



课堂 内外

主编 高明俊 加玉杰



我的能量超乎你想象

课时训练 基本功专练 专题突破
章末提升 滚动阶段测 综合测试

数学 | **八** 年级
下册



四川大学出版社



课堂 内外

主编 高明俊 加玉杰



我的能量超乎你想象

课时训练 基本功专练 专题突破
章末提升 滚动阶段测 综合测试

数学 | 八 年级
下册



四川大学出版社

项目策划：唐 飞
责任编辑：唐 飞
责任校对：蒋 筠
封面设计：湖北梯田文化传播有限公司
责任印制：王 炜

图书在版编目(CIP)数据

名校课堂内外. 数学八年级. 下册 / 高明俊, 加玉杰主编. — 成都 : 四川大学出版社, 2019.9
ISBN 978-7-5690-3136-2

I. ①名… II. ①高… ②加… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第232862号

书名 名校课堂内外·数学八年级·下册

MINGXIAOKETANGNEIWAI · SHUXUEBANIANJI · XIACE

主 编	高明俊 加玉杰
出 版	四川大学出版社
地 址	成都市一环路南一段24号(610065)
发 行	四川大学出版社
书 号	ISBN 978-7-5690-3136-2
印 刷	沈阳市新天龙印刷有限公司
成品尺寸	210mm×295mm
印 张	10.5
字 数	357千字
版 次	2019年11月第1版
印 次	2019年11月第1次印刷
定 价	43.80元

版权所有 ◆ 侵权必究

- ◆ 读者邮购本书, 请与本社发行科联系。
电话: (028)85408408/(028)85401670/
(028)86408023 邮政编码: 610065
- ◆ 本社图书如有印装质量问题, 请寄回出版社调换。
- ◆ 网址: <http://press.scu.edu.cn>



四川大学出版社
微信公众号

目录

CONTENTS

第16章

16.1	二次根式	(1)
16.2	二次根式的运算	(3)
16.2.1	二次根式的乘除	(3)
第1课时	二次根式的乘法	(3)
第2课时	二次根式的除法	(5)
第3课时	二次根式的乘除混合运算及大小比较	(7)
16.2.2	二次根式的加减	(9)
第1课时	二次根式的加减	(9)
第2课时	二次根式的混合运算	(11)
滚动小专题(一)	二次根式运算常见题型	(13)

第17章

17.1	一元二次方程	(15)
17.2	一元二次方程的解法	(17)
第1课时	直接开平方法	(17)
第2课时	配方法	(19)
第3课时	公式法	(21)
第4课时	因式分解法	(23)
滚动小专题(二)	选择合适的方法解一元二次方程	(25)

17.3	一元二次方程根的判别式	(27)
17.4	一元二次方程的根与系数的关系	(29)
滚动小专题(三)	根的判别式及根与系数的关系	(31)
滚动小专题(四)	一元二次方程易错题归类	(33)
17.5	一元二次方程的应用	(35)
第1课时	增长(降低)率问题与数字问题	(35)
第2课时	图形面积问题与利润问题	(37)
第3课时	可化为一元二次方程的分式方程的应用	(39)
滚动小专题(五)	一元二次方程的应用	(41)

第18章

18.1	勾股定理	(43)
第1课时	勾股定理	(43)
第2课时	勾股定理的应用	(45)
18.2	勾股定理的逆定理	(47)
滚动小专题(六)	证垂直在解题中的应用	(49)
滚动小专题(七)	勾股定理及其逆定理易错归类	(50)

第19章

19.1	多边形内角和	(51)
19.2	平行四边形	(53)
第1课时	平行四边形的性质 1、2	(53)
第2课时	平行四边形的性质 3	(55)
第3课时	平行四边形的判定 1(定理 1)	(57)
第4课时	平行四边形的判定 2(定理 2、3)	(59)
第5课时	三角形的中位线	(61)
滚动小专题(八)	用平行四边形的性质巧解题	(63)
滚动小专题(九)	判定平行四边形的四种常用方法	(64)
滚动小专题(十)	构造中位线的方法	(65)
19.3	矩形、菱形、正方形	(66)
19.3.1	矩形	(66)
第1课时	矩形的性质	(66)
第2课时	矩形的判定	(68)
19.3.2	菱形	(70)
第1课时	菱形的性质	(70)
第2课时	菱形的判定	(72)
19.3.3	正方形	(74)
滚动小专题(十一)	特殊平行四边形的性质与判定的应用	(76)
滚动小专题(十二)	特殊平行四边形中的折叠	(78)
19.4	综合与实践 多边形的镶嵌	(79)

第20章

20.1	数据的频数分布	(81)
20.2	数据的集中趋势与离散程度	(83)
20.2.1	数据的集中趋势	(83)
第1课时	平均数	(83)
第2课时	中位数与众数	(85)
第3课时	用样本平均数估计总体平均数	(87)
20.2.2	数据的离散程度	(89)
第1课时	方差	(89)
第2课时	用样本方差估计总体方差	(91)
滚动小专题(十三)	分析数据决策的三种常见类型	(93)
双休专练 (可以单独拆开使用)		
双休作业(一)	(16.1~16.2)	(94)
双休作业(二)	(17.1~17.4)	(96)
双休作业(三)	(17.5)	(98)
双休作业(四)	(18.1~18.2)	(100)
双休作业(五)	(19.1~19.2)	(102)
双休作业(六)	(19.3~19.4)	(104)
双休作业(七)	(20.1~20.2)	(106)
第16章综合测试卷		(108)
第17章综合测试卷		(114)
第18章综合测试卷		(120)
期中综合测试卷		(126)
第19章综合测试卷		(132)
第20章综合测试卷		(138)
期末综合测试卷(一)		(144)
期末综合测试卷(二)		(150)
参考答案		(156)

第 16 章

二次根式



二次根式的判别

16.1 二次根式

自主学习

—— 梳要点

- 二次根式的概念: 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫_____, 符号“ $\sqrt{\quad}$ ”叫做_____, 根号下的数叫做_____. 当 a _____ 0 时, $\sqrt{a}$ 才有意义.
- 当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a}$ 表示 a 的_____, 因此, 二次根式 $\sqrt{a}$ 中: ①被开方数 a _____ 0 (非负); ② $\sqrt{a}$ _____ 0 (非负).
- 二次根式的性质 1: $(\sqrt{a})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \geq 0$).
- 二次根式的性质 2:

$$\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}} = \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} & (a \geq 0), \\ \underline{\hspace{2cm}} & (a < 0). \end{cases}$$

课堂夯基

—— 逐点练

知识点 1 二次根式的定义

- 下列式子中, 是二次根式的是 ()
A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt[3]{7}$ C. $\sqrt{a}$ D. a
- 下列式子不一定是二次根式的是 ()
A. $\sqrt{x+1}$ B. $\sqrt{x^2+1}$
C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{(x-1)^2}$

知识点 2 二次根式有意义的条件

- (成都市中考) 二次根式 $\sqrt{x-1}$ 中, x 的取值范围是 ()
A. $x \geq 1$ B. $x > 1$
C. $x \leq 1$ D. $x < 1$
- (济宁市中考) 若 $\sqrt{2x-3} + \sqrt{3-2x} - 3$ 在实数范围内有意义, 则 x 满足的条件是 ()
A. $x \geq \frac{3}{2}$ B. $x \leq \frac{3}{2}$
C. $x = \frac{3}{2}$ D. $x \neq \frac{3}{2}$
- (丹东市中考) 若式子 $\frac{\sqrt{2-x}}{x}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围为_____.
- (教材习题变式) 求使下列各式有意义的字母 x 的取值范围.

$$(1) \sqrt{2x-6}; (2) \frac{1}{\sqrt{2x-1}}; (3) \frac{\sqrt{x+1}}{2x+1}; (4) \sqrt{x^2+1}.$$

知识点 3 二次根式的性质

- 若 $\sqrt{x-1} + (y+2)^2 = 0$, 则 $(x+y)^{2018}$ 等于 ()
A. -1 B. 1 C. 3^{2018} D. -3^{2018}
- 下列计算正确的是 ()
A. $(\sqrt{5})^2 = 25$ B. $(-\sqrt{-3})^2 = -3$
C. $(\sqrt{0})^2 = 0$ D. $(5\sqrt{2})^2 = 10$
- 当 $m < 0$ 时, 化简 $\frac{\sqrt{m^2}}{m}$ 的结果是 ()
A. -1 B. 1 C. m D. $-m$
- (南京市中考) $\sqrt{(-3)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (教材习题变式) 计算:
(1) $(\sqrt{1.4})^2$; (2) $-\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2$;
(3) $(-3\sqrt{2})^2$; (4) $(\sqrt{5x^2+1})^2$.
- 当 $-1 < a < 1$ 时, 化简 $\sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-1)^2}$.

知识整合——提升练

13. (潍坊市中考)若代数式 $\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-1}}$ 有意义,则实数 x

的取值范围是 ()

A. $x \geq 1$ B. $x \geq 2$ C. $x > 1$ D. $x > 2$

14. 计算 $(\sqrt{2-x})^2 + \sqrt{(x-3)^2}$ 的结果是 ()

A. -1 B. $2x-5$

C. $5-2x$ D. 1

15. 当 x 为何值时,下列各式在实数范围内有意义.

(1) $\sqrt{2x+3} + \frac{1}{x+1} + (x-3)^0$;

(2) $\frac{\sqrt{x+2}}{|x|-4}$;

(3) $\sqrt{x-1} + \sqrt{2-x}$.

16. 在实数范围内分解因式:

(1) $x^4 - 9$;

(2) $5x^2 - 11$.

17. 计算:

(1) $\sqrt{2 \times 8} - \sqrt{(-3)^2} + 3\sqrt{(-\frac{1}{3})^2}$;

(2) $\sqrt{4^2} - \sqrt{(-2)^2} + (3\sqrt{5})^2 - (-\sqrt{7})^2$;

(3) $-(\sqrt{\frac{1}{3}})^2 + \sqrt{(-\frac{5}{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$.

18. (合肥三十八中单元卷)已知 a, b 为一等腰三角形两边长,且满足等式 $2\sqrt{3a-12} + 3\sqrt{24-6a} = b - 8$,求此等腰三角形周长.

名师培优——拓展练

19. 若 m, n 为实数,且 $m < \sqrt{2-n} + \sqrt{n-2} + 3$,化简:

$\frac{1}{3-m} \sqrt{m^2 - 6m + 9} + \sqrt{2n}$.

16.2 二次根式的运算



拆根的应用:化简

16.2.1 二次根式的乘除

第1课时 二次根式的乘法

自主学习

——梳要点

- 二次根式的性质 3: 如果 $a \geq 0, b \geq 0$, 那么 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} =$ _____; 反过来, $\sqrt{ab} =$ _____ ($a \geq 0, b \geq 0$), 对于多个二次根式乘法仍然适用.
- (临沂市中考) 计算 $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$ 的结果是 ()
A. 2 B. 4 C. 8 D. 6
- 化简 $\sqrt{48}$ 的结果为 _____.

课堂夯基

——逐点练

知识点 1 二次根式的乘法

- (金华市中考) 下列各组数中, 把两数相乘积, 为 1 的是 ()
A. 2 和 -2 B. -2 和 $\frac{1}{2}$
C. $\sqrt{3}$ 和 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$ 和 $-\sqrt{3}$
- 等式 $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1} = \sqrt{x^2-1}$ 成立的条件是 ()
A. $x \geq 1$ B. $x \geq -1$
C. $-1 \leq x \leq 1$ D. $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$
- 化简 $\sqrt{5} \times \sqrt{\frac{9}{20}}$ 的结果是 ()
A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ D. $\frac{15}{2}$
- 化简:
(1) (无锡市中考) $\sqrt{12} \times \sqrt{3} =$ _____;
(2) $\sqrt{\frac{1}{8}} \times \sqrt{24} =$ _____;
(3) $\sqrt{15} \times \sqrt{6} =$ _____.
- 计算:
(1) $\sqrt{20} \times \sqrt{\frac{1}{5}}$;
(2) $2\sqrt{6} \times 3\sqrt{2}$;

(3) $2\sqrt{2} \times (-3\sqrt{6})$;

(4) $-\frac{7}{4}\sqrt{24} \times (-\frac{2}{7}\sqrt{6})$.

知识点 2 利用积的算术平方根的性质化简二次根式

- (合肥四十五中单元卷) 计算 $\sqrt{(-7)^2 \times 16 \times 2}$ 的结果是 ()
A. $7\sqrt{32}$ B. $-7\sqrt{32}$
C. $28\sqrt{2}$ D. $-28\sqrt{2}$
- (聊城市中考) 化简 $\sqrt{40}$ 的结果是 ()
A. 10 B. $2\sqrt{10}$ C. $4\sqrt{5}$ D. 20
- 已知 $b > 0$, 化简 $\sqrt{-a^3b}$ 的结果是 ()
A. $-a\sqrt{-ab}$ B. $-a\sqrt{ab}$
C. $a\sqrt{ab}$ D. $a\sqrt{-ab}$
- 计算:
(1) $\sqrt{16 \times 25} =$ _____;
(2) $\sqrt{(-15) \times (-27)} =$ _____.
- 化简:
(1) $\sqrt{225}$; (2) $\sqrt{49 \times 121}$;

(3) $\sqrt{25^2 - 24^2}$;

(4) $\sqrt{(-25) \times (-16)}$.

知识

整合

——提升练

11. (衡阳市中考) 计算 $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + (\sqrt{2})^0$ 的结果为

()

A. $2 + \sqrt{2}$

B. $\sqrt{2} + 1$

C. 3

D. 5

12. 设 $\sqrt{2} = a, \sqrt{3} = b$, 用含有 a, b 的式子表示 $\sqrt{54}$, 下列表示正确的是 ()

A. $6ab$

B. $3ab$

C. $9ab$

D. $10ab$

13. 等式 $\sqrt{(x-4)^2(6-x)} = (x-4)\sqrt{6-x}$ 成立的条件是 ()

A. $x \geq 4$

B. $4 \leq x \leq 6$

C. $x \geq 6$

D. $x \leq 4$ 或 $x \geq 6$

14. 将根号外的因式、因数移至根号内:

$$-2\sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}, x\sqrt{-x} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

15. 如果 $\sqrt{24} \cdot \sqrt{x}$ 是一个整数, 那么 x 可取的最小正整数的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 计算:

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{6} \times \frac{1}{2}\sqrt{2};$$

$$(2) 2\sqrt{2} \times (-3\sqrt{6}) \times \frac{1}{2}\sqrt{3};$$

$$(3) \sqrt{(-4) \times \frac{25}{9} \times (-169)};$$

$$(4) \sqrt{1\frac{3}{5}} \times 2\sqrt{3} \times (-\frac{1}{2}\sqrt{10}).$$

17. 根据下列条件求各图形的面积.

(1) 长方形的长为 $\sqrt{12}$, 宽为 $\sqrt{8}$;

(2) 直角三角形的两直角边长分别是 $6\sqrt{3}, 4\sqrt{6}$.

名师

培优

——拓展练

18. 观察下列各式及其验算过程:

$$2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}, \text{验证: } 2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2^3}{3}} = \sqrt{\frac{2^3 - 2 + 2}{2^2 - 1}} \\ = \sqrt{\frac{2(2^2 - 1) + 2}{2^2 - 1}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}.$$

$$3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}, \text{验证: } 3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3^3}{8}} = \sqrt{\frac{3^3 - 3 + 3}{3^2 - 1}} \\ = \sqrt{\frac{3(3^2 - 1) + 3}{3^2 - 1}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}.$$

(1) 按照上述两个等式及其验证过程的基本思路,

猜想 $4\sqrt{\frac{4}{15}}$ 的变形结果并进行验证;

(2) 针对上述各式反映的规律, 写出用 n (n 为任意自然数, 且 $n \geq 2$) 表示的等式, 并给出证明.

第2课时 二次根式的除法

自主学习

——梳要点



商算术平方根的运算性质

1. 二次根式的性质 4: 如果 $a \geq 0, b > 0$, 那么有 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$. 利用这个性质可以进行二次根

式的除法运算; 反过来就得到 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$), 利用它可以进行二次根式的化简.

2. 把分母中的 _____ 叫分母有理化.

3. 最简二次根式具备的两个条件

(1) 被开方数的因数是 _____, 因式是 _____;

(2) 被开方数中不含 _____.

课堂夯基

——逐点练

知识点 1 二次根式的除法

1. 计算: $\sqrt{10} \div \sqrt{2} =$ ()

A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

2. (郑州外国语中学月考) 计算: $\sqrt{12} \div \sqrt{\frac{27}{2}}$ 的值是 ()

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{2}{3}$

3. 计算:

(1) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$; (2) $-\frac{1}{2}\sqrt{10} \div 2\sqrt{2}$;

(3) $\frac{-\sqrt{56}}{2\sqrt{14}}$; (4) $\sqrt{45} \div (-3)\sqrt{\frac{1}{5}}$.

知识点 2 利用商的算术平方根的性质化简二次根式

4. 等式 $\sqrt{\frac{x-3}{x-5}} = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-5}}$ 成立的条件是 ()

A. $x \neq 5$ B. $x \geq 3$
C. $x \geq 3$ 且 $x \neq 5$ D. $x > 5$

5. 化简: $\sqrt{2\frac{14}{25}} =$ _____; $\sqrt{\frac{0.04 \times 25}{1.21 \times 16}} =$ _____.

6. 分母有理化:

(1) $\frac{1}{\sqrt{5}} =$ _____; (2) $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}} =$ _____.

7. 计算或化简:

(1) $3\sqrt{6} \div 6\sqrt{3}$; (2) $\sqrt{5\frac{3}{5}} \div \sqrt{2\frac{6}{7}}$;

(3) $\sqrt{\frac{4}{81}}$;

(4) $\sqrt{\frac{0.01 \times 144}{0.25 \times 49}}$.

知识点 3 最简二次根式

8. (安庆四中单元卷) 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{4x}$ B. $\sqrt{x^2+2}$
C. $\sqrt{3x^2}$ D. $\sqrt{\frac{x}{3}}$

9. 把 $\sqrt{12}$ 化成最简二次根式的结果为 ()

A. $2\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{2}$

10. 把下列二次根式化为最简二次根式:

(1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; (2) $\sqrt{1\frac{4}{5}}$;

(3) $\sqrt{2.5}$;

(4) $\sqrt{\frac{1}{8}}$.

知识整合——提升练

11. (宿州九中单元卷) 下列二次根式中: $\sqrt{5a^7}$,

$$\sqrt{10a}, \sqrt{x^2+y^2}, \sqrt{\frac{m}{2}}, \sqrt{12n}, \frac{\sqrt{m}}{2},$$

其中最简二次根式的个数有 ()

A. 5个 B. 4个 C. 3个 D. 2个

12. (漳州市中考) 小明的作业本上有以下四道题:

$$\textcircled{1} \sqrt{\frac{a^4}{16}} = \frac{a^2}{4}; \textcircled{2} \frac{\sqrt{5a}}{\sqrt{10a}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \textcircled{3} a \sqrt{\frac{1}{a}} =$$

$$\sqrt{a^2 \cdot \frac{1}{a}} = \sqrt{a}; \textcircled{4} \frac{\sqrt{3a}}{\sqrt{2a}} = \frac{3}{2}. \text{ 其中做错的题是}$$

()

A. ① B. ② C. ③ D. ④

13. 已知 $b < 0$, 把 $\sqrt{\frac{-4a}{b}}$ 化成最简二次根式, 其结果是_____.

14. 若 $\sqrt{2^{2m+n-2}}$ 和 $\sqrt{3^{3m-2n+2}}$ 都是最简二次根式, 则 m = _____, n = _____.

15. 计算或化简.

$$(1) -\frac{15}{8} \sqrt{2 \frac{10}{27}} \div \sqrt{\frac{25}{12}};$$

$$(2) \frac{-\sqrt{60}}{5 \sqrt{45}};$$

$$(3) \sqrt{\frac{32 \times 9}{144}};$$

$$(4) \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}}.$$

16. 已知 a, b 为实数, 且满足 $a = \sqrt{b-3} + \sqrt{3-b} + 2$, 求 $\sqrt{ab} \cdot \sqrt{\frac{ab+1}{a+b}}$ 的值.

17. 已知 x 为奇数且 $\sqrt{\frac{x-6}{9-x}} = \frac{\sqrt{x-6}}{\sqrt{9-x}}$, 求 $\sqrt{1+2x+x^2} \cdot \sqrt{\frac{x^2+7x-8}{x-1}}$ 的值.

名师培优——拓展练

18. 化简 $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, 甲、乙两位同学的解法如下:

$$\text{甲: } \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \sqrt{3}-\sqrt{2};$$

$$\text{乙: } \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{3-2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}.$$

(1) 甲、乙两位同学的解法正确吗?

(2) 试化简: $\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}.$

第3课时 二次根式的乘除混合运算及大小比较

自主 学习

——梳要点

1. 计算:

(1) $6\sqrt{8} \times (-2\sqrt{6}) =$ _____;

(2) $(-\frac{2}{3}\sqrt{42}) \times (-6\sqrt{56}) =$ _____.

2. 计算:

(1) $9\sqrt{\frac{1}{48}} \div \frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}$; (2) $\sqrt{12} \div \sqrt{27} \times \sqrt{50}$.

3. 把根号外的因式移到根号内.

(1) $-4\sqrt{3} =$ _____; (2) $-2\sqrt{\frac{1}{8}} =$ _____.

4. 比较大小: $-\sqrt{13}$ _____ $-\sqrt{18}$, $2\sqrt{3}$ _____ $3\sqrt{2}$.

课堂 夯基

——逐点练

知识点 1 二次根式的大小比较

1. (安徽省中考) $a < \sqrt{5} + 1 < b$, a, b 是两个连续整数, 则 a, b 分别为 ()

A. 2, 3 B. 3, 4 C. 4, 5 D. 5, 6

2. 比较大小: $3\sqrt{5}$ _____ $2\sqrt{11}$ (选填“>”“=”或“<”).3. (达州市中考) 已知 x 为整数, 且满足 $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{3}$, 则 $x =$ _____.4. 已知 $a = 7\sqrt{3}$, $b = 6\sqrt{5}$, 则 a, b 的大小关系是 _____.

5. 比较下列各组数的大小.

(1) $7\sqrt{2}$ 与 $3\sqrt{11}$;

(2) $-2\sqrt{13}$ 与 $-3\sqrt{6}$.

知识点 2 二次根式乘除混合运算

6. 计算 $\sqrt{18} \div 8 \times \sqrt{\frac{27}{2}} =$ ()

A. $\frac{9\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ C. $18\sqrt{6}$ D. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ 7. (济宁市中考) 如果 $ab > 0$, $a + b < 0$, 那么下面各式中正确的是 ()

① $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$; ② $\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} = 1$; ③ $\sqrt{ab} \div \sqrt{\frac{a}{b}} = -b$.

A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

8. 计算:

(1) $\sqrt{1\frac{2}{3}} \div \sqrt{2\frac{1}{3}} \times \sqrt{1\frac{2}{5}} =$ _____;

(2) $\sqrt{xy} \div \sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{1}{x}} =$ _____.

9. 计算:

(1) $\sqrt{72} \div (3\sqrt{2} \times \sqrt{3})$;

(2) $\sqrt{18} \div \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{4}{3}}$;

(3) $-\frac{4}{3}\sqrt{18} \div 2\sqrt{8} \times \frac{1}{3}\sqrt{54}$.

知识整合——提升练

10. k, m, n 为三个整数, 若 $\sqrt{135} = k\sqrt{15}$, $\sqrt{450} = 15\sqrt{m}$, $\sqrt{180} = 6\sqrt{n}$, 则下列有关于 k, m, n 的大小关系, 何者正确 ()

A. $k < m = n$ B. $m = n < k$
C. $m < n < k$ D. $m < k < n$

11. (合肥五十中单元卷) 已知 $a = 3\sqrt{5}$, $b = 5\sqrt{2}$, $c = 5$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

A. $a > b > c$ B. $b > c > a$
C. $c > b > a$ D. $b > a > c$

12. 计算 $m\sqrt{\frac{m}{n}} \div \sqrt{mn} \cdot \sqrt{\frac{1}{mn}} (n > 0)$ 等于 ()

A. $\frac{1}{n^2}\sqrt{mn}$ B. $\frac{1}{n}\sqrt{mn}$
C. $\frac{m}{n}\sqrt{mn}$ D. $mn\sqrt{mn}$

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 面积 $S = 12\text{cm}^2$, 底边长 $a = 2\sqrt{2}\text{cm}$, 则底边上的高为 ()

A. $3\sqrt{2}\text{cm}$ B. $6\sqrt{2}\text{cm}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{12}\text{cm}$ D. $12\sqrt{2}\text{cm}$

14. 长方形的长为 $3\sqrt{10}$, 面积为 $30\sqrt{6}$, 要在这个长方形中分割出一个面积最大的正方形, 则此正方形的边长为_____.

15. 计算:

(1) $3\sqrt{2\frac{2}{3}} \times (-\frac{1}{8}\sqrt{15}) \div \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{5}};$

(2) $\sqrt{30} \times \frac{3}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}} \div 2\sqrt{2\frac{1}{2}};$

(3) $\frac{3}{b}\sqrt{ab^3} \cdot (-\frac{2}{3}\sqrt{ab}) \div \frac{1}{2}\sqrt{\frac{b}{a}} (a > 0).$

16. 已知 $ab = 3$, 求 $a\sqrt{\frac{b}{a}} + b\sqrt{\frac{a}{b}}$ 的值.

17. (苏州市中考) 已知 $a = 2\sqrt{3-b} + \sqrt{3b-9} + 2$, 求 $\sqrt{\frac{ab-1}{a+b}} \div \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ 的值.

名师培优——拓展练

18. 观察下列计算: $\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1$, $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$,

$\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} = \sqrt{4}-\sqrt{3}$, $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} = \sqrt{5}-\sqrt{4}$, ..., 从计算中

找出规律(要证明), 并利用该规律计算:

$(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2018}+\sqrt{2017}}) \cdot$

$(\sqrt{2018}+1)$ 的值.

16.2.2 二次根式的加减

第1课时 二次根式的加减



自主学习

——梳要点

1. 同类二次根式

(1) 化简: $\sqrt{8} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\sqrt{18} = \underline{\hspace{2cm}}$;
 $\sqrt{50} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 上面式子化为最简二次根式后, 它们的
 $\underline{\hspace{2cm}}$ 相同, 那么这几个二次根式叫做
 同类二次根式.

2. 二次根式的加减

(1) 计算:

$$3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (\underline{\hspace{2cm}})\sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\sqrt{8} - \sqrt{18} - \sqrt{50} = \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$(\underline{\hspace{2cm}})\sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2) 二次根式相加减, 先把各个二次根式化成
 $\underline{\hspace{2cm}}$, 再把 $\underline{\hspace{2cm}}$ 合
 并, 合并同类二次根式与合并 $\underline{\hspace{2cm}}$ 类似.

课堂夯基

——逐点练

知识点1 同类二次根式

1. 在下列二次根式中, 与 $5\sqrt{a}$ 是同类二次根式的是

()

A. $\sqrt{2a}$ B. $\sqrt{3a^2}$ C. $\sqrt{a^3}$ D. $\sqrt{a^4}$

2. 给出以下二次根式: ① $\sqrt{12}$; ② $\sqrt{2^2}$; ③ $\sqrt{\frac{2}{3}}$;

④ $\sqrt{27}$. 其中与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

A. ①和② B. ②和③
 C. ①和④ D. ③和④

3. (宿州市九中单元卷) 在下列各组根式中, 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{2}}$
 C. $a\sqrt{b}$ 和 $b\sqrt{a}$ D. $\sqrt{a-1}$ 和 $\sqrt{a+1}$

4. 在 $\sqrt{8}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{20}$ 中, 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 如果最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 是同类二次根式, 那么 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

知识点2 二次根式的加减

6. 下列各组二次根式中, 可以进行加减合并的一组是

()

A. $\sqrt{12}$ 与 $\sqrt{72}$

B. $\sqrt{63}$ 与 $\sqrt{72}$

C. $\sqrt{8x^3}$ 与 $2\sqrt{2x}$

D. $\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{18}$

7. 给出下列各式: ① $3\sqrt{3} + 3 = 6\sqrt{3}$; ② $\frac{1}{7}\sqrt{7} = 1$; ③ $\sqrt{2}$

$+ \sqrt{6} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$; ④ $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$. 其中错误的有

()

A. 3 个 B. 2 个 C. 1 个 D. 0 个

8. 计算 $\sqrt{27} - \frac{1}{3}\sqrt{18} - \sqrt{12}$ 的结果是 ()

A. 1

B. -1

C. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

D. $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

9. 计算:

(1) (山西省中考) $4\sqrt{18} - 9\sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) (哈尔滨市中考) $\sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 计算:

(1) $\sqrt{75} + \sqrt{8} - \sqrt{200} - \sqrt{27}$;

(2) $\sqrt{6} - \sqrt{1.5} - \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{6}}$;

(3) (咸宁市中考) $|\sqrt{3}| - \sqrt{48} + 2017^0$;

(4) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{8} + \frac{1}{2}\sqrt{12} + \frac{1}{2}\sqrt{8}$.

知识整合

——提升练

11. 若最简二次根式 $\frac{3}{2}\sqrt{5a^2+1}$ 与 $5\sqrt{7a^2-1}$ 能进行合并, 则相加的结果是 ()

A. $\frac{3}{2}\sqrt{6}$ B. $5\sqrt{6}$
C. $-\frac{7}{2}\sqrt{6}$ D. $\frac{13}{2}\sqrt{6}$

12. 下列各式计算正确的有 ()

① $\sqrt{x}-\sqrt{y}=\sqrt{x-y}$; ② $\sqrt{2m}+\sqrt{3m}=\sqrt{5m}$;
③ $3\sqrt{a}-2\sqrt{a}=\sqrt{a}$; ④ $m\sqrt{a}-n\sqrt{b}=(m-n)\sqrt{a-b}$;
⑤ $a\sqrt{m}-b\sqrt{m}=(a-b)\sqrt{m}$; ⑥ $\sqrt{a^3}-\sqrt{a}=(a-1)\sqrt{a}$.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

13. 化简 $2x\sqrt{\frac{4}{x}}-\sqrt{9x}+\sqrt{x^3}$ 的结果是 ()

A. 正数 B. 非负数
C. 非正数 D. 负数

14. 等腰三角形两条边长分别为 $\sqrt{8}$ 和 $5\sqrt{2}$, 那么这个三角形的周长等于 ()

A. $9\sqrt{2}$ B. $12\sqrt{2}$
C. $9\sqrt{2}$ 或 $12\sqrt{2}$ D. $4+5\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{2}+10$

15. 计算:

$$(1) \sqrt{0.5}-\sqrt{24}+\sqrt{0.125}+2\sqrt{\frac{2}{3}};$$

$$(2) \frac{2}{3}\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{8}-\sqrt{3}+\sqrt{12}-\sqrt{18};$$

$$(3) \sqrt{8}-\frac{1}{8}\sqrt{48}-\left(\frac{2}{3}\sqrt{4\frac{1}{2}}-2\sqrt{\frac{3}{4}}\right);$$

$$(4) \frac{1}{3}(\sqrt{108}-6\sqrt{\frac{1}{3}})-2(\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{27})+\sqrt{2}.$$

16. 已知 $x\sqrt{\frac{3}{x}}+9\sqrt{\frac{x}{3}}-\sqrt{12x}=8$, 求 x 的值.

17. 已知一个长方形的两邻边长分别为 $2\sqrt{3}$ cm 和 $\sqrt{27}$ cm, 求它的周长和面积.

名师

培优

——拓展练

18. 已知 a, b, c 满足 $|a-\sqrt{8}|+\sqrt{b-\sqrt{18}}+(c-\sqrt{32})^2=0$.

(1) 求 a, b, c 值.

(2) 以 a, b, c 为边能否构成三角形? 并说明你的理由.

第2课时 二次根式的混合运算

自主学习

——梳要点

1. 二次根式的混合运算的顺序

(1) 二次根式的混合运算顺序和实数混合运算顺序一样, 先算_____, 再算_____, 最后算_____, 有括号的, 先算_____.

(2) 计算: $\sqrt{10} \times \sqrt{5} - \sqrt{2} =$ _____;

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) =$ _____.

2. 利用乘法公式进行二次根式的运算

(1) 二次根式的计算也可以使用_____公式和_____公式.

(2) 计算: $(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3) =$ _____;

$(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 =$ _____.

课堂夯基

——逐点练

知识点1 二次根式的混合运算

1. (乐山市中考) 化简 $\sqrt{54} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{12}$ 的结果是

()

A. $5\sqrt{2}$ B. $6\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $5\sqrt{3}$

2. 计算 $(5\sqrt{48} + \sqrt{12} - 6\sqrt{27}) \div \sqrt{3}$ 的值是 ()

A. 4 B. -4 C. 2 D. -2

3. 计算 $(\sqrt{48} + 2\sqrt{3} - \sqrt{75}) \times \sqrt{12}$ 的结果是 ()

A. 6 B. $2\sqrt{3}$ C. 30 D. $6\sqrt{3}$

4. (青岛市中考) 计算: $(\sqrt{24} + \sqrt{\frac{1}{6}}) \times \sqrt{6} =$ _____.

5. 计算: $\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + \sqrt{6}$ 的值是_____.

6. 计算:

(1) $(\sqrt{2} + 1) \div \sqrt{8} - \sqrt{2}$;

(2) $\frac{1}{3} \times \sqrt{3}(\sqrt{18} + \sqrt{6} - \frac{1}{2}\sqrt{72})$;

(3) $(4\sqrt{6} - 4\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{8}) \div 2\sqrt{2}$;

(4) $\sqrt{18} - \sqrt{\frac{1}{2}} \div \sqrt{\frac{4}{3}} \times \frac{6}{\sqrt{3}}$.

知识点2 运用运算律及乘法公式进行二次根式运算

7. (芜湖市九中单元卷) 若 $a + b = 3 + 2\sqrt{2}$, $a - b = 3 - 2\sqrt{2}$, 则 $\sqrt{a^2 - b^2}$ 的值是 ()

A. 6 B. $4\sqrt{2}$ C. -1 D. 1

8. 计算 $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{2} + \sqrt{6})^2$ 的结果是

()

A. -7 B. $-7 - 2\sqrt{3}$

C. $-7 - 8\sqrt{3}$ D. $-6 - 4\sqrt{3}$

9. 计算:

(1) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) =$ _____;

(2) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 =$ _____.

10. 已知 $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$, 则 $x^2y - xy^2$ 的值为_____.

11. 计算:

(1) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(2\sqrt{3} - \sqrt{2})$;

(2) $(\sqrt{\frac{2}{3}} - 2\sqrt{3}) \times \sqrt{12} - (\sqrt{3} + 3\sqrt{2})^2$;

(3) $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6})^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6})^2$;

(4) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2018} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{2017}$.

知识整合——提升练

12. 已知 $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ 与 $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ 互为倒数,则 ()

- A. $x=y-1$ B. $x=y+1$
C. $x+y=1$ D. $x+y=-1$

13. 下列计算正确的是 ()

- A. $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$
B. $(2\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})=2a-b$
C. $(\sqrt{x}+\sqrt{\frac{1}{x}}) \cdot 2\sqrt{x}=2x+\sqrt{2}$
D. $(3\sqrt{a^3}-a^2) \cdot \sqrt{\frac{1}{a}}-4a\sqrt{a} \div \sqrt{a}=-2\sqrt{a}$

14. 计算 $(\sqrt{3}-1)^2+(\sqrt{3}+2)^2-2(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+2)$ 的正确结果为 ()

- A. $9-2\sqrt{3}$ B. 9
C. $9+2\sqrt{3}$ D. $9+4\sqrt{3}$

15. 已知 $x=\frac{1}{\sqrt{5}-2}$,则 $x-\frac{1}{x}=\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知: $a=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $b=\sqrt{3}-\sqrt{2}$,则 $a^3b+ab^3=\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 计算:

$$(1)(2\sqrt{12}-4\sqrt{\frac{1}{8}}+3\sqrt{48}) \times 5\sqrt{2};$$

$$(2)(\sqrt{20}+\sqrt{5}) \div \sqrt{5}-\sqrt{\frac{1}{3}} \times 12;$$

$$(3)(\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2});$$

$$(4)\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)^{2018} \times (2\sqrt{2}+3)^{2017}.$$

18. 先化简,再求值: $\left(\frac{5x+3y}{x^2-y^2}+\frac{2x}{y^2-x^2}\right) \div \frac{1}{x^2y-xy^2}$,
其中 $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

名师培优——拓展练

19. 解方程组:
$$\begin{cases} \sqrt{5}x+\sqrt{2}y=3, \\ \sqrt{2}x+\sqrt{5}y=0. \end{cases}$$