LeXue QiZhong

GaoZhong ShuXue XuanXiu

学在七中　乐在其中

乐学七中

高中数学 选修1-1（三） 选修4-5

策划　许　勇　曹杨可　魏　华

主编　张世永　陈中根　何毅章

电子科技大学出版社

乐学七中

高中数学 选修1-1（三） 选修4-5

策划 许 勇 曹杨可 魏 华

主编 张世永 陈中根 何毅章

编委 张世永 周莉莉 吴 雪 罗毕生

林克富 刘在廷 陈中根 罗林丹

罗志英 税 洪 郭 红 周建波

巢中俊 何毅章 宋 英

电子科技大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

乐学七中.高中数学选修 1-1（三）、选修 4-5 / 张世永，陈中根，何毅章主编. —成都：电子科技大学出版社，2015.2

ISBN 978-7-5647-2838-0

Ⅰ. ①乐… Ⅱ. ①张…②陈…③何… Ⅲ. ①中学数学课－高中－教学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 033354 号

乐学七中.高中数学选修 1-1（三）、选修 4-5

策划　许　勇 曹杨可 魏　华

主编　张世永 陈中根 何毅章

出　　版：电子科技大学出版社（成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦　邮编：610051）
策划编辑：罗　雅
责任编辑：罗　雅
主　　页：www.uestcp.com.cn
电子邮箱：uestcp@uestcp.com.cn
发　　行：新华书店经销
印　　刷：成都市火炬印务有限公司
成品尺寸：205mm×282　　印张 11.5　　字数 470 千字
版　　次：2015 年 2 月第一版
印　　次：2015 年 2 月第一次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5647-2838-0
定　　价：39.80 元

前言

成都七中，作为一所百年名校，在校本教材的开发和利用上从未停止探索的步伐．2013年四川省迎来首次新课程高考，内容要求和题型结构已初步成型．经过三年一轮的教学实践，成都七中数学组对新课程高中数学教学进行了系统的反思和研究，形成了独特而完备的指导思想．为了将这一集体智慧渗透到学校的常规教学中，七中数学组群策群力、全员参与，编写了教学辅导系列同步用书《乐学七中》．该书既可以满足七中教育集团广大师生的日常教学需要，也可以作为兄弟学校师生了解成都七中课堂教学的一个窗口．

成都七中的数学教学一直坚持发挥学生的主体作用．孔子有云：知之者不如好之者，好之者不如乐之者．"乐学"是七中教师对学生主体更加积极的期许状态，学生的这一状态并非一蹴而就，而是需要耐心引导的．发现问题并解决问题所带来的成就感往往是学生"乐学"的内在动因，而数学教育中"怎样解题"则成为教师引导的关键所在．为了构建和完善"怎样解题"的引导平台，教辅用书的选择和使用贯穿了整个高中数学教学过程．

为了提高教学工作的有效性，由成都七中名优教师牵头，依托学校丰富的教育教学资源，七中数学组教师共同编写了教辅同步用书《乐学七中》，以供学校师生使用．该书有以下特点：

1．章节排布与成都七中实际教学进度一致，为教师的课堂教学与作业布置带来了便利，增加了该书的可操作性．

2．衔接内容和延拓专题一并刊出，弥补了教材内容与高考要求的脱节，为师生的教与学提供了必要的蓝本．

3．"课标要求"与"知识要点"言简意赅、点到为止，为教师讲解、学生冥思留下空间．

4．"典型例题"重视课本例题的使用和挖掘，源于教材，但不拘泥于教材．为了保证课堂训练的针对性和有效性，强调一讲一练，所选题目既能体现知识的内涵和外延，也能兼顾方法的呈现．

5．"备选例题"一方面可作为教师授课的后备题库，另一方面也为学有余力者的拓展训练抛砖引玉．

6．"小结与反思"为培养学生的归纳辩证思维而留白．

7．"练习"遵循"紧扣课堂、难度适中、梯度呈现"的原则．

基于此，《乐学七中》作为高中数学教学同步辅导用书，有其独特的优势和推广价值．热忱欢迎兄弟学校师生参考或使用该书．

本书由张世永、周莉莉、吴雪、罗毕生、林克富、刘在廷、陈中根、罗林丹负责编写圆锥曲线与方程，由罗志英、税洪、郭红、周建波、巢中俊负责编写不等式选讲。由张世永、陈中根、何毅章统稿，由张世永、宋英、巢中俊审阅、改稿和校稿。

由于编写时间紧，该书难免存在一些不足，恳请广大师生批评指正，以便今后修订时更加完善．

编　者

2014年12月

目 录

第一章 圆锥曲线与方程

第二章 不等式(选讲)

练习册见附页

第一章　圆锥曲线与方程

§1.1　曲线与方程(补充)

1.1.1　曲线和方程(一)

一、课标要求

1. 理解“曲线的方程”和“方程的曲线”这两个概念；

2. 会用坐标法的五个步骤求解简单的曲线方程.

二、知识要点

一般地，平面内如果曲线 C 上的点与一个二元方程 $f(x,y)=0$的实数解建立如下关系：

①曲线上点的坐标都是这个方程的解；

②以这个方程的解为坐标的点都是曲线上的点.

那么，这个方程叫做________，这条曲线叫做________.

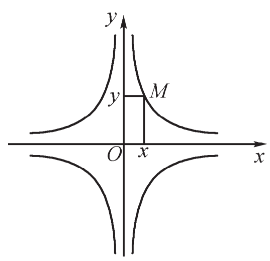
三、典型例题

例1　设 $A(2,0)$，$B(0,2)$，能否说线段 AB 的方程是 $x+y-2=0$？为什么？

变式1　已知方程$(x-a)^2+(y-b)^2=36$ 的曲线经过点 $O(0,0)$和点 $A(0,-12)$，求 a，b 的值.

例2　证明：圆心为 $P(a,b)$，半径等于 r 的圆的方程是$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

变式2　证明与两条坐标轴的距离的积是常数 $k(k>0)$的点的轨迹方程是 $xy=\pm k$.

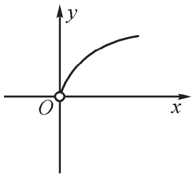


例3　已知点 M 与两个定点 $O(0,0)$，$A(3,0)$的距离之比为$\frac{1}{2}$，求点 M 的轨迹方程.

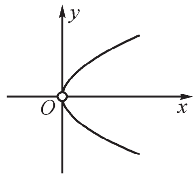
变式3　已知两定点 $A(-2,0)$，$B(1,0)$，如果动点 P 满足$|PA|=2|PB|$，则点 P 的轨迹所包围的图形的面积等于________.

四、备选例题

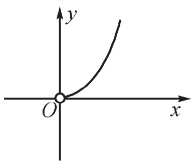
例1 已知 $\log_2 y$，$\log_2 x$，2 成等差数列，则在平面直角坐标系中，点 $M(x,y)$的轨迹为 （　　）



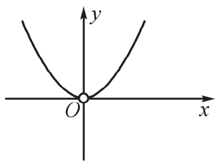
A



B



C



D

例2 画出方程 $\log_x y-\log_y x=0$ 所标示的曲线.

五、小结与反思

____

____

____

____

____

1.1.2　曲线和方程(二)

一、课标要求

1. 初步掌握“五步法”求轨迹方程；

2. 了解求轨迹方程的其他方法.

二、知识要点

“五步法”求轨迹方程的基本步骤

(1)建：______________________；

(2)设：______________________；

(3)现：______________________；

(4)代：______________________；

(5)化：______________________.

三、典型例题

例1 用坐标法证明：平面内任意一点到矩形的一对对角顶点的距离平方和等于这个点到另一对角顶点的距离平方和.

变式 1 过点 $P(3,4)$的动直线与两坐标轴的交点分别为 A，B，过 A，B 分别作两轴的垂线交于点 M，求点 M 的轨迹方程.

例2 已知一条直线 l 和它上方的一个点 F，点 F 到直线 l 的距离为 2. 一条曲线也在 l 的上方，它上面的每一点到 F 的距离减去到直线 l 的距离的差等于 2. 建立适当的坐标系，求这条曲线的方程.

变式 2 已知点 C 的坐标是(2，2)，过点 C 的直线 CA 与 x 轴交于点 A，过点 C 且与直线 CA 垂直的直线 CB 与 y 轴交于点 B，设点 M 是线段 AB 的中点，求点 M 的轨迹方程.

例3　设直线 $l_1:y=k_1x+1$，$l_2:y=k_2x-1$，其中实数 k_1、k_2 满足 $k_1k_2+2=0$.

(1)证明：l_1 与 l_2 相交；

(2)求 l_1 与 l_2 的交点的轨迹方程.

变式3　已知 $k\in\mathbf{R}$，求两条动直线 $kx-y+2(k+1)=0$ 和 $x+ky+2(k-1)=0$ 的交点 P 的轨迹方程.

四、备选例题

例1　已知平行四边形两条边所在直线的方程是 $AB:x+y-1=0$，$BC:3x-y+4=0$，它的对角线的交点是 $M(3,3)$，求其他两边 CD 和 DA 所在直线的方程.

例2　若圆 $x^2+y^2-ax-2y+1=0$ 关于直线 $x-y-1=0$ 对称的圆的方程是 $x^2+y^2-4x+3=0$，则 a 的值等于________.

五、小结与反思

1.1.3　曲线和方程(三)

一、课标要求

1. 通过实例掌握求两条曲线的交点的坐标的方法；

2. 进一步学习方程思想和数形结合的方法.

二、知识要点

1. 由曲线方程的定义可知，对于曲线 $C_1:f_1(x,y)=0$ 和曲线 $C_2:f_2(x,y)=0$，由于 $P_0(x_0,y_0)$ 是 C_1 与 C_2 的公共点⇔________所以，求两条曲线的交点，就是求方程组 $\begin{cases}f_1(x_0,y_0)=0,\\f_2(x_0,y_0)=0\end{cases}$ 的实数解. 方程组有几组不同的实数解，两条曲线就有几个公共点，方程组没有实数解，两条曲线________.

2. 直线与二次曲线的位置关系：设直线 $l:f(x,y)=0$ 及二次曲线 $C:g(x,y)=0$，由方程组 $\begin{cases}f(x,y)=0\\g(x,y)=0\end{cases}\Rightarrow ax^2+bx+c=0(a\neq0)$

直线与二次曲线有两交点⇔________

直线与二次曲线有一个交点⇔________

直线与二次曲线没有交点⇔________

3. 弦长公式

若直线 $l:y=kx+b$ 与圆锥曲线相交于 A，B 两点，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则弦长 $|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=$________.

三、典型例题

例1　两曲线 $y=-x^2+10$ 与 $x+y=10$ 交于两点，求这两点间的距离.

变式 1 若曲线 $y=x^2+mx+2$ 与以 $A(0,1)$,$B(2,3)$为端点的线段 AB 有不同的交点,求实数 m 的取值范围.

例2 已知曲线 $x^2-y^2=4$,直线 $y=k(x-1)$,讨论直线与曲线公共点的个数.

变式 2 曲线 $C_1:x^2-y^2=0$,$C_2:x^2+y^2-2ax+a^2-1=0$,讨论交点个数.

例3 直线 $y=x+a(a>0)$与曲线 $y=a|x|$有两个交点,求 a 的取值范围.

变式 3 两曲线 $x^2+y^2=2$,$xy=1$ 的交点个数是 ( )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

四、备选例题

例1 已知直线 $y=x+1$ 与曲线 $C:x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 交于 A、B 两点,求 AB 的弦长.

例2 已知直线 $y=2x+b$ 与曲线 $xy=2$ 相交于 A,B 两点,且 $|AB|=5$,求实数 b 的值.

五、小结与反思

§1.2　椭　圆

1.2.1　椭圆及其标准方程(一)

一、课标要求

1. 理解椭圆的定义,了解标准方程的推导;

2. 掌握椭圆的标准方程;

3. 会求解与焦点有关的三角形问题;

4. 通过“画图、建系、得方程”这一系列过程,感受坐标法的研究思路.

二、知识要点

1. 椭圆的定义

平面内与两个定点 F_1,F_2 的距离之和等于常数(大于 $|F_1F_2|$)的点的轨迹叫做椭圆,这两个定点叫做椭圆的焦点,两焦点间的距离叫做椭圆的焦距.

说明:若动点与两个定点 F_1,F_2 的距离之和等于 $|F_1F_2|$,则动点的轨迹是线段 F_1F_2.

2. 椭圆标准方程的推导

从椭圆的对称性角度出发建立坐标系,可以使方程更简单.

3. 椭圆标准方程的认识

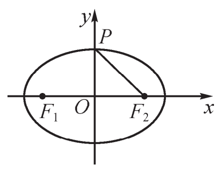
焦点在 x 轴上,且 $F_1(-c,0)$,$F_2(c,0)$,椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$;

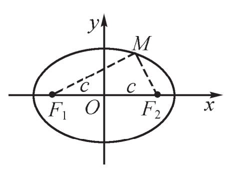
焦点在 y 轴上,且 $F_1(0,-c)$,$F_2(0,c)$,椭圆的标准方程为 $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$.

说明:(1)所谓椭圆标准方程,一定指的是焦点在坐标轴上,且两焦点的中点为坐标原点;

(2)两个标准方程中,都有 $a>b>0$,$a^2=b^2+c^2$.

在图中,$|PO|=\sqrt{a^2-c^2}$,b 有几何含义.





三、典型例题

例1　椭圆标准方程的其他推导方法.

变式1　△ABC 的三边 a,b,c 成等差数列且满足 $a>b>c$. $A(-1,0)$,$C(1,0)$,求顶点 B 的轨迹方程.

例2　写出适合下列条件的椭圆的标准方程:

(1)两个焦点坐标分别是$(-4,0)$,$(4,0)$,椭圆上一点 P 到两焦点的距离之和等于 10;

(2)两个焦点坐标分别是$(0,-2)$和$(0,2)$,且过$\left(-\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$.

变式2　(1)方程 $\frac{y^2}{3m-1}+\frac{x^2}{5-2m}=1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆,则实数 m 的范围是________.

(2)求椭圆 $2x^2+y^2=4$ 的焦点坐标.

例3　如果点 $M(x,y)$ 在运动过程中,总满足关系式 $\sqrt{x^2+(y+4)^2}+\sqrt{x^2+(y-4)^2}=10$,点 M 的轨迹是什么曲线?为什么?写出它的方程.

变式3 若$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，方程$x^2\sin\alpha+y^2\cos\alpha=1$表示焦点在$y$轴上的椭圆，则$\alpha$的取值范围________.

四、备选例题

例1 设F_1,F_2分别为椭圆$\frac{x^2}{3}+y^2=1$的焦点，点A，B在椭圆上，若$\overrightarrow{F_1A}=5\overrightarrow{F_2B}$，则点$A$的坐标是________.

例2 已知经过椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$的右焦点$F_2$作垂直于$x$轴的直线$AB$，交椭圆于$A,B$两点，$F_1$是椭圆的左焦点.

(1)求$\triangle AF_1B$的周长；

(2)如果AB不垂直于x轴，$\triangle AF_1B$的周长有变化吗？为什么？

五、小结与反思

1.2.1 椭圆及其标准方程(二)

一、课标要求

1. 掌握椭圆与其标准方程的关系；

2. 会求解与椭圆有关的轨迹问题；

3. 了解椭圆的多种表达形式.

二、知识要点

1. 椭圆方程的一般形态：$mx^2+ny^2=1(m>0,n>0,m\neq n)$. 这是方程的曲线是椭圆的充要条件.

2. 结合前面几节课的学习内容，回顾求轨迹方程的常见方法：

(1)五步点法(直译法)：________________；

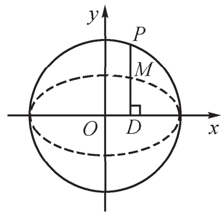
(2)待定系数法：________________；

(3)相关点法(代入法)：________________；

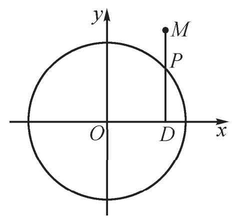
(4)定义法：________________.

三、典型例题

例1 如图所示，在圆$x^2+y^2=4$上任取一点P，过点P作x轴的垂线段PD，D为垂足，当点P在圆上运动时，线段PD的中点M的轨迹是什么？为什么？



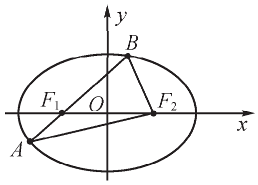
变式1 如图所示，$DP\perp x$轴，点M在DP的延长线上，且$\frac{|DM|}{|DP|}=\frac{3}{2}$，当点$P$在圆$x^2+y^2=4$上运动时，求点$M$的轨迹方程，并说明轨迹的形状.



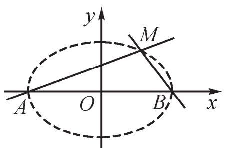
例2 已知椭圆$9x^2+16y^2=144$焦点为F_1,F_2，P是椭圆上一点，且$\angle F_1PF_2=60^\circ$，求$\triangle PF_1F_2$的面积.

变式 2　如图所示，直线 AB 过椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点 F_1，且与椭圆交于点 A,B.

求证：$S_{\triangle BF_1F_2}=b^2\tan\frac{1}{2}\angle F_1BF_2$.



例3　如图所示，设点 A,B 的坐标分别为$(-5,0)$，$(5,0)$，直线 AM,BM 相交于点 M，且它们的斜率之积是$-\frac{4}{9}$，求点 M 的轨迹方程.



变式 3　已知椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$上的两点 A,B 的坐标分别为$(-5,0)$，$(5,0)$，M 为椭圆上与 A、B 不重合的点，则直线 AM 与 BM 的斜率之积是________.

四、备选例题

例1　已知椭圆 C_1 与椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$有相同的焦点，且过点$(-\sqrt{5},4)$，求椭圆 C_1 的方程.

例2　$\triangle ABC$ 的底边 $BC=16$，AC 和 AB 两边上中线长之和为 30，求此三角形重心 G 的轨迹和顶点 A 的轨迹.

五、小结与反思

1.2.1　椭圆及其标准方程(三)

一、课标要求

会求解与椭圆有关的轨迹问题.

二、知识要点

1. 椭圆方程的一般形态：$mx^2+ny^2=1(m>0,n>0,m\neq n)$，这是方程的曲线是椭圆的充要条件.

2. 结合前面几节课的学习内容，掌握求轨迹方程的常见方法.

三、典型例题

例1　曲线 C 是以原点 O 为中心，焦点 F_1、F_2 在 x 轴上的椭圆，$A(3,y)$是曲线 C 上的一点，且$|AF_1|=7$，$|AF_2|=5$. 求曲线 C 所在的椭圆方程.

变式1 已知$\left(1,\frac{c}{a}\right)$和$\left(\frac{c}{a},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$都在椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上,求椭圆的方程.

例2 已知F_1,F_2为椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左、右焦点,$l$垂直于$y$轴,交此椭圆于$A$、$B$两点,$P$为$l$上满足$|PA|\cdot|PB|=2$的点,求点$P$的轨迹方程.

变式2 $\triangle ABC$中,$|BC|=16$,AC,AB两边上的中线的和为30,求$\triangle ABC$重心的轨迹方程.

例3 点$M(x,y)$为椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$上任意一点,$O$为坐标原点,$F$为椭圆的右焦点.

(1)求$|MO|$的最大值和最小值;

(2)求$|MF|$的最大值和最小值.

变式3 当m为什么值时,直线$y=x+m$与椭圆$3x^2+6y^2=8$分别有两个交点,一个交点,没有交点.

四、备选例题

例1 已知直线l:$y=kx+3$与椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

(1)判断直线l与椭圆的位置关系;

(2)当k为什么值时,椭圆中心O到直线l的距离为1.

例2 过点$P(1,3)$的动直线l与椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$交于不同两点$A$、$B$,在线段$AB$,取一点$Q$,满足$\overrightarrow{AP}=-\lambda\overrightarrow{PB}$,$\overrightarrow{AQ}=\lambda\overrightarrow{QB}$,$\lambda\neq0$且$\lambda\neq\pm1$,求点$Q$所在的直线的方程.

五、小结与反思

____

____

____

____

____

1.2.2　椭圆的简单几何性质(一)

一、课标要求

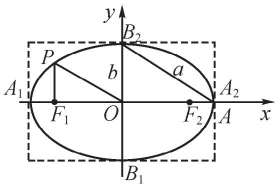
1. 掌握椭圆的范围、对称性、顶点等;

2. 通过图形感知,代数方法验证,感受代数法研究几何问题的作用;

3. 通过研究椭圆,学会由曲线方程研究曲线几何性质的一般方法.

二、知识要点

以标准方程$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$为例研究.



1. 范围　横坐标的范围是$-a\leqslant x\leqslant a$,纵坐标的范围是$-b\leqslant y\leqslant b$.

(1)$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$还可以变形为$\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2=1$,不妨设$\frac{x}{a}=\cos\theta$,$\frac{y}{b}=\sin\theta$.即$x=a\cos\theta$,$y=b\sin\theta(\theta\in\mathbf{R})$,由三角函数的有界性知,$|x|=|a\cos\theta|\leqslant a$,$|y|=|b\sin\theta|\leqslant b$.

(2)我们把$\begin{cases}x=a\cos\theta\\ y=b\sin\theta\end{cases}$($\theta$为参数)叫做椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$的参数方程,是椭圆方程的另外一种表现形式,它的优越性在于将曲线上点的横、纵坐标(两个变量)用同一个参数θ表示,这样就能将椭圆上点的很多问题转化为函数问题解决,很好地将几何问题代数化.

2. 对称性　椭圆关于x轴、y轴都是对称的,坐标轴是椭圆的对称轴,原点是椭圆的对称中心,椭圆的对称中心叫做椭圆的中心.

说明:(1)证明图形的对称,通常转化为证明图形上点的坐标关系解决.

点(x,y)关于x轴的对称点$(x,-y)$也满足方程,说明图形关于x轴对称,同时也可得到结论:曲线$C_1:F(x,y)=0$与曲线$C_2:F(x,-y)=0$关于x轴对称;

点(x,y)关于y轴的对称点$(-x,y)$也满足方程,说明图形关于y轴对称,同时也可得到结论:曲线$C_1:F(x,y)=0$与曲线$C_3:F(-x,y)$关于y轴对称;

点(x,y)关于原点的对称点$(-x,-y)$也满足方程,说明图形关于原点对称,同时也可得到结论:曲线$C_1:F(x,y)=0$与曲线$C_4:F(-x,-y)=0$关于原点对称;

这里只列举了三种最特殊的对称关系,解决此类问题注意抓住本质——点的对称,研究点的坐标关系.

(2)如果曲线具有关于x轴对称,关于y轴对称和关于原点对称中的任意两种,则它一定具有第三种对称.

3. 顶点

$A_1(-a,0)$,$A_2(a,0)$;$B_1(0,-b)$,$B_2(0,b)$,这四个点叫做椭圆的顶点.

三、典型例题

例1　求椭圆$16x^2+25y^2=400$的长轴和短轴的长、焦点和顶点的坐标,并画出草图.

变式1　求下列椭圆的长轴和短轴长、焦点坐标、顶点坐标,并讨论椭圆的范围:

(1)$x^2+4y^2=16$;(2)$9x^2+y^2=81$.

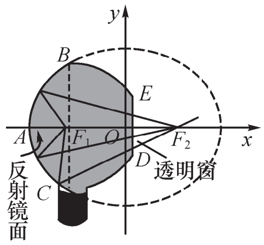
例2　设椭圆的中心在原点,坐标轴为对称轴,一个焦点与短轴两端点的连线互相垂直,且此焦点与长轴上较近的端点距离为$4\sqrt{2}-4$,求此椭圆方程.

变式2　求适合下列条件的椭圆的标准方程:

(1)经过点$P(-2\sqrt{2},0)$,$Q(0,\sqrt{5})$.

(2)长轴长是短轴长的3倍,且经过点$P(3,0)$.

例3 如图所示,一种电影放映灯泡的反射镜面是旋转椭圆面(椭圆绕其对称轴旋转一周形成的曲面)的一部分.过对称轴的截口 BAC 是椭圆的一部分,灯丝位于椭圆的一个焦点 F_1 上,片门位于另一个焦点 F_2 上,由椭圆一个焦点 F_2 发出的光线,经过旋转椭圆面反射后集中到另一个焦点 F_2,已知 $BC\perp F_1F_2$,$|F_1B|=4$,$|F_1F_2|=4\sqrt{3}$.试建立适当的坐标系,求截口 BAC 所在椭圆的方程.



变式3 彗星"紫金山一号"是南京紫金山天文台发现的,它的运行轨道是以太阳为一个焦点的椭圆.测得轨道的近日点(距离太阳最近的点)距太阳中心 1.486 天文单位,远日点(距离太阳最远的点)距太阳中心 5.563 天文单位(1 天文单位是太阳到地球的平均距离,约 1.5×10^8 km),且近日点、远日点及太阳中心在同一条直线上,求轨道的方程.

四、备选例题

例1 椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$上的任一点 M 坐标为(x,y),(1)求 $x+y$ 的范围;(2)求 M 到焦点距离的最大值、最小值.

例2 若椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的焦点在 x 轴上,过点 $\left(1,\frac{1}{2}\right)$作圆 $x^2+y^2=1$ 的切线,切点分别为 A、B,直线 AB 恰好经过椭圆的右焦点和上顶点,则椭圆方程是________.

五、小结与反思

____

____

____

____

____

1.2.2 椭圆的简单几何性质(二)

一、课标要求

1. 对比不同的椭圆模型,直观感知并理解离心率与椭圆形状的关系.

2. 掌握椭圆离心率的算法,并能解决简单的实际问题.

二、知识要点

1. 离心率定义

椭圆的焦距与长轴长的比________称为________,其范围是________.

2. 离心率与椭圆形状的关系

________越________,椭圆越扁;________越________,椭圆越圆;

当且仅当________,椭圆两焦点重合,椭圆变为________.

三、典型例题

例1 根据椭圆方程计算离心率,并说明哪一个椭圆更圆.

(1)$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 与 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$;

(2)$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{12}$与$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{10}=1$.

变式1　已知椭圆的对称轴是坐标轴,离心率为$\frac{2}{3}$,短轴长为$4\sqrt{5}$,则椭圆的方程为________.

例2　分别求出下列条件的椭圆的离心率.

(1)中心在原点,焦点在x轴上,若长轴长为18,且两个焦点恰好将长轴三等分;

(2)已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点为$F_1$,$F_2$,$M$为椭圆上一点,$MF_1$垂直于$x$轴,$\angle F_1MF_2=60°$.

变式2　(2012·高考新课标文4)设F_1,F_2是椭圆E:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点,$P$为直线$x=\frac{3a}{2}$上一点,$\triangle F_2PF_1$是底角为30°的等腰三角形,则$E$的离心率为　　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{5}$

例3　若椭圆上存在一点P过以椭圆中心和长轴一个端点为直径的圆,求椭圆离心率的取值范围.

变式3　已知F_1,F_2是椭圆的两个焦点,满足$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0$的点$M$总在椭圆内部,则椭圆离心率的取值范围是　　(　　)

A. $(0,1)$　　B. $\left(0,\frac{1}{2}\right]$

C. $\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　D. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

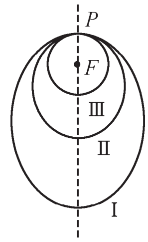
四、备选例题

例1　(2009·重庆卷文)已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1(-c,0)$,$F_2(c,0)$,若椭圆上存在一点$P$使$\frac{a}{\sin\angle PF_1F_2}=\frac{c}{\sin\angle PF_2F_1}$,则该椭圆的离心率的取值范围________.

例2　如图所示,“嫦娥一号”探月卫星沿地月转移轨道飞向月球,在月球附近一点P处进入以月球球心F为一个焦点的椭圆轨道Ⅰ绕月飞行,之后卫星在P变点第二次变轨进入仍以月球球心F为一个焦点的椭圆轨道Ⅱ绕月飞行,最终卫星在P点第三次变轨进入以F为圆心的圆形轨道Ⅲ绕月飞行,若用$2c_1$和$2c_2$分别表示椭圆轨道Ⅰ和Ⅱ的焦距,用$2a_1$和$2a_2$分别表示椭圆轨道Ⅰ和Ⅱ的长轴的长,给出下列式子:

①$a_1+c_1=a_2+c_2$;②$a_1-c_1=a_2-c_2$;③$c_1a_2>a_1c_2$;④$\frac{c_1}{a_1}<\frac{c_2}{a_2}$.

其中正确式子的序号是　　(　　)



A. ①③　　B. ②③

C. ①④　　D. ②④

五、小结与反思

____

____

____

____

____

1.2.2　椭圆的简单几何性质(三)

一、课标要求

1. 了解椭圆的不同形式表达,了解椭圆第二定义.

2. 感受三角代换在椭圆中的应用,了解椭圆的参数方程.

3. 利用椭圆第二定义和参数方程解决一些最值问题.

二、知识要点

1. 动点M到定点F的距离和它到________的比是常数________,则点M的轨迹是________.定点F为椭圆的________,定直线称为椭圆的________,$\frac{c}{a}$为椭圆的________.

2. 椭圆的参数方程________.

三、典型例题

例1 (1)求到定点 $F(c,0)(c>0)$ 的距离和它到定直线 $l:x=\frac{a^2}{c}$ 的距离之比是 $\frac{c}{a}\left(0<\frac{c}{a}<1\right)$ 的点 M 的轨迹方程;

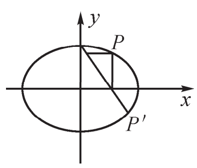
(2)若点 $P(x_0,y_0)$ 是(1)中轨迹上的点,r_1,r_2 是点 P 与点 $F_1(-c,0),F_2(c,0)$ 的距离,求证:$r_1=a+\frac{c}{a}x_0,r_2=a-\frac{c}{a}x_0$.

变式 1 设 F_1,F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 的左右焦点,$P(x,y)$ 是该椭圆上的一个动点,则 $|PF_1|\cdot|PF_2|$ 的最大值是________,最小值是________.

例2 已知椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$,$F_1,F_2$ 分别是椭圆的左、右焦点,点 $A(1,1)$ 为椭圆内一点,点 P 是椭圆上一点.

(1)求 $|PA|+|PF_1|$ 的最大值;

(2)求 $|PA|+\frac{3}{2}|PF_2|$ 的最小值.



变式 2 (2010·全国卷2理)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,过右焦点 F 且斜率为 $k(k>0)$ 的直线与 C 相交于 A、B 两点.若 $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{FB}$,则 $k=$ ( )

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

例3 化简下列参数方程为普通方程,并说明方程的曲线是什么.

(1) $\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数);

(2) $\begin{cases}x=2\cos\alpha\\ y=\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数);

(3) $\begin{cases}x=\sin\varphi\\ y=8\cos\varphi\end{cases}$ (φ 为参数).

变式 3 已知实数 x,y 满足 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$,则 $u=x^2+y^2-2y$ 的取值范围是________.

四、备选例题

例1 已知椭圆 $x^2+8y^2=8$,在椭圆上求一点 P,使 P 到直线 $x-y+4=0$ 的距离最小并求出最小值.

例2 已知 P 是正四面体 $S-ABC$ 表面 SAB 内任意一点,P 到点 S 的距离为 d_1,P 到直线 AB 的距离为 d_2,P 到面 ABC 的距离为 d_2,有以下四个命题:

①若 $d_1=d_3$,则 P 的轨迹为椭圆的一部分;

②若 $d_1=\frac{3\sqrt{2}}{4}d_3$,则 P 的轨迹为抛物线的一部分;

③若 d_1,d_2,d_3 成等差数列,则 P 的轨迹为椭圆的一部分;

④若 d_1,d_2,d_3 成等比数列,则 P 的轨迹为双曲线的一部分.

其中正确的命题有________.