

YUEDU  
SHUXUE



浙大优学

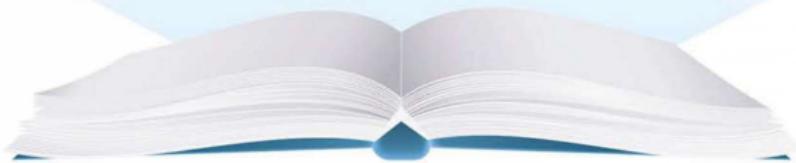


# 阅读 数学

B版

许建萍 著

- ☀ 17讲 微型讲座 实现从知识到能力的飞跃
- ☀ 70%+30% 化难为易 达到从课本到竞赛的延伸
- ☀ A版/B版 读练结合 成就从学生到学霸的梦想



7  
七年级

 ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

# 阅读数学 B 版

(七年级)

许建萍 著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

阅读数学：B版，七年级 / 许建萍著. —杭州：  
浙江大学出版社，2016.7  
ISBN 978-7-308-16092-6

I. ①阅… II. ①许… III. ①中学数学课—初中—教  
学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 178457 号

## 阅读数学 B 版(七年级)

许建萍 著

---

责任编辑 邹小宁  
责任校对 沈国明 沈炜玲  
封面设计 林智广告  
出版发行 浙江大学出版社  
(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)  
(网址：<http://www.zjupress.com>)  
排 版 杭州星云光电图文制作有限公司  
印 刷 杭州余杭人民印刷有限公司  
开 本 787mm×1092mm 1/16  
印 张 12.5  
字 数 304 千  
版 次 2016 年 7 月第 1 版 2016 年 7 月第 1 次印刷  
书 号 ISBN 978-7-308-16092-6  
定 价 28.00 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行中心联系方式：0571-88925591；<http://zjdxcbbs.tmall.com>

# 作者的故事

身为初中数学教师的我,常常因繁重的教学工作而疏于对女儿数学学习的引导。直到女儿小学五年级第二学期结束时,她对我说:“妈妈,我想不读六年级了,学校六年级的课程差不多已经上完了,我想读初中了。”我才猛然觉得愧对孩子。当时因为要带初三,我担心难以兼顾好学生和女儿,所以就对女儿说:“等妈妈带好这届学生,那时你就可以在妈妈班里读初一。”一方面,我能近距离地关心女儿,另一方面,也想在女儿身上做个尝试,让一个在小学阶段没有接受奥数训练的孩子,通过“阅读数学”的方式,能喜欢上数学,至少不把学数学当作一件苦事、难事。

我的“阅读数学”尝试是成功的。女儿不仅真的喜欢上了数学,轻松地完成了高中阶段的学习,而且就读上海财经大学经济学院数量经济专业时,仍然专注于数学,自己组队参加全美建模大赛,负责数学和英语翻译,在没有专门指导教师的情况下获得了二等奖。

我的“阅读数学”尝试是丰收的。我在带女儿的同时也带出了一批喜欢数学的学生,从初一让他们戴着红领巾进初三数学竞赛试场玩数学,到初二有一人获市一等奖,最后在初三获一等奖人数占参赛学生总数的 $\frac{1}{4}$ ,其中一人以满分获省一等奖。该学生后来以外地生第三名的成绩进入上海中学实验班学习,在他读高二第一学期时参加全国数学联赛,获得上海市第13名(参赛高二学生中第二名)并进入了数学奥林匹克冬令营,在冬令营中获二等奖,最后保送北京大学数学系。还有两人分别以第一名和第三名的成绩考入复旦大学附属中学实验班,一人进入计算机奥林匹克冬令营,保送北京大学计算机系,另一人保送复旦大学。提起这三位学生,还有一个令我记忆深刻的故事。在他们读初二前的暑假里,有位老师拿来了一道因式分解题,虽然这三位学生没有正式学过因式分解,但考虑到在我的辅导班里已经让他们“阅读”过该内容,我也讲过一二,于是电话通知他们试试。结果非常有趣:第一位同学来电话说,他实在想不出思路,请教我方法。第二位同学不久也来电话,告知已经做出,方法与我的不一样。在了解了他的方法后,我告诉他我的方法。阅卷结束后我电话询问第三位同学,他说想继续攻题,到晚上来电话告诉我攻题成功,他的方法与前两种方法都不同,我与他交流了其他两种方法。令我始料未及的是,第一位同学晚上又打来电话询问其他两位同学是否做出,他们的方法是什么?作为老师,我真的很满意这三位同学的学习方式和钻研精神。但现在细想,他们三位的智力水平相当,第一位同学以最少的时间获取三种方法。在高中阶段,该同学作为高二学生入选中国数学奥林匹克冬令营并获二等奖,这与他特别善于吸取他人思想精华的学习

方法不无关系。

“它山之石可以攻玉”，是“阅读数学”的逻辑起点。“熟读唐诗三百首，不会作诗也会吟”，数学学习也一样。一直以来，初中数学让许多学生望而生畏，有的花了大量时间，但学习效果并不理想。“阅读数学”可以让学生喜欢数学。以“阅读数学”的方式教数学，让我一直幸福地教书，我的幸福在于我欣赏并信任我的学生，从来不没收他们参考用书的答案，让他们通过“阅读数学”来快速掌握知识，我则尽可能帮助补充其他方法，或提炼出规律，或帮学生看透难题本质，变竞赛题为课本题，最后我的学生都喜欢数学。作为我的学生，他们会自信地走进竞赛考场，发挥出自己的水平。十多年来，我每天在收集整理思路，品位着它们漂亮方法背后的思维方式，现在终于成集，《阅读数学》是开放性思维与创造性思维的融合，我相信这本书会让害怕数学的学生在阅读学长们的好方法后喜欢数学，并以最快的方式欣赏到数学的漂亮，忍不住地动手研究题目，把做数学题目当作玩游戏，健康快乐地成长。我更相信，这本书可以让优秀学生找到知音和乐趣，实现跨越式提升。

有新解题方法的同学，欢迎发邮件至 1286216158@qq.com。再版时会考虑引入你的新方法，一旦引入，你的名字和你的智慧将出现在书中，期待数学思维的碰撞。

# 目 录

<b>第 1 章 有理数</b> .....	( 1 )
1.1 正数与负数 .....	( 1 )
1.2 数 轴 .....	( 5 )
1.3 绝对值 .....	( 9 )
微型讲座(一) 无限循环小数与分数的转化 .....	( 13 )
微型讲座(二) 数轴与绝对值 .....	( 15 )
<b>第 2 章 有理数的运算</b> .....	( 19 )
2.1 有理数的加减法 .....	( 19 )
2.2 有理数的乘除法 .....	( 24 )
2.3 有理数的乘方及混合运算 .....	( 29 )
微型讲座(三) 巧 算 .....	( 34 )
2.4 准确数和近似数 .....	( 42 )
微型讲座(四) 找规律(1) .....	( 45 )
<b>第 3 章 实 数</b> .....	( 50 )
3.1 平方根与立方根 .....	( 50 )
3.2 实数的运算 .....	( 54 )
<b>第 4 章 代数式</b> .....	( 57 )
4.1 代数式 .....	( 57 )
4.2 用字母表示数 .....	( 60 )
4.3 求代数式的值 .....	( 62 )
4.4 整式的加减 .....	( 65 )
微型讲座(五) 绝对值的化简求值 .....	( 68 )
微型讲座(六) 找规律(2) .....	( 70 )
<b>第 5 章 一元一次方程</b> .....	( 74 )
5.1 解一元一次方程 .....	( 74 )
5.2 一元一次方程的运用(1) 用基本量思想解行程类问题 .....	( 78 )
5.3 一元一次方程的运用(2) 用方程思想解生活实际问题 .....	( 82 )
微型讲座(七) 进位制 .....	( 85 )
微型讲座(八) 含绝对值的一元一次方程 .....	( 89 )
微型讲座(九) 分类思想在解字母系数方程中的应用 .....	( 93 )
微型讲座(十) 解不足条件的一次方程 .....	( 97 )
<b>第 6 章 图形的初步知识</b> .....	( 100 )
6.1 线 .....	( 100 )



6.2 角 .....	(106)
6.3 相交线与平行线 .....	(110)
微型讲座(十一) 面积(1) .....	(114)
微型讲座(十二) 平移与对称 .....	(118)
<b>第7章 二元一次方程组</b> .....	(122)
7.1 二元一次方程组的解法 .....	(122)
7.2 二元一次方程组的运用(1) .....	(126)
7.3 二元一次方程组的运用(2) .....	(129)
<b>第8章 概率与统计</b> .....	(133)
8.1 数据与图表 .....	(133)
8.2 简单的事件计数与概率 .....	(138)
<b>第9章 整式的乘法</b> .....	(145)
9.1 幂的运算 .....	(145)
9.2 乘法公式及其运用 .....	(149)
9.3 整式的乘除 .....	(153)
9.4 整体代入求值法 .....	(157)
微型讲座(十三) 配方法(1) .....	(160)
<b>第10章 因式分解</b> .....	(164)
微型讲座(十四) 因式分解 .....	(164)
微型讲座(十五) 对称多项式的因式分解 .....	(174)
微型讲座(十六) 因式分解法的运用 .....	(176)
<b>第11章 分式</b> .....	(180)
11.1 分式的概念与性质 .....	(180)
11.2 分式方程的解及其解法 .....	(184)
11.3 有条件的分式的化简与求值 .....	(189)
微型讲座(十七) 大胆设元,轻松解应用题 .....	(192)
<b>后 记</b> .....	(193)

# 第 1 章 有理数

## 1.1 正数与负数



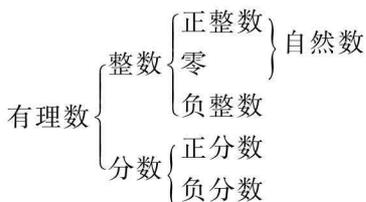
### 知识窗

数的概念是随着生产和生活的需要而不断发展的,我们把一种意义的量规定为正,用“+”(读作正)来表示,同时把另一种与它相反意义的量规定为负,用“-”(读作负)来表示.用正数和负数可以表示相反意义的量,零的相反数是零.

把哪一种意义的量规定为正,是相对的.例如我们可以把向南 100 米记作+100 米,那么向北 75 米记作-75 米.但习惯上,人们常把上升、运进、零上、增加、收入等量规定为正,同时把下降、运出、零下、减少、支出相应规定为负.

具有相反意义的量:要求意义相反,与值无关,如-4 元与+2 元是意义相反的两个量.

有理数的分类:



另外,有理数可分为正数、0、负数.

分类的原则:不重复、不遗漏.

另外,我们把正数和 0 合称为非负数,负数和 0 合称为非正数.

以后我们要用到如下结论:

- (1)如果若干个非负数的和为 0,则每一个非负数都为 0;
- (2)如果非负数取得最小值,则该非负数取 0;
- (3)如果非正数取得最大值,则该非正数取 0.

常用的数学符号语言

中文意义	$a$ 是正数	$a$ 是负数	$a$ 是非负数	$a$ 是非正数
数学语言	$a > 0$	$a < 0$	$a \geq 0$	$a \leq 0$



### 例题精选

**例题 1** 判断下列语句是否正确.

- (1)气温降低 $-2^{\circ}\text{C}$ 就是气温上升 $2^{\circ}\text{C}$ . (2)最小的整数是 0.



**例题 2** 把下列各数  $-2, -0.1, -71, 0, 101, -\frac{22}{7}, -0.\dot{3}, -7\%, -3.14, \frac{4}{7}, -2014$  分类:

正整数{ ,...}; 负整数{ ,...}; 分数{ ,...}; 负有理数{ ,...}.

**例题 3** 巴黎与北京的时差是  $-7$  小时(带正号的数表示同一时间比北京早的时间),若现在北京时间是 8:00,则巴黎时间为\_\_\_\_\_.



### 小结

以前在小学里,大家都认为 0 是个很简单的数,常常不被人重视,而从今天开始,0 就开始“复杂”了.

- (1)既不是正数,也不是负数的数是 0.
- (2)相反数等于它本身的数是 0.
- (3)0 是最小的自然数.
- (4)0 是比负数大的最小数是比正数小的最大数.
- (5)不能做除数的数是 0.
- (6)不是正整数的自然数是 0.
- (7)0 是正数和负数的分界点.
- (8)0 是最小的非负数.
- (9)任何数乘以 0,积都等于 0;任何数加 0,仍得原数.
- (10)0 是偶数.

这下你对 0 有新的感觉了吧.希望你喜欢上 0,当然首先要尊重它,经常想到它,判断有些话的正确性,一定要考虑 0 的感受哦.马上我们还可以说:“绝对值最小的数是 0.”



### 训练场

1. 判断题(在括号里正确的填入“T”,错误的填入“F”)
- (1)带“+”号的是正数,带“-”号的是负数.( )
- (2)0 是最小的自然数.( )
- (3)正数和 0 统称为有理数.( )
- (4)0 既不是整数也不是分数.( )
- (5)正数和分数统称为有理数.( )



## 2. 选择题

(1) 下列说法正确的是( )。

- A. 有理数是指整数、分数、正有理数、0、负有理数这五类数  
 B. 一个有理数不是正数就是负数  
 C. 一个有理数不是整数就是分数  
 D. 以上说法都正确

(2) 下列说法正确的是( )。

- A. 正数、0、负数统称为有理数  
 B. 正有理数、负有理数统称为有理数  
 C. 整数、分数统称为有理数  
 D. 小数一定是有理数

(3) 最小的整数是( )。

- A. -1  
 B. 0  
 C. 1  
 D. 不存在

(4) 用  $-a$  表示的数一定是( )。

- A. 负数  
 B. 负整数  
 C. 正数或负数  
 D. 以上结论都不对

3. 整数  $a, b$  满足  $ab \neq 0$  且  $a+b=0$ , 以下判断正确的是( )。

- A.  $a, b$  之间没有正分数  
 B.  $a, b$  之间没有负分数  
 C.  $a, b$  之间至多有一个整数  
 D.  $a, b$  之间至少有一个整数

## 4. 填空题

(1) 设向东走为正, 向东 30 米记作 \_\_\_\_\_, 向西走 20 米记作 \_\_\_\_\_, 原地不动记作 \_\_\_\_\_ 米。

(2) 向北走  $-20$  米表示 \_\_\_\_\_。

(3) 一潜艇所在高度是  $-80$  米, 一条鲨鱼在艇上方 30 米处, 鲨鱼所在地高度是 \_\_\_\_\_ 米。

(4) 小明向东走了 200 米记作  $+200$  米, 然后他向西走了  $-300$  米, 这时小明的位置与原来比较是在 \_\_\_\_\_。

5. 工厂生产的乒乓球的重量是有规定的, 但实际生产出的乒乓球, 可能重一点或轻一点, 比标准重量重 0.02 克, 记作 0.02 克; 比标准重量轻 0.02 克, 记作  $-0.02$  克; 恰好等于标准重量记作 0 克。现有 10 个乒乓球, 称它们的重量后分别为记作 0.02 克、0.01 克、0 克、 $-0.02$  克、 $-0.01$  克、0.03 克、0 克、0.01 克、0 克、 $-0.01$  克, 产品规定最重不超过 0.02 克, 最轻不少于 0.02 克为合格, 则 10 个乒乓球中合格的有几个?

6. 将  $1, -3, 5, -7, 9, \dots$  按下面表的方法进行排列, 若把  $-23$  的位置记为  $(3, 2)$ ,  $-15$  的位置记为  $(2, 3)$ , 求这列数中  $2013$  的位置.

1	-3	5	-7	9
-11	13	-15	17	-19
21	-23	25	-27	29
-31	33	-35	37	-39

7. 下表是某电台这星期的流行歌曲排行榜, 其中歌曲 J 是新上榜的歌曲, “ $\uparrow$ ”“ $\downarrow$ ”分别表示该歌曲相对于上星期名次的变化情况, “ $\uparrow$ ”表示上升, “ $\downarrow$ ”表示下降, 不标注的则表示没有变化. 已知每首歌的名次变化都不超过两位, 请问上星期排在 1, 5, 7 名的歌曲是什么.

名次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
歌曲	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
变化情况	$\uparrow$		$\downarrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	新



## 1.2 数 轴



## 知识窗

数学一开始就是研究“数”和“形”的,从古希腊时期起,人们就试图把它们统一起来.

数与形有着密切的联系,一方面,我们常用代数的方法研究图形问题;另一方面,也利用图形来处理代数问题,这种数与形相互作用,是一种重要的数学思想——数形结合思想.

数轴的三个要素:原点、正方向、单位长度.

数轴类似几何里的直线,和代数中的相反数概念、数的大小比较有较深的联系.

在数轴上,表示互为相反数的两个点,位于原点的两侧,并且与原点距离相等,右边的点所表示的数较左边的点所表示的数大.

如果已知点  $A(a)$  在点  $B(b)$  右边,则  $AB=a-b$ ;

如果已知点  $A(a)$  在点  $B(b)$  左边,则  $AB=b-a$ ;

另外有 midpoint 公式:如果  $A(a), B(b)$ , 而  $M(m)$  是  $AB$  的中点,则  $m=\frac{a+b}{2}$ .

在处理一些与数轴相关的应用问题中,最主要的是要全面考虑,点的左、右边都要进行考虑.

常用的数学符号语言:

中文意义	-2 的相反数	$a$ 的相反数	$a$ 大于 $b$	$a, b$ 互为相反数	$a, b$ 互为倒数
数学语言	$-(-2)$	$-a$	$a > b$	$a = -b$ 或 $a + b = 0$	$ab = 1$



## 例题精选

**例题 1** (1)数轴上点  $A$  表示  $-2$ ,与点  $A$  相距 3 个单位长度的点表示数\_\_\_\_\_.

(2)点  $A$  表示  $-2$ ,与  $A$  的距离不超过 3 个单位长度的点有\_\_\_\_\_个,它们的积是\_\_\_\_\_.

(3)在数轴上,点  $A$  和  $B$  分别表示  $-3$  和  $5$ ,则线段  $AB$  的中点所表示的数是\_\_\_\_\_.

**例题 2** (2004 年第 12 届“希望杯”邀请赛初一第二试试题)如图 1-1 所示,在数轴上有六个点,且  $AB=BC=CD=DE=EF$ ,则与点  $C$  所表示的数最接近的整数是( ).

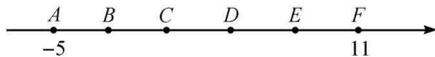


图 1-1

A.  $-1$

B.  $0$

C.  $1$

D.  $2$



**例题 3** 电子跳蚤落在数轴上的某点  $k_0$ , 第一步由  $k_0$  向左跳 1 个单位长度到  $k_1$ , 第二步由  $k_1$  向右跳 2 个单位长度到  $k_2$ , 第三步由  $k_2$  向左跳 3 个单位长度到  $k_3$ , 第四步由  $k_3$  向右跳 4 个单位长度到  $k_4$ ,  $\dots$ , 按以上规律跳了 100 步时, 电子跳蚤落在数轴上的点  $k_{100}$  所表示的数恰好是 19.4, 试求电子跳蚤的初始位置  $k_0$  点所表示的数.



### 小结

利用数形结合思想解题的关键是建立数与形之间的联系, 现阶段数轴是联系数与形的桥梁, 主要体现在:

- (1) 运用数轴直观地表示有理数;
- (2) 运用数轴形象地解释相反数;
- (3) 运用数轴准确地比较有理数的大小.



### 训练场

1. 下列语句为正确定义相反数的是( ).  
A. 符号不同的两个数, 0 的相反数是 0  
B. 只有符号不同的两个数  
C. 只要符号不同的两个数, 0 的相反数是 0  
D. 只有符号不同的两个数, 0 的相反数是 0
  
2. 在数轴上, A 点表示  $-1$ , 现在 A 开始移动, 先向左移动 3 个单位长度, 再向右移动 9 个单位长度, 又向左移动 5 个单位长度, 这时, A 点表示的数是( ).  
A.  $-1$                       B. 0                      C. 1                      D. 8



3. 在数轴上任取一条长度为  $1999\frac{1}{9}$  的线段, 则此线段在这条数轴上最多能盖住的整数点的个数是( ).

- A. 1998                      B. 1999                      C. 2000                      D. 2001

4. 填空题

(1) 如果点  $A, B, C$  在同一直线上,  $AB=3$  厘米,  $BC=1$  厘米, 则  $AC$  的长是\_\_\_\_\_;

(2) 在直线  $l$  上顺次取三点  $A, B, C$ , 且  $AB=6$  厘米,  $BC=4$  厘米, 线段  $AC$  的中点为  $D$ , 则线段  $BD$  的长为\_\_\_\_\_厘米.

5. 在数轴上表示数  $a$  的点到原点的距离为 3, 则  $a-3=_____$ .

6. 如图 1-2 所示, 有理数  $a, b, c$  在数轴上的对应点为  $A, B, C$ , 且  $|a|=|c|$ , 试将  $a, b, c, a+b, a+c, c-a$  用“ $<$ ”连接起来\_\_\_\_\_.



图 1-2

7. 笔直的公路上有  $A, B, C$  三个车站, 且  $A, C$  两车站相距 12 千米,  $A, B$  两车站相距 2 千米, 小明以  $a$  千米/时的速度 ( $a < 5$ ) 从车站  $B$  出发向  $C$  车站行进, 2 小时后小明与  $C$  站相距\_\_\_\_\_千米.

8. 因为到点 2 和到点 6 距离相等的点表示的数是 4, 有这样的关系  $4 = \frac{1}{2}(2+6)$ , 那么到点 102 和到点 998 距离相等的点表示的数是\_\_\_\_\_; 到点  $\frac{4}{5}$  和到点  $-\frac{6}{5}$  距离相等的点表示的数是\_\_\_\_\_; 到点  $m$  和到点  $-n$  距离相等的点表示的数是\_\_\_\_\_.

9. 简答题

(1) 在数轴上哪一个数是和  $-26$  与  $48$  的距离相等?

(2) 在  $-7$  与  $37$  之间插入哪三个数, 可使 5 个数的每相邻两个数之间的距离相等?

10. 已知数轴上两点  $A, B$  对应的数分别为  $-1, 3$ , 点  $P$  为数轴上一动点, 其对应的数为  $x$ . 若点  $A, B$  分别以 3 个单位长度/分、1 个单位长度/分的速度向右运动, 同时点  $P$  以 5 个单位长度/分的速度从点  $O$  向左运动, 当遇到  $A$  时, 点  $P$  立即以不变的速度向右运动, 当遇到  $B$  时, 点  $P$  立即以不变的速度向左运动, 并不停地往返于点  $A$  与点  $B$  之间. 求当点  $A$  与点  $B$  重合时, 点  $P$  所经过的总路程是多少?

11. 如图 1-3 所示, 按下列方法将数轴的正半轴绕在一个圆(该圆周长为 3 个单位, 且在圆周的三等分点处分别标上了数字  $0, 1, 2$ ) 上; 先让原点与圆周上的数字  $0$  所对应的点重合, 再将正半轴按顺时针方向绕在该圆上, 使数轴上  $1, 2, 3, 4, \dots$  所对应的点分别与圆周上  $1, 2, 0, 1, \dots$  所对应的点重合, 这样, 正半轴上的整数就与圆周上的数字建立了一种对应关系.

(1) 圆周上的数字  $a$  与数轴上的数字  $5$  对应, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ; (2) 数轴上的一个整数点刚刚绕过圆周  $n$  ( $n$  为正整数) 圈后, 并落在圆周上数字  $1$  所对应的位置, 这个整数是  $\underline{\hspace{2cm}}$  (用含  $n$  的代数式表示).

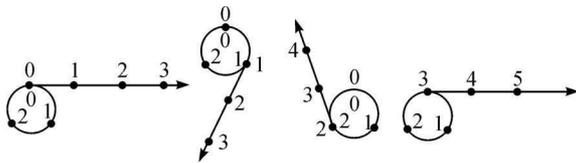


图 1-3



## 1.3 绝对值



## 知识窗

绝对值是初中代数中的一个重要概念,在解代数式化简求值、解方程(组)、解不等式(组)等方面有着广泛的应用,全面理解、掌握绝对值这一概念,应从以下方面入手:

(1)在代数中的意义.一个正数的绝对值是它本身;一个负数的绝对值是它的相反数;0的绝对值是0.

关于  $a$  的绝对值,用数学语言可表示为:

$$|a| = \begin{cases} a(a > 0), \\ 0(a = 0), \\ -a(a < 0), \end{cases} \quad \text{或 } |a| = \begin{cases} a(a \geq 0), \\ -a(a < 0), \end{cases} \quad \text{或 } |a| = \begin{cases} a(a > 0), \\ -a(a \leq 0). \end{cases}$$

(2)绝对值的几何意义,表示数轴上两点之间的距离.

在数轴上,表示互为相反数的两个点,位于原点的两侧,并且与原点距离相等,右边的点所表示的数较左边的点所表示的数大.

(3)绝对值的基本性质.

非负性,  $|a| \geq 0$ , 即  $|a|$  最小值为 0.

中文意义	数学语言
大于或者等于 0(不小于 0)	$\geq 0$
一个正数的绝对值是它本身	$ a  = a(a > 0)$
一个负数的绝对值是它的相反数	$ a  = -a(a < 0)$
零的绝对值是零	$ a  = 0(a = 0)$
推出	$\Rightarrow$
等价于	$\Leftrightarrow$
$ a  = 1$	$a = \pm 1$
小于或者等于	$\leq$
$A$ 与 $B$ 同时	$\begin{cases} A \\ B \end{cases}$

由绝对值的非负性可进一步得到:

$$|a-b| = a-b \Leftrightarrow a \geq b, \quad |a-b| = b-a \Leftrightarrow b \geq a,$$

$$|a+b| = a+b \Leftrightarrow a+b \geq 0, \quad |a+b| = -a-b \Leftrightarrow a+b \leq 0,$$

$$|a| + |b| = 0 \Rightarrow a = b = 0, \quad |a| + |b| + |c| + \dots + |z| = 0 \Rightarrow a = b = c = \dots = z = 0,$$

$$\text{进一步有 } |a| + |b| \leq 0 \Rightarrow a = b = 0,$$

$$|a| + |b| + |c| + \dots + |z| \leq 0 \Rightarrow a = b = c = \dots = z = 0,$$

$$m|a| + n|b| \leq 0 (m > 0, n > 0) \Rightarrow a = b = 0.$$



## 例题精选

例题 1 比较大小(在空白处填上“>”或“<”)

$$(1) -3.14 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad -\pi; (2) -\left(-\frac{198}{199}\right) \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad -\left(-\frac{1998}{1999}\right); (3) \frac{1}{5} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{150}{557}.$$



例题 2 已知  $|a|=1, |b|=2, |c|=3$ , 且  $a>b>c$ , 那么  $a+b-c=$  \_\_\_\_\_.

例题 3 若有理数  $x, y$  满足  $2014|x-1|+|x-2y+1|=0$ , 则  $x^2+y^2=$  \_\_\_\_\_.



### 小结

在数轴上, 表示互为相反数的两个点, 位于原点的两侧, 并且与原点距离相等, 右边的点所表示的数较左边的点所表示的数大.

绝对值本质上是代数问题, 却有几何概念. 我们将在本章的微型讲座里带大家了解该知识.

小窍门: 当你较难判断含字母的式子是正还是负时, 可以用某一数字代替, 可借用数字计算结果的正负性来判断含字母的式子的正负性, 可较顺利解决问题.

如果有限个非负数的和为 0, 那么每一个加数也必为 0. 如  $|x+a|+|y+b|=0$ , 则  $x+a=0$ , 且  $y+b=0$ .



### 训练场

#### 1. 填空题

(1) 已知  $|a+1|+|b-3|=0$ , 则  $a=$  \_\_\_\_\_,  $b=$  \_\_\_\_\_.

(2) 已知  $3|a+1|+\frac{1}{2}|b-3|=0$ , 则  $a=$  \_\_\_\_\_,  $b=$  \_\_\_\_\_.

(3) 已知  $|a+1|+|b-3|\leq 0$ , 则  $a=$  \_\_\_\_\_,  $b=$  \_\_\_\_\_.

2. 已知  $|x-y|+|y-2|+|z+y|=0$ , 求  $|x|+|y|+|z|$  的值 \_\_\_\_\_.

3. 当  $|2+x|-3$  取得最小值时, 求  $x+7=$  \_\_\_\_\_.

4. (2001 年第 12 届“希望杯”初一赛题) 一个整数与 5 之差的绝对值大于 1999 而小于 2001, 则这个整数是 \_\_\_\_\_.

5. (第 15 届江苏省竞赛题) 设  $a, b, c$  分别是一个三位数的百位、十位和个位数字, 并且  $a\leq b\leq c$ , 则  $|a-b|+|b-c|+|c-a|$  可能取得的最大值是 \_\_\_\_\_.