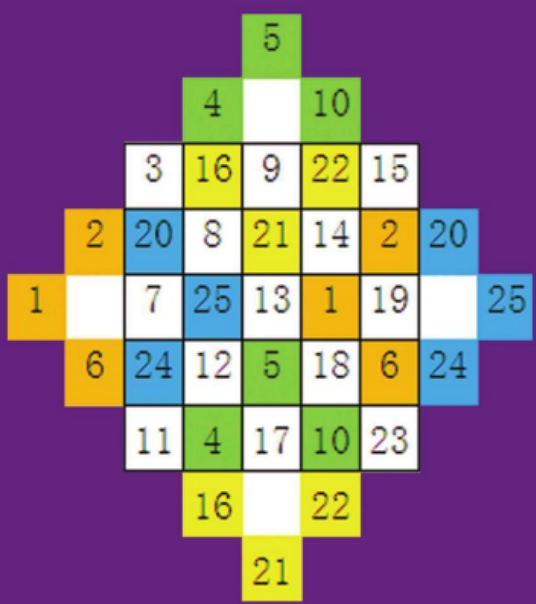
趣味
百变
幻方

佟健华
范利平
编著

河北
科学
技术
出版
社

趣味 百变幻方

佟健华 范利平 编著



河北科学技术出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

趣味百变幻方 / 佟建华, 范利平编著. -- 石家庄:
河北科学技术出版社, 2017. 2

ISBN 978 - 7 - 5375 - 8699 - 3

I. ①趣… II. ①佟… ②范… III. ①智力游戏 - 少
儿读物 IV. ①G898. 2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 022666 号

趣味百变幻方

佟建华 范利平 编著

出版发行 河北科学技术出版社
地 址 石家庄市友谊北大街 330 号 (邮编: 050061)
印 刷 石家庄燕赵创新印刷有限公司
开 本 787 × 1092 1/16
印 张 6
字 数 千字
版 次 2017 年 2 月第 1 版
2017 年 2 月第 1 次印刷
定 价 . 00 元

作者简介

佟健华，男，满族，1944 年出生，辽宁省黑山县人，张家口学院副院长、教授。主要研究领域：中国数学史、数学教育史、数学考古、地方历史文化及数学教育等。著有《中国古代数学教育史》《中国近代科学先行者华蘅芳》《最优化方法选讲》《教育统计与测量》等多部著作；撰写、发表论文 60 多篇，其中《元中都遗址出土阿拉伯幻方之研究》发表在《中国国家博物馆馆刊》上，《杨辉的数学教育思想方法》发表在《数学教育学报》上，《华世芳振兴和推广数学的思想》发表在《教育史研究》上。还承担多项国家、省、市科研课题并获奖，曾获曾宪梓教师三等奖。

范利平，男，汉族，中共党员，1980 年 7 月出生，河北省沽源县人，中学一级教师，曾在张北县一中任教，现为张北县政府办公室干部。2005 年参加工作，先后被评为县数学名师、模范教师、优秀班主任，市优秀教师、市教育系统共产党员岗位先锋，省级高考优秀阅卷员，全国辅导高考、研究考试国家级权威期刊《考试》高考数学编委会专家库成员。2005 年以来参加市级重点课题“高中数学探究性学习研究”，并主持了市级重点课题“自我反思、同伴互助、专业引领的校本教研”，参与了市级重点课题“多媒体技术与高中数学教学的整合方式研究”，深受同行好评。认真总结学科和自己的教研、教改经验，撰写了大量指导教学的总结、论文，其中《浅议数学归纳法在高中数学的应用》发表于国家级权威刊物《考试·高考数学》中，《例谈数列中的三种数学思想》《导数——高考数学中的‘航母’》发表于《学生新报》，所撰写的《课堂教学艺术》获河北省第三届教育教学优秀论文征文三等奖。

序

《数学课程标准（2011年版）》要求：有条件的学校可以建立“数学实验室”供学生使用。问题是，如果数学实验对每一位学生的数学学习都是不可或缺的，那就应该不管条件有无，学校都应该创造条件让每一位学生都有机会经历数学实验的过程。

适逢“元中都遗址”考古队发现了一个青石阿拉伯数码的六阶幻方，而从事了几十年数学教育的佟健华先生和正在从事数学教研工作的范利平老师抓住了这个契机，编写了《趣味百变幻方》这本教材不说，还设计了“六六幻方”学具。于是，学生做数学实验就有了条件，有书还有器，动手“做数学”成为现实。

幻方是古老的游戏，地球上的不同文明、不同文化，大多有过幻方的记载。我曾认为阿拉伯数字在我国传播是19世纪后期的事情，但从这个考古发现看，至少早在14世纪，阿拉伯数字就已经进入了中国，可见先进文化的传播与交融呈现的是上下前后、左右纵横之势，犹如生命赖以生存的水一般，无孔不入，无处不到。

好的数学实验内容，要让学生有动手操作的机会，要有趣好玩、简单易行，既能够纵横中、小学阶段的数学学科知识，又能够启人心智，健脑促思，还可以合作博弈、相互促进。幻方，这个富集了人类数千年智慧的“数学游戏”显然具有这些特点或特征。一年级

小学生可以用它学算加法，高中学生可以用它竞技斗智，挖掘原理性的知识。

有了这本《趣味百变幻方》，再加上“六六幻方”学具，就有条件进行数学实验了，每一名学生都可以经历动手操作的数学实验过程。佟先生、范老师对我们数学教学和数学学习贡献了他们的智慧和心血，我作为他们的同行，由衷地感谢他们、敬佩他们！让我们共同多想办法、创造条件，使得学生有条件动手做各种数学实验。

方运加

2015年8月8日于首都师范大学

前 言

在数学测试面前——

孩子的心声：数学难，为什么还要我们学好数学呢？

家长的心声：成绩差，总让人不满意！

教师的心声：课本易，试题难，孩子越来越没自信了，怎么激发学习数学的兴趣呢？

面对以上种种心声，我们以“无中都遗址”出土的六六幻方（1998 年秋，“元中都遗址”考古队发现了一个青石阿拉伯数码的六阶幻方）为切入点，推出了校本课程《趣味百变幻方》试行之，其内容力求体现：

地方性：让学生感兴趣。以“元中都遗址”出土的六六幻方为切入点，以幻方史为纲，以知识点为讲，构建起张北的幻方知识体系，使幻方知识螺旋式上升，从而激发学生学习数学的兴趣。

过程性：幻方好学好玩。结合自学的特点，由浅入深，层层深入，使学生感到好学；玩幻方是在作思维的训练，结合“六六幻方”学具，让学生在玩中学学中玩，且学以致用。学一玩一用是一个认知过程。

拓展性：开发学生智力。幻方知识作为课堂教学的延伸，可以培养学生的构造思维能力，而构造思维能力是创新能力的一部分，这对于提高学生的数学能力至关重要。

本书将本着学生能学会、教师能辅导、家长能参与的宗旨，为热爱幻方的莘莘学子而编，望你们用心学习，对以后的学习有所帮助。



此书适合小学高年级及初高中学生学习与使用，将在张北县一中、二中、三中、四中，张北县师范路小学等学校使用。由于编者水平所限，书中如有错误或不妥之处，敬请广大师生、家长批评指正，以便修改，使本书更加完善。

佟健华 范利平

2015 年 6 月 8 日

目 录

第一讲 元中都青石幻方的来历

一、白城子的历史之谜

二、元中都

三、青石阿拉伯数码六阶幻方

第二讲 幻方简史

第三讲 幻方游戏玩法

第四讲 幻方形态及概念

第五讲 奇数阶幻方

一、九宫图

二、奇数阶幻方初级解法

三、奇数阶幻方高级解法

第六讲 偶数阶幻方

一、奇偶数阶幻方的构造方法

二、双偶数阶幻方的构造方法

第七讲 幻方的趣味问题

附录



元中都遗址出土的阿拉伯幻方之研究

元中都的营建及其与幻方相关的问题

阿拉伯古典数学的传入

第一讲 元中都青石幻方的来历



本讲导读

1998 年秋，由河北省文物研究所、张家口市和张北县文物部门联合组成的“元中都遗址”考古队，开始对白城子进行了勘探和部分发掘。历史本来面目得以还原，元中都在张北！白城子的历史之谜得以解开，它经历了漫长的过程，是众多学者艰辛探索和学识的展现。感到惊喜的是发现青石阿拉伯数码六阶幻方，为学子提供了学习数学的资源，增强了张北人本土文化的自豪感！

一、白城子的历史之谜

白城子位于河北省张北县城西北 15 千米处馒头营乡。黄可润《口北三厅志》有“土人曰：‘插汗巴尔哈逊’”，用现在的话翻译过来就是白色的城堡。据村民反映，白城子经常发生狼一黑夜的嚎，鬼一黑夜的哭；半夜战马齐鸣，厮杀声不绝，等出来一看，外面月色依旧，城内静悄悄。由于这一原因，村民纷纷搬出城堡，才让古城完整地保存了下来。白城子有的人叫它肖天佐的行宫，也有的人叫它穆桂英的营帐等；还有的人称它为辽代的北羊城，是耶律阿保机时代建的榷场，也就是牲畜交易市场。众说纷纭，神乎其神。

张北县文物局在白城子进行文物普查时发现，村民搬家时把白城子里散落的砖瓦、柱础，带龙的石条，还有一些字迹模糊的大石碑等等，用车拉回家作为重建家园的建筑材料。



图 1-1 白城子里散落的砖瓦

1981 年暑假，张北学者尹自先先生走进“白城子”古城，发现一处建筑废墟：散落着的琉璃瓦；十多个台基上许多残断的汉白玉、石雕；刻纹的、雕兽的，最少有五六个柱础半掩在土中（图1-1、图1-2、图1-3、图1-4）。这是“北羊城”吗？怎么会有皇家的建筑构件呢？他回来后，查阅了明代《金幼孜北征录》后，撰写了《元代中都白城子》，发表在 1982 年 2 月 22 日的《张家口日报》上。



图 1-2 白城子里出土的柱础

随后，尹自先先生去元上都实地考察。回来后撰写了《白城子说》，1987 年发表在《河北地方志》上，这就是元中都吗？一石激起千层浪，引起了历史学者、考古学家的关注。



图 1-3 白城子出土的汉白玉螭首



图 1-4 雕刻细腻、形态各异的汉白玉螭首

1982 年，考古学家刘建华发现，北羊城既然是辽代的牲畜交易市场，为什么会有皇城之说呢？1983 年 10 月，刘建华来到白城子进行考察，发现有柱础石、汉白玉的鸱吻、琉璃龙纹滴水、龙纹瓦当等标本，她认为这些东西都是元代的，而且应该不是一般的城，这个城应该是与皇家有关系的。随后写出《河北省张北县白城子古城遗址调查简报》，发表在《辽海文物学刊》1995 年的第二期。引起了北京大学考古学家宿白的重视，同时引起了河北省文物部门的关注。在宿白的推动下，河北省考古研究所组成了考古队，对白城子进行全面的调查和勘探，查看白城子究竟是不是元中都。

1997 年 8 月 16 日至 17 日，中国元史研究会、河北省文物局在张北县召开了元中都学术研讨会。20 多名历史和考古专家对白城子进行

了论证考察。一致认为：距张北县城 15 千米的白城子就是元中都遗址，这对于研究元代历史具有重要意义，白城子的面目逐渐清晰。

二、元中都

白城子究竟是不是元中都？考古勘察发掘是让人最为置信的方法。1998 年秋，由河北省文物研究所、张家口市和张北县文物部门联合组成的考古队，对其进行了勘探和部分发掘。发掘结果体现在河北省文物研究所编著，文物出版社出版的《元中都——1998 - 2003 年发掘报告》（图 1 - 5）中。全书记录、分析和总结了元中都的发掘成果。该书分上下两册，上册包含宫城西南角台、宫城一号殿址、宫城南门等 8 个章节，并附录了 6 篇元中都考古研究论文；下册共收录相关彩色图版 436 幅，黑白图版 264 幅。全书图文并茂，使用大量考古资料和考古信息，确定了元中都的具体位置，准确定位了重要建筑基址，揭示了部分重要建筑的基本特点，使城市整体布局趋于明晰，证明了元中都都不是一座单纯的行宫或军事性的地方城市，而是一座具有三套城墙



图 1 - 5 《元中都——1998 - 2003 年发掘报告》

架构的都城。元中都因而入选 1999 年全国十大考古新发现。

元中都是元朝三大都城之一。元大德十一年（1307 年），元武宗海山肇建，历时 4 年。至大四年（1311 年）正月，武宗驾崩，仁宗继位，罢建中都，降为行宫使用。至正十八年（1358 年），红巾军三路北伐，将元中都焚毁，元中都逐渐淡出历史视野。



图 1-6 元中都复原图

三、青石阿拉伯数码六阶幻方

在元中都一号大殿前殿北部中心出土了一枚幻方。深灰色青石，基本为正方形，宽 14.5 ~ 14.7 厘米，高 15.2 厘米，从中间劈裂为上下两片，上片厚 0.9 ~ 1.1 厘米，下片厚 1.7 ~ 1.9 厘米，总厚 2.7 ~ 2.9 厘米。幻方正面较平滑，侧面及底面都不太光滑，底面粘有白灰。在正面留出侧边 0.5 厘米、上下边 0.8 厘米的边缘，阴刻纵横各六道方格线，个别线有出头，不太严谨。方格边长 2.15 ~ 2.35 厘米。在方格阴刻 1 ~ 36 共 36 个古阿拉伯数字，每个数字均斜向。角部有残（图 1-7）。六阶幻方译图见图 1-8。



图 1-7 青石阿拉伯数码六阶幻方

2	34	33	32	9	1
7	18	24	21	11	30
8	19	13	16	26	29
27	15	25	20	14	10
31	22	12	17	23	6
36	3	4	5	28	35

图 1-8 六阶幻方译图

青石幻方已成为张北县元中都博物馆的镇馆之宝。元中都一号大殿前殿，肯定是武宗议论朝政的场所，而一号大殿前殿北部中心可能是武宗龙椅宝座的位置。该青石阿拉伯数码幻方当做寻吉避祸的器物，埋设在元中都一号大殿前殿北部中心，以求元朝和元中都永固。元中都阿拉伯数码幻方的发现，既可以作为研究阿拉伯数码的演变和阿拉伯幻方传入中国的历史资料，又可以为元代中国同阿拉伯国家文化交流史提供新的证据。

第二讲 幻方简史



本讲导读

著名数学史家李俨著有《中算史论丛》，其中第一集的第六章是《中算家的纵横图研究》，他从十个方面全面介绍了我国清朝以前幻方历史研究资料。幻方简史一讲从数学史视角，简要介绍了幻方中外发展历史脉络，通过幻方各个节点的展现，幻方从一开始就与虚幻和神秘的事物联系在一起，产生了审美效果；幻方的多样性和变幻特征，具有哲学意义。幻方又似乎成了组合数学发源的象征，幻方对许多人有着强有力的魅惑，吸引人们强烈探索的欲望，此为幻方知识深入学习作出铺垫。

河图洛书是中华文明之根，河洛文化是中华文化的源头之一。河图与洛书这两大“谜”，其源自哪里至今没有定论。

据传说，远古的伏羲时代，有一神奇的龙马背负着一张神秘的图，出现在孟水水面上，象征吉庆，后世称之为“河图”（图2-1、图2-2）；在大禹治水的年代，又有一神龟背负着另一张神秘的图浮出洛水，呈祥显瑞，后世称之为“洛书”（图2-3、图2-4）。



图2-1 河图

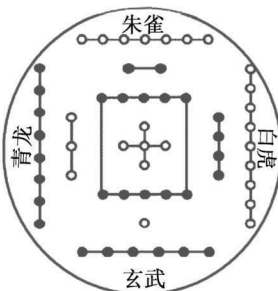


图2-2 河图详解

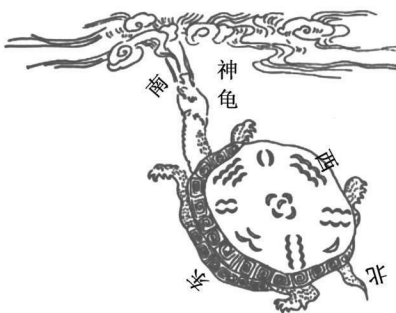


图2-3 洛书

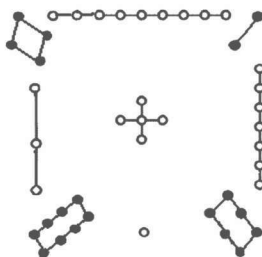


图2-4 洛书详解

《周易·系辞传》^①有“河出图，洛出书，圣人则之”之说。汉代经学家郑玄说：“《春秋纬云》：‘河以通乾出天苞，洛以流坤吐地符’。河龙图发，洛龟书感，《河图》有九篇，《洛书》有六篇。”郑玄在注解中，提出了一个天地生成数图和九宫图。即《系辞传》中所说的“天数五，地数五，五位相得而各有合”，其中，“天数五”时至1、3、5、7、9这五个奇数，“地数五”时至2、4、6、8、10这五个偶数，“五位相得而各有合”，即将这些奇、偶数接六位配合后构成“天地生成之数”，如图2-5。

$$\begin{array}{ccccc}
 & 2 & 7 & & \\
 3 & 8 & 5 & 10 & 4 & 9 \\
 & 1 & 6 & &
 \end{array}$$

图2-5 天地生成之数

^① 《周易·系辞传》：易理的入门文章，包含了易气、易象、易数的许多内容。