



东博文化传媒  
DONGBO CULTURE MEDIA  
梦想·成就未来

双色升级版

浙江省高职（单考单招）招生考试复习丛书  
ZHEJIANGSHENG GAOZHI (DANKAO DANZHAO) ZHAOSHENG KAOSHI FUXI CONGSHU

# 高职考

# 数学

总复习

（上册）

主编 陈建忠



电子科技大学出版社



东博文化传媒  
DONGBO CULTURE MEDIA  
梦想·成就未来

双色升级版

浙江省高职（单考单招）招生考试复习丛书  
ZHEJIANGSHENG GAOZHI (DANKAO DANZHAO) ZHAOSHENG KAOSHI FUXI CONGSHU

# 高职考

## 数学

总复习

（上册）

主 编 陈建忠

副主编 乔先锋 翁海滨

编 委 (按姓氏笔画)

王 娟 冯 丹 乔先锋 张 红

陈建忠 何建松 沈益苹 赵水君

夏 群 翁海滨 倪家健 程丽华

傅钦志 楼 莺



电子科技大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高职考数学总复习. 上册 / 陈建忠主编. -- 成都:  
电子科技大学出版社, 2017.5  
ISBN 978-7-5647-4496-0

I. ①高… II. ①陈… III. ①数学课 - 高等职业教育  
- 入学考试 - 自学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第109466号

## 浙江省高职 (单考单招) 招生考试复习丛书 高职考数学总复习 (上册)

GAOZHUKAO SHUXUE ZONGFUXI (SHANGCE)

主编 陈建忠

---

出 版: 电子科技大学出版社 (成都市一环路东一段159号电子信息产业大厦 邮编: 610051)  
策划编辑: 吴艳玲  
责任编辑: 吴艳玲  
主 页: [www.uestcp.com.cn](http://www.uestcp.com.cn)  
电子邮箱: [uestcp@uestcp.com.cn](mailto:uestcp@uestcp.com.cn)  
发 行: 新华书店经销  
印 刷: 安徽宣城海峰印刷包装有限公司  
成品尺寸: 210mm × 297mm 印张: 13 字数: 400 千字  
版 次: 2017 年 5 月第一版  
印 次: 2017 年 5 月第一次印刷  
书 号: ISBN 978-7-5647-4496-0  
定 价: 39.00 元

---

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 本社发行部电话: 028-83202463; 本社邮购电话: 028-83201495
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。

随着职业教育的大力发展，高等职业教育日益成为广大职业教育者研究的重要课题。高等职业教育，以其求实的培养目标，为社会输送了大批既有理论知识又有实践技能的实用型人才，因而越来越受到人们的关注与尊重。

浙江省从上世纪90年代中期起就实施了以中等职业学校为主要对象的高等职业技术教育招生考试工作（以下简称“高职考”），而且报名人数逐年增加。但是，对于参加这类考试的考生服务体系和复习资料的提供相对薄弱。

为了帮助参加浙江省高等职业技术教育招生考试的广大考生全面、系统、快速、高效地复习备考，我们邀请了一批浙江省资深教研员及国家级重点职业学校的骨干教师，为“高职考系列丛书”的高质量出版认真研讨、出谋划策。这些骨干教师长期致力于高职考命题、考试大纲的研究，具有丰富的高等职业技术教育招生考试（单考单招）复习教学工作经验。

本丛书具有如下特点：

**编委阵容强大：**作者均系浙江省资深教研人员及国家级重点中等职业学校的一线骨干教师，具有丰富的高职考复习教学经验，并长年研究浙江省高职招生考试命题方向。

**编写体系成熟：**严格按照最新浙江省高职招生考试说明进行编写，分析了近几年的高职招生考试试卷，并且根据新的考试方向进行高职考试题预测。为提高本套丛书质量，特聘请资深专家严格把关。

**编写内容齐全：**内容涵盖了最新浙江省高职招生考试说明中要求掌握的内容，题型、题量及分值分布合理，具有很强的导向性。

由此可见，本丛书具备很强的指导性，是浙江省高职（单考单招）招生考试复习必备指导用书。

《高职考数学总复习》分为上、下两册，依据最新的高职考试大纲和教材内容进行编写。本书的编写以章节为脉络，以考点相串联，全面覆盖考试所需重难点知识。每章设有“考点解读”和“思维导图”板块，对整章知识进行数据化分析、创新性总结，既方便教师统筹教学，又利于学生自主学习；每个考点的板块设置充分考虑到了学生的学习特点及记忆规律，以“知识要点”为起点，通过“基础过关”“典例剖析”和“回顾反思”三个环节，层层递进，使学生对考点知识有全面立体的了解和掌握，最后通过“目标检测”中难易适中、设置合理的习题加以实践。

《高职考数学同步综合检测卷》配套《高职考数学总复习》使用，包括“考点精题训练”“章综合测试卷”和“模拟试卷”三部分，由点到面，逐步提升。为避免复习时间跨度较长导致学生遗忘前面知识，编者在“章综合测试卷”中加入了阶段性测试卷，每复习完一章知识便将前几章内容一并温习一遍，以不断加强记忆，夯实基础。

本书由慈溪职成教教研室陈建忠任主编，参与编写的都是长期从事职业教育教学与研究的一线数学教师。具体分工如下：第一章由衢州中专傅钦志编写，第二章由临平职高沈益苹编写，第三章由德清职业中专张红编写，第四章由长兴职教中心王娟编写，第五章、第七章由鄞州职教中心楼莺编写，第六章由平湖职业中专翁海滨、倪家健、冯丹编写，第八章由鄞州职高乔先锋、诸暨技师学院赵水君编写，第九章由萧山一职何建松编写，第十章由海盐县理工学校夏群、海盐县商贸学校程丽华编写；上述老师还同时编写了配套同步综合检测卷的相应内容。全书由陈建忠统稿。本书在编写过程中，得到了各地市职教教研单位及专家的大力支持，杭州市职业技术教育研究室谢幼平给予了悉心指导。在此一并表示感谢！

由于时间仓促，书中错漏和不妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正，以利于改进和提高。

### 第一章 集合与简易逻辑

- 考点1 集合的概念 ..... 2
- 考点2 集合的运算 ..... 8
- 考点3 充要条件 ..... 13

### 第二章 不等式

- 考点4 不等式的性质与基本不等式 ..... 19
- 考点5 一元一次不等式(组)的解法 ..... 24
- 考点6 一元二次不等式的解法 ..... 29
- 考点7 含绝对值不等式的解法 ..... 34
- 考点8 不等式的应用 ..... 38

### 第三章 函数

- 考点9 函数及函数基本性质 ..... 47
- 考点10 一次函数 ..... 54
- 考点11 二次函数 ..... 60
- 考点12 指数与对数 ..... 67
- 考点13 指数函数与对数函数 ..... 73
- 考点14 函数的应用 ..... 79

### 第四章 数列

- 考点15 数列的概念与通项公式 ..... 87
- 考点16 等差数列 ..... 93
- 考点17 等比数列 ..... 99
- 考点18 数列的应用 ..... 104

## 第五章 平面向量

考点 19 向量的概念 .....	110
考点 20 向量的运算 .....	115
考点 21 向量的综合 .....	120

## 第六章 排列、组合与二项式定理

考点 22 两个计数原理 .....	126
考点 23 排列、组合的概念与计算 .....	132
考点 24 排列、组合应用题 .....	136
考点 25 二项式定理 .....	142

## 第七章 概 率

考点 26 随机事件及概率 .....	148
考点 27 古典概型 .....	154

参考答案 .....	159
------------	-----

## 第一章 集合与简易逻辑

### · 考点解读 ·

考点	内容解读	浙江省五年高职考统计(分值)					常考题型
		2013	2014	2015	2016	2017	
集合的概念	①了解集合的含义、元素与集合的属于关系 ②能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题 ③理解子集与真子集的概念,理解集合相等的含义,并能正确运用符号表示集合与集合的关系 ④在具体情境中,了解全集与空集的含义		2	2			选择题
集合的运算	①理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集 ②理解在给定集合中一个子集的含义,会求给定子集的补集	2			2	2	选择题
充要条件	①了解命题的概念,会判断命题的真假 ②理解充分条件、必要条件、充要条件的意义,会判断所给的条件是充分条件、必要条件,还是充要条件	2	2	2	2	2	选择题

### 分析解读

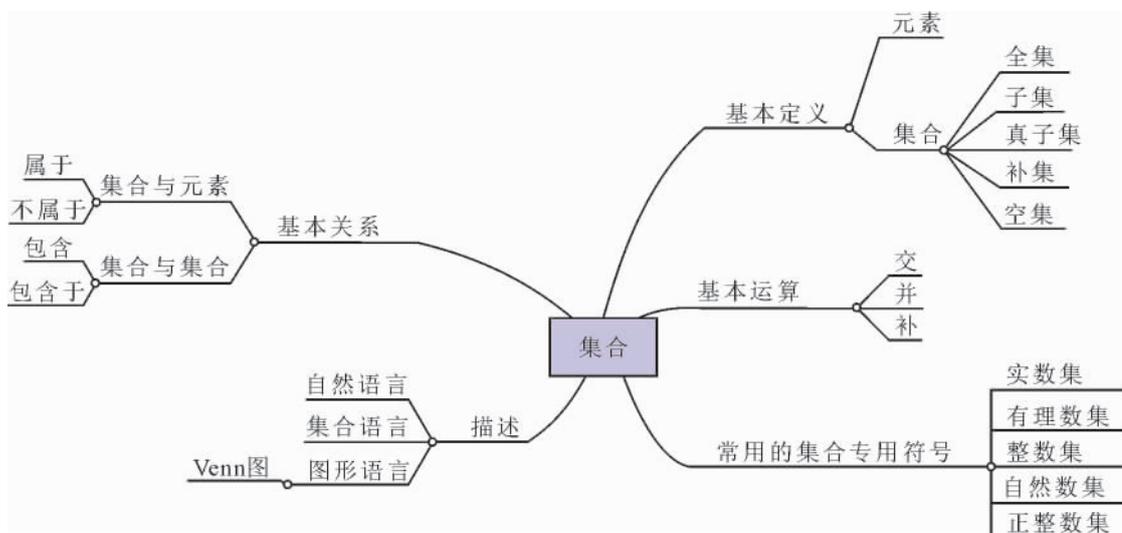
集合与简易逻辑在近几年高职考中以选择题和填空题为主,主要考查以下几个方面.

1. 集合元素特征: 确定性、互异性、无序性.
2. 两类关系: 元素与集合之间的关系, 集合与集合之间的关系.
3. 集合的交、并、补运算.
4. 与不等式相联系, 考查学生对集合的概念, 运算知识的把握及数形结合的能力.
5. 以集合为载体考查方程、函数、几何等新概念知识, 体现集合的工具性.
6. 以函数、不等式、三角函数、解析几何等知识为载体, 考查充要条件, 起到了对学生的数学思想、数学方法和数学能力进行综合考查的作用.

**按遗嘱分马** 有一位老人, 他有三个儿子和十七匹马. 他在临终前对他的儿子们说“我已经写好了遗嘱, 我把马留给你们, 你们一定要按我的要求去分.” 老人去世后, 三兄弟看到了遗嘱. 遗嘱上写着: “我把十七匹马全都留给我的三个儿子. 长子得一半, 次子得三分之一, 给幼子九分之一. 不许流血, 不许杀马. 你们必须遵从父亲的遗嘱!”



## 思维导图



## 考点1 集合的概念

## 知识要点

## 1. 集合的有关概念

- (1) 集合是\_\_\_\_\_，组成集合的对象叫作这个集合的\_\_\_\_\_。
- (2) 集合中的元素的三个特征是\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。
- (3) 集合按元素的个数可分为\_\_\_\_\_集和\_\_\_\_\_集。
- (4) \_\_\_\_\_叫作空集，记作\_\_\_\_\_。
- (5) 集合的表示方法有\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_和图示法(即 Venn 图法)三种。
- (6) 常用的数集符号:

数集名称	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号					

## 2. 元素与集合的关系

元素与集合的关系是\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_,分别用符号\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_表示。

## 3. 集合与集合的关系

- (1) 子集: 集合  $A$  是集合  $B$  的子集, 记作:  $A$  \_\_\_\_\_  $B$  或  $B$  \_\_\_\_\_  $A$ , 其定义是: 集合  $A$  的\_\_\_\_\_元素都是集合  $B$  的元素。
- (2) 相等集合: 集合  $A$  等于集合  $B$ , 记作:  $A$  \_\_\_\_\_  $B$ , 其定义是: 集合  $A$  的\_\_\_\_\_元素都是集合  $B$  的元素, 且集合  $B$  的\_\_\_\_\_元素也都是集合  $A$  的元素, 即  $A \subseteq B$ , 且  $B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$ 。

**欧拉的分遗产问题** 有一位父亲, 临终时嘱咐他的儿子这样来分他的财产: 第一个儿子分得 100 克朗和剩下财产的十分之一; 第二个儿子分得 200 克朗和剩下财产的十分之一; 第三个儿子分得 300 克朗和剩下财产的十分之一; 第四个儿子分得 400 克朗和剩下财产的十分之一……按这种方法一直分下去, 最后, 每一个儿子所得财产一样多。问: 这位父亲共有几个儿子? 每个儿子分得多少财产? 这位父亲共留下了多少财产?

(3) 真子集: 集合  $A$  是集合  $B$  的真子集, 记作:  $A \subsetneq B$  或  $B \supsetneq A$ , 其定义是: 集合  $A$  中的任何一个元素都是集合  $B$  的元素, 且  $A \neq B$ , 即  $A \subset B$ , 且  $A \neq B \Leftrightarrow A \subsetneq B$  (或  $B \supsetneq A$ ).

#### 4. 常用结论

(1) 若集合  $A$  中有  $n (n \in \mathbf{N}^*)$  个元素, 则  $A$  的子集有 \_\_\_\_\_ 个, 真子集有 \_\_\_\_\_ 个, 非空真子集有 \_\_\_\_\_ 个.

(2)  $\emptyset$  是任何集合的 \_\_\_\_\_, 是任何非空集合的 \_\_\_\_\_.

### 基础过关

1. 下列各对象不可以组成集合的是 ( )

- A. 某学校计算机教室中的所有计算机      B. 某学校素质好的学生全体  
C. 某菜地里的所有黄瓜      D. 某学校所有女教师

2. 已知集合  $M = \{x | -2 < x < 1\}$ , 则下列关系正确的是 ( )

- A.  $\sqrt{5} \in M$       B.  $0 \notin M$       C.  $1 \in M$       D.  $-\frac{1}{2} \in M$

3. 已知  $P = \{\text{菱形}\}$ ,  $T = \{\text{正方形}\}$ ,  $M = \{\text{平行四边形}\}$ , 则  $P, T, M$  三者关系正确的是 ( )

- A.  $T \subseteq P \subseteq M$       B.  $M \subseteq T \subseteq P$       C.  $M \subseteq P \subseteq T$       D.  $P \subseteq T \subseteq M$

4. 若集合  $A = \{0, 1, x^2 - 5x\}$ , 且  $-4 \in A$ , 则实数  $x$  的值为 ( )

- A. 1      B. 4      C. 1 或 4      D. 36

5. 下列表述正确的是 ( )

- A.  $0 \subseteq \{0, 1\}$       B.  $0 \in \{0\}$       C.  $\emptyset \in \{0, 1\}$       D.  $\{0\} = \emptyset$

6. 用适当的符号填空

- (1)  $0$  \_\_\_\_\_  $\{0\}$ ;      (2)  $0$  \_\_\_\_\_  $\emptyset$ ;      (3)  $\{0\}$  \_\_\_\_\_  $\emptyset$ ;  
(4)  $a$  \_\_\_\_\_  $\{a, b\}$ ;      (5)  $\{a\}$  \_\_\_\_\_  $\{a, b\}$ ;      (6)  $\{1, -1\}$  \_\_\_\_\_  $\{x | x^2 =$

1\}.

### 典例剖析

**【例 1】** 在下列命题中, 真命题的个数是 ( )

①  $\emptyset = \{0\}$ ; ②  $\emptyset \subseteq \{0\}$ ; ③ 若集合  $M = \{a, b, c\}$ ,  $N = \{a, c, b\}$ , 则  $M = N$ ; ④ 若集合  $A = \{y | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A = B$ ; ⑤ 若  $a = \sqrt{5}$ , 集合  $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$ , 则  $a \notin M$ .

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

**【思路点拨】** 本题主要考查元素与集合、集合与集合之间的关系, 特别是元素与空集、空集与一般集合的关系. 由于空集中不含任何元素, 而集合  $\{0\}$  中有一个元素  $0$ , 所以①是假命题, ②是真命题; 根据集合中元素的无序性, 所以③是真命题; ④中  $A$  表示函数  $y = x^2 - 1$  的值域, 即  $y \geq -1$ , 该集合是一个数集, 而集合  $B$  表示由抛物线  $y = x^2 - 1$  上的所有点组成的集合, 是一个点集, 故  $A \neq B$ , 所以④是假命题; ⑤元素与集合的关系用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”来表示, 所以⑤是假命题. 综上所述, ②③是真命题.

**【变式训练 1】** (1) 方程组  $\begin{cases} 4x + 3y = 25, \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$  的解集为 ( )

**欧拉的卖鸡蛋问题** 有两位农妇挎着篮子去集市上卖鸡蛋, 她们一共带了 100 只鸡蛋, 一个带得多, 另一个带得少, 却卖了同样多的钱. 第一个农妇对第二个农妇说: “如果我有你那么多的鸡蛋, 我就能卖 15 个克罗索 (一种德国古货币的名称).” 第二个农妇回答说: “如果只有你那么多的鸡蛋, 我就仅能卖  $6\frac{2}{3}$  个克罗索”. 试问两位农妇各带了多少只鸡蛋?

学 习 札 记

A.  $(4,3)$                       B.  $\{4,3\}$                       C.  $\{(4,3)\}$                       D.  $\{(3,4)\}$

(2) 用适当的方法表示下列集合:

- ① 方程  $x^2 + x - 6 = 0$  的解集;  
② 不大于 3 的正实数构成的集合.

**【例 2】** 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 已知  $M = \{-1, 0, 1\}$  和  $N = \{x | x^2 + x = 0\}$ , 则 ( )

A.  $M = N$                       B.  $N \subsetneq M$                       C.  $M \subsetneq N$                       D.  $M \subseteq N$

**【思路点拨】** 本题主要考查集合与集合之间的关系. 集合  $N = \{x | x^2 + x = 0\} = \{-1, 0\}$ , 而  $M = \{-1, 0, 1\}$ , 故  $N$  不等于  $M$ .

**【变式训练 2】** 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 已知  $M = \{-1, 0\}$  和  $N = \{x | x^2 + x = 0\}$ , 则 ( )

A.  $M = N$                       B.  $M \subsetneq N$                       C.  $N \subsetneq M$                       D.  $M \subseteq N$

**【例 3】** 集合  $\{(x, y) | x + y = 3, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$  有 \_\_\_\_\_ 个真子集.

**【思路点拨】** 此集合是一个点集, 首先改用列举法表示此集合, 有四个元素; 然后按照元素个数分类写出真子集.

**【变式训练 3】** 已知集合  $M = \{a, b, c, d\}$ , 则含有元素  $a$  的所有真子集个数有 ( )

A. 5 个                      B. 6 个                      C. 7 个                      D. 8 个

**【例 4】** (1) 已知  $x^2 \in \{0, 1, x\}$ , 求实数  $x$  的值;

(2) 已知集合  $A = \{x | -3 < x < 1\}$ ,  $B = \{x | x > a\}$ , 满足  $A \subseteq B$ , 求  $a$  的取值范围.

**【思路点拨】** 本题考查重点是元素与集合的关系及集合中元素的特征, 从  $x^2$  是集合  $\{0, 1, x\}$  中的一个元素为切入点, 注意集合中元素的三要素.





## 目标检测

## A. 基础训练

## 一、选择题

- 若  $M = \{x | x \leq \sqrt{5}\}$ , 且  $a = 2$ , 则下列关系式中正确的是 ( )  
 A.  $a \subseteq M$                       B.  $a \notin M$                       C.  $\{a\} \in M$                       D.  $\{a\} \subseteq M$
- 已知集合  $\{1, a, b\}$ , 则下列命题正确的是 ( )  
 A.  $a = b$                           B.  $a \neq b$                           C.  $b = 1$                           D.  $a = 1$
- 已知  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x - y \in A\}$ , 则  $B$  中元素的个数为 ( )  
 A. 10                                  B. 6                                  C. 3                                  D. 1
- 已知集合  $M = \{x | x^2 + x + 3 = 0\}$ , 下列结论正确的是 ( )  
 A. 集合  $M$  中共有 2 个元素                      B. 集合  $M$  中共有 2 个相同的元素  
 C. 集合  $M$  中共有 1 个元素                      D. 集合  $M$  为空集
- 已知集合  $U = \{a, b, c, d\}$ , 则集合  $U$  中含有元素  $a$  和  $b$  的所有真子集个数有 ( )  
 A. 2 个                                  B. 3 个                                  C. 4 个                                  D. 5 个
- 已知集合  $M = \{(1, 0), (0, 2), (3, 1)\}$ , 则集合  $M$  共有子集 ( )  
 A. 6 个                                  B. 7 个                                  C. 8 个                                  D. 9 个

## 二、填空题

7. 用适当的符号填空:

- (1)  $0$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}$ ;                                  (2)  $\frac{1}{2}$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ;  
 (3)  $\mathbf{N}_+$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ ;                                  (4)  $\{x | x^2 < 4, x \in \mathbf{Z}\}$  \_\_\_\_\_  $\{-1, 0, 1\}$ .

8. 若集合  $A = \{x | 2x - 5 < 0, x \in \mathbf{N}\}$ , 则用列举法可以表示为\_\_\_\_\_.

9. 写出集合  $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$  的所有真子集:\_\_\_\_\_.

10. 已知集合  $A = \{x | x^2 + px + q = 0\}$ , 且  $-2 \in A, 1 \in A$ , 则  $p, q$  的值分别为\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

11. 已知  $\{0, 1, 2\} \subseteq A \subsetneq \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ , 求满足条件的集合  $A$  的个数.

12. 已知集合  $A = \{x \mid ax^2 + 3x + 1 = 0\}$  中有且只有一个元素, 求由实数  $a$  组成的集合.

学 习 札 记

### B. 能力提升

1. 若  $\left\{1, a, \frac{b}{a}\right\} = \{0, a^2, a + b\}$ , 求  $a^{2016} + b^{2017}$  的值.

2. 已知集合  $A = \{x \mid -1 \leq x < 3\}$ ,  $B = \{x \mid x < a\}$ , 若  $A \not\subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

3. 已知集合  $M = \{x \mid x^2 + 2x - 3 = 0\}$ ,  $N = \{x \mid mx - 1 = 0\}$ , 若  $N \subseteq M$ , 求实数  $m$  的值.



## 典例剖析

**【例1】** 设全集  $U = \{x | 0 < x < 11, x \in \mathbf{N}\}$ , 已知  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ .

(1) 求  $\complement_U A \cap B, \complement_U (A \cup B)$ ;

(2) 若集合  $M \cup A = A$ , 求满足条件的集合  $M$  的个数.

**【思路点拨】** (1) 要注意运算顺序, 第1问应先求  $\complement_U A$ , 后求交集; 第2问应先求并集, 再求补集.

(2) 由  $M \cup A = A$  知,  $M \subseteq A$ , 问题实质上是求集合  $A$  的子集的个数.

**【变式训练1】** 设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , 已知集合  $S = \{1, 4, 5\}$ ,  $T = \{2, 3, 4\}$ , 则  $S \cap (\complement_U T)$  等于 ( )

- A.  $\{1, 4, 5, 6\}$       B.  $\{1, 5\}$       C.  $\{4\}$       D.  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

**【例2】** 设全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | -1 \leq x \leq 10\}$ ,  $B = \{x | x < 1 \text{ 或 } x > 7\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\complement_U A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**【思路点拨】** 以实数为元素的无限集之交、并、补这类问题, 一般可结合数轴进行分析, 解题时要注意集合的运算顺序, 弄清交集、并集、补集之间的关系.

**【变式训练2】** 设全集  $U = \{x | x \geq 0\}$ , 若集合  $A = \{x | x \geq 5\}$ ,  $B = \{x | 1 \leq x \leq 10\}$ , 则  $\complement_U A \cap B$  等于 ( )

- A.  $\{x | 1 \leq x \leq 5\}$       B.  $\{x | 1 \leq x < 5\}$       C.  $\{x | 0 \leq x < 5\}$       D.  $\{x | 0 \leq x \leq 10\}$

**【例3】** (1) 已知  $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$ ,  $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 已知集合  $C = \{y | y = x^2 + 1\}$ ,  $D = \left\{x \left| y = \frac{1}{x-2}\right.\right\}$ , 则  $C \cap D = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**【思路点拨】** (1) 因为集合  $A$  与  $B$  的元素是有序实数对  $(x, y)$ , 所以  $A \cap B$  即为方程组  $\begin{cases} 4x + y = 6, \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$  的解集, 在几何图形上表示两条直线交点所组成的集合.

(2) 集合  $C$  是函数  $y = x^2 + 1$  的值域, 集合  $D$  是函数  $y = \frac{1}{x-2}$  的定义域.

**【变式训练3】** (1) 已知集合  $A = \{(x, y) | 3x - 2y = 11\}$ ,  $B = \{(x, y) | 2x + 3y = 16\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | y = \sqrt{x-2}\}$ ,  $B = \{x | x > 4\}$ , 则  $A \cap (\complement_U B)$  等于 ( )

- A.  $[2, 4]$       B.  $[2, 4)$       C.  $\mathbf{R}$       D.  $\{2, 3, 4\}$

**托尔斯泰的割草问题** 割草队要割两块草地, 其中一块比另一块大一倍. 全队在大块草地上割了半天后, 分为两半, 一半继续留在大块草地上, 另一半转移到小块草地上. 留下的人到晚上就把大块草地全割完了, 而小块草地上还剩一小块未割. 第二天, 这剩下的一小块, 一个人花了一整天时间才割完. 问割草队共有多少人?

## 学 习 札 记

**【关键点评】** 解此类问题时,先联立方程组,再解出方程组,最后表示出  $A \cap B$ .

**【例 4】** 已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 + px + q = 0\}$ , 若  $A \cap B = \{2\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2\}$ , 且  $A \neq B$ , 求  $p, q$  的值.

**【思路点拨】** 用列举法表示出集合  $A = \{1, 2\}$ , 由  $A \cap B = \{2\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2\}$ , 且  $A \neq B$ , 知  $B = \{2\}$ , 故  $\begin{cases} p^2 - 4q = 0, \\ 4 + 2p + q = 0. \end{cases}$

**【变式训练 4】** 已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 5 = 0\}$ , 且  $A \cap B = \{2\}$ , 求实数  $a$  的值和  $A \cup B$ .

**【例 5】** 已知  $A = \{x | 2a \leq x \leq a + 3\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 4x - 5 > 0\}$ ,

(1) 若  $A \cap B = \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若  $A \cup B = B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

**【思路点拨】** 先求出集合  $B$ , 再画数轴来帮助思考. 要注意分  $A = \emptyset$  和  $A \neq \emptyset$  两种情形进行分类讨论.

**【变式训练 5】** (1) 已知集合  $A = \{x | x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | x \leq m\}$ , 若  $A \cup B = A$ , 则实数  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_;

(2) 设  $A = \{x | -2 < x < 5\}$ ,  $B = \{x | m + 1 < x < 1 - 3m\}$ , 若  $A \cap B = A$ , 则实数  $m$  的取值范围

