

“2+2” 模式精导精练

GAOXIAO
KETANG

高效课堂

数学

八年级下

《高效课堂》编写组 主编

 电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高效课堂·八年级数学·下 / 《高效课堂》编写组, 主编.

——成都: 电子科技大学出版社, 2015. 2

ISBN 978-7-5647-2860-1

I. ①高… II. ①高… III. ①中学数学课—

初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 033626 号

高效课堂·八年级数学·下

《高效课堂》编写组 主编

出 版 电子科技大学出版社(成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦
邮编:610051)

策划编辑 万晓桐

责任编辑 万晓桐

主 页 www.uestcp.com.cn

电子邮箱 uestcp@uestcp.com.cn

发 行 新华书店经销

印 刷 四川煤田地质制图印刷厂

成品尺寸 210mm×285mm 印张 7.75 字数 200 千字

版 次 2015 年 2 月第一版

印 次 2015 年 2 月第一次印刷

书 号 978-7-5647-2860-1

定 价 29.00 元

■版权所有 侵权必究 ■

◆ 本社发行部电话:028-83202463;本社邮购电话:028-83201495。

◆ 本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。

《高效课堂·八年级数学·下》

丛书主编:黄 成

编 委:(排名不分先后)

曾德松	温左福	刘天顺	王春燕	尹显平
赵茂全	杨 娟	梁 红	黄德凤	李 宏
陈 林	林 扬	刘家清	段 波	梁 敏
李秀清	王 淳	黄 蓉	吴尚彬	周新明
徐 强	赵思源	高 敏	张清明	陈 佳
刘春艳	张 燕	程建烈	吉建军	孙仪凤
张集鸿	吴晓刚	张 娟	郑守蓉	游 彬
周玉明	邓家菊	黄洪珍	廖祖林	任雨婷
钟秉江	李良凯	林开柏	邓佳红	王 璐
许 波	陈本强	陈 琳	刘晓红	文远萍
胡一元	段玲莉	黄 宇	罗国彬	吴 萍
谢光全	丁丽君	黄 英	张 强	周端路
刘奇锋	曾 亮	陈华国	黄桂清	张代杰

序

这是由一群在现实中践行着自我教学理念的实践者们用自己的思考、行动撰写而成的“高效课堂系列丛书”。

当下,波及整个中国大陆地区已十年的数学课程改革对我们的教材、教学乃至评价所产生的冲击是显而易见的,但由此而形成的有理论与实践参考价值的成果并不多见,特别是关于数学学习方式的研究成果,更是凤毛麟角。

作为此轮数学课程改革的重心之一,“改善学生的数学学习方式”在改革之初颁布的国家《全日制义务教育数学课程标准》(实验稿)和《普通高中数学课程标准》(实验稿)中已被明确提及,而在通过的《全日制义务教育数学课程标准》(修订稿)中仍然再次将它列为改革的重要任务之一。究其原因,从表面上看,应当是国内相关研究始终缺失。事实上,就数学教学研究(包括理论与实践)而言,我们已有的工作更多地涉及“数学课程内容”、“数学教学方法”、“数学教学技术”等,或者说,在“学生”、“教师”、“课程”这三大教学要素中,研究者的目光更多地关注“教师”与“课程”,而忽略“学生”。但深究下去,或许可以追溯到研究者与实践者在观念层面的表现:一直以来,当我们分析一个教材的特色时,关注的是它提供了哪些数学内容,这些内容又是怎样编排的,或者说它的体系怎样;当我们描述一个教学活动时,关注的是其中呈现了哪些数学问题(在例题、练习中),以及这些问题的深刻程度、求解的巧妙性,等等;当我们评价一张试卷时,关注的是它考查了哪些知识点(方法),等等。这些表现折射出一个重要的观念:就数学学习而言,“学什么”远比“怎样学”重要得多。

然而,就基础教育阶段的学生而言,其接受教育的根本目的应当是获得发展——为了在未来社会生活中能够更好地生存。这样的发展是一种“整体”的:既包括知识、技能、能力和素养,也包括情感、态度、价值观;发展的主要途径则是各门课程的学习活动。但显而易见的是,这个“整体”发展并不能简单地等同于各门课程学习内容学习结果之和。以解决问题能力的发展为例,经验与理论研究均表明:它并不能简单地通过传统的“课程知识”的习得就能够完成,事实上,它需要学生们经历诸如:理解问题的意义和内涵、收集必要的信息(数据)并加以分析、探求解决问题的思路、形成自己的猜想、验证与解释自己的结论,等等。或者说,在这个意义之下,“怎样学”或许更重要。

遗憾的是,国内数学教育界关于数学教学过程的研究更多的关注教师应当怎样“教”数学,而很少关心学生是怎样“学”数学的。以至于多年来我们习惯了:学生应当适应教学,而不是教学应当适应学生。确切地说,“学生是怎样学习数学的”在国内还是一个新的研究领域,系统的研究还没有开始,甚至我们绝大多数数学教育本科毕业的“科班”教师,没有系统地学过“数学学习心理”的课程。尽管在国际数学教育界,专门的“数学教育心理学(PME)”领域的研究已有长足的发展。

鉴于此,一群在现实中践行的一线教师以“高效课堂系列丛书”的形式实践着。

本套丛书,关于此类教学模式的研究才刚刚开始,需要进一步思考的问题还有很多,如:作为“学的课程”的学案的特质和结构;教师在教学过程中的角色和作用;高效课堂如何更加有效方式来体现;……

非常希望经历课程改革的中国数学教育界能够生发出根植于自己课堂的数学教学新模式!它的产生、发展与成型需要从事数学教育的研究者和实践者们的孜孜探求、精心呵护。有鉴于此,我们推出高效课堂教学的系列研究成果,期望得到同仁们的关注和评价。

黄 成
2005 年 1 月

前言

目前各种教辅资料种类繁多、大同小异,基本上是把学生训练成做题“机器人”,而本导学案则侧重于引导学生自主学习、快乐学习,宗旨是“学什么、教什么、考什么”完全依照课程标准和成都市《中考说明》编辑本学案和拟定配套试题,也是今后阶段性考试及期末考试、中考考试的蓝本。“2+2”模式精导精练是指课堂上20分钟为学生自学、教师精讲,另外20分钟为学生练习时间,通过这种方式可以使当课知识当堂过手,使所学知识课课清,提高考试的针对性,真正达到高效课堂的目的。

为充分发挥本套学案的价值和作用,请按以下说明使用本套学案。

1. 学案是引导和帮助学生自主学习探究的方案,是与教材(“教的课程”)配套的学生有效学习的“学的课程”。因此,在课堂教学之前教师就要指导学生利用学案进行今日导学,然后再在课堂上围绕学案内容进行对话讲解和评析,从而让学生获得知识意义的理解和掌握数学思想方法,以及丰富与积累数学活动经验,具体方法是既可作为作业提前要求学生根据学案自学,也可在课堂上先让学生根据学案自主学习,再交流讲解。

2. 为了方便各种层次学生的学习和各类学校的教与学的需要,我们在编写时不论从学时的计划,例习题的难度和例习题类型都设计得多一些,目的是方便大家使用。因此,每个学案的内容不一定要求全部完成,各类学校和各个班级可根据自身情况进行选用和取舍。这样就要求各个学校备课组要进行第二次备课研讨,根据自身学校学生的情况来决定内容和难度的取舍。

3. 学案中的例习题与学习评价中的习题,我们在编写时根据其难易程度用“A级、B级、C级”标注了其水平层次,老师和同学们在学习时可根据自己的情况选用。

4. 每个学案的例习题我们都只给出了简单答案,没有给出详细解答,但在例题中对于稍微难一些的例题都以“思路启迪”的形式予以提示,目的是培养学生独立思考和解决问题的能力,答案只作为自我评价检查之用(答案过于详细,达不到训练学生思维的目的)。此外,每个例题还有“解题反思”和“变式练习”。老师要指导学生进行认真的思考和练习,千万不要跳过。请注意:这两项内容是提高数学解题能力的关键哦!另外例题中的“范例解答”是引导教师规范讲解、学生规范答题,以适应网络阅卷的要求,减少因解题不规范而导致的失分。

5. 对于学案中基础知识和技能的习题量不足部分,教师可以适当补充。

最后强调一点:切忌不要把本学案当成练习册使用,否则便失去了学案本身固有的价值和作用!

本学案在编辑过程中得到了黄成、李志谦老师的大力支持和指导。参与编辑的有曾德松、温左福、刘天顺、王春燕、尹显平、赵茂全、杨娟、梁红、黄德凤、李宏、陈林、林扬、刘家清、段波、梁敏、李秀清、王淳、黄蓉、吴尚彬、周新明、徐强、赵思源、高敏、张清明、陈佳、刘春艳、张燕、程建烈、吉建军、孙仪凤、张集鸿、吴晓刚、张娟、郑守蓉、游彬、周玉明、邓家菊、黄洪珍、廖祖林、任雨婷、钟秉江、李良凯、林开柏、邓佳红、王璐、许波、陈本强、陈琳、刘晓红、文远萍、胡一元、段玲莉、黄宇、罗国彬、吴萍、谢光全、丁丽君、黄英、张强、周端路、刘奇锋、曾亮、陈华国、黄桂清、张代杰(排名不分先后)等。在此表示衷心的感谢!

由于时间仓促及编辑经验不足,学案中的错误在所难免,恳请各位批评指正,并由此给您带来的不便深表歉意。

高效课堂编委会

2015年1月

目 录

第一章 三角形的证明	1
第一课时 等腰三角形(一)	1
第二课时 等腰三角形(二)	4
第三课时 直角三角形	7
第四课时 线段的垂直平分线	10
第五课时 角平分线	13
第六课时 回顾与思考	16
第二章 一元一次不等式与一元一次不等式组	19
第一课时 不等关系	19
第二课时 不等式的基本性质	21
第三课时 不等式的解集	23
第四课时 一元一次不等式(一)	25
第五课时 一元一次不等式(二)	27
第六课时 一元一次不等式(三)	30
第七课时 一元一次不等式与一次函数	32
第八课时 一元一次不等式组(一)	35
第九课时 一元一次不等式组(二)	37
第十课时 回顾与思考	39

第三章 图形的平移与旋转	42
第一课时 图形的平移	42
第二课时 图形的旋转	46
第三课时 中心对称	49
第四课时 简单的图案设计	52
第五课时 回顾与思考	54
第四章 因式分解	57
第一课时 因式分解	57
第二课时 提公因式法(一)	59
第三课时 提公因式法(二)	61
第四课时 公式法(一)	63
第五课时 公式法(二)	65
第六课时 ※十字相乘法(一)	67
第七课时 ※十字相乘法(二)	69
第八课时 回顾与思考	71
第五章 分式与分式方程	73
第一课时 认识分式(一)	73
第二课时 认识分式(二)	75
第三课时 分式的乘除法	77

第四课时	分式的加减法(一)	79	第二课时	平行四边形的性质(二)	97
第五课时	分式的加减法(二)	81	第三课时	平行四边形的判定(一)	99
第六课时	习题课 分式的混合运算	83	第四课时	平行四边形的判定(二)	102
第七课时	分式方程(一)	85	第五课时	平行四边形的判定(三)	105
第八课时	分式方程(二)	87	第六课时	三角形中位线	107
第九课时	分式方程(三)	89	第七课时	多边形的内角和与外角和(一)	110
第十课时	回顾与思考	92			
			第八课时	多边形的内角和与外角和(二)	112
第六章	平行四边形	95	第九课时	回顾与思考	114
第一课时	平行四边形的性质(一)	95			



第一章 三角形的证明

第

一

课

时

等腰三角形(一)



今日导学

- 一般三角形全等的判断方法有_____、_____、_____、_____；
- 一般三角形的全等判定思路：
 - 已知两边：(找夹角(SAS)；找另一边(SSS))
 - 已知一边和一角：(边为角的对边，找任一角(AAS)；(边为角的邻边，找夹角的另一边(SAS)；找夹边的另一角(ASA)；找边的对角(AAS))；
 - 已知两角：(找夹边(ASA)；找任一边(AAS))
- 全等三角形的性质：全等三角形的对应边_____，对应角_____；
- ★4. 等腰三角形的性质定理：等腰三角形的两底角_____。(简称为：_____)
- ★5. 等腰三角形的性质定理的推论：等腰三角形顶角的平分线、底边上的_____及底边上的_____互相重合。(简称为：_____)
- 等腰三角形两底角的平分线_____，两腰上的中线_____，两腰上的高_____；
- ★7. 等边三角形的性质定理：等边三角形的三个内角都_____，并且都等于_____。

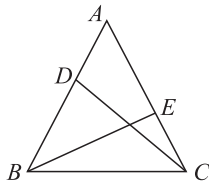


典型例题

例1 证明：等腰三角形两底角的角平分线相等。

思考：等腰三角形两腰上的中线相等吗？高呢？请用自己的方法证明，并与同伴交流。

例2 已知，如图所示，点D、E分别是等边三角形ABC的两边AB、AC上的点，且 $AD=CE$ ，求证： $CD=BE$ 。



例2图

★范例解答

证明： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形

$$\therefore AC=BC$$

$$\angle A=\angle BCE$$

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle CBE$ 中

$$\therefore \begin{cases} AC=BC \\ \angle A=\angle BCE \\ AD=CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (\text{SAS})$$

$$\therefore CD=BE (\text{全等三角形的对应边相等})$$



课时达标

A级 基础过关

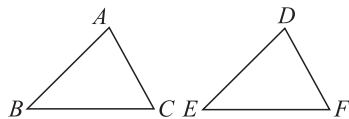
1. 如图所示，给出下列四组条件：

$$\textcircled{1} AB=DE, BC=EF, AC=DF$$

$$\textcircled{2} AB=DE, \angle B=\angle E, BC=EF$$

$$\textcircled{3} \angle B=\angle E, BC=EF, \angle C=\angle F$$

$$\textcircled{4} AB=DE, AC=DF, \angle B=\angle E$$



1题图

$$\textcircled{3} \angle B=\angle E, BC=EF, \angle C=\angle F$$

$$\textcircled{4} AB=DE, AC=DF, \angle B=\angle E$$

其中，能使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的条件共有 ()

A. 1组 B. 2组 C. 3组 D. 4组

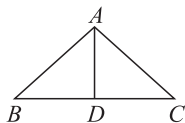
2. 若等腰三角形中有一个角等于 50° ，则这个等腰三角形的顶角度数为 ()



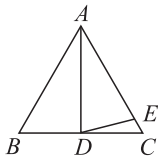
- A. 50° B. 80°
C. 65° 或 50° D. 50° 或 80°

3. 若等腰三角形有两条边的长度为 3 和 1, 则此等腰三角形的周长为_____.

4. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 是 BC 边上的中点, $\angle B = 30^\circ$, 则 $\angle ADC =$ _____, $\angle BAD =$ _____.



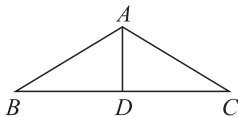
4 题图



5 题图

5. 如图所示, $\triangle ABC$ 为等边三角形, AD 为 BC 边上的高, E 为 AC 边上一点, 且 $AE=AD$, 则 $\angle EDC =$ _____.

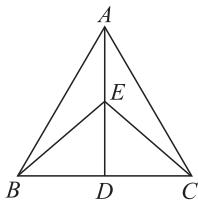
6. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 100^\circ$, $AB=AC$, $AD \perp BC$, 垂足为 D , 求 $\angle BAD$ 的度数.



6 题图

7. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 E 是 AD 上的一点, $BE=CE$.

求证: $AD \perp BC$.

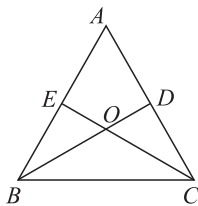


7 题图

B 级 能力提升

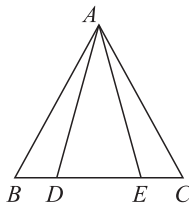
8. 若等腰三角形一腰上的高和另一腰的夹角为 50° , 则该三角形的顶角度数为_____.

9. 如图所示, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 中线 BD 、 CE 相交于点 O , 则 $\angle BOC =$ _____.



9 题图

10. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 、 E 都在 BC 边上, 且 $AD=AE$, 那么 BD 与 CE 相等吗? 请证明你的结论.



10 题图



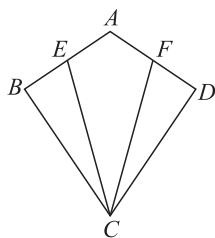
11. 如图所示,在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, $BC=DC$.

(1)分别在 AB 、 AD 的中点 E 、 F 处拉两根彩线 EC 、 FC ,证明:这两根彩线的长度相等;

(2)如果 $AE=\frac{1}{3}AB$, $AF=\frac{1}{3}AD$,那么,彩线的长度相等吗?

如果 $AE=\frac{1}{4}AB$, $AF=\frac{1}{4}AD$ 呢? 由此,你能得到什么结论?

(3)除了(1)(2)的条件外,你还能在哪些已知条件下得到两根彩线的长度相等的结论?

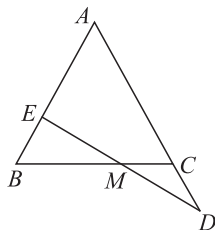


11 题图

C 级 拓展变化

12. 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,点 E 在 AB 上,点 D 在 AC 的延长线上,且 $CD=EB$, ED 交 BC 于 M .

求证: $EM=DM$.



12 题图



等腰三角形(二)



今日导学

★1. 等腰三角形的判定方法:

(1) 定义: 有 _____ 相等的三角形是等腰三角形;

(2) 判定定理: 有 _____ 相等的三角形是等腰三角形. (简称 _____)

★2. 等边三角形的判定方法:

(1) 定义: 三边 _____ 的三角形是等边三角形;

(2) 判定定理 1: 三个角 _____ 的三角形是等边三角形;

(3) 判定定理 2: 有一个角等于 _____ 度的三角形是等边三角形.

★3. 含 30° 角的直角三角形性质

定理: 在直角三角形中, 如果一个锐角等于 30° , 那么它所对的直角边等于 _____.

反之, 在直角三角形中, 如果一条直角边等于斜边的一半, 那么它所对的锐角等于 _____.

※4. 反证法及其一般步骤:

(1) 先假设命题的结论 _____,

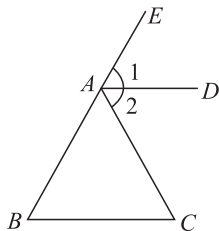
(2) 从假设出发, 结合已知条件, 根据已学过的定义、公理、定理推出与已学过的定义、公理、定理相矛盾的结果;

(3) 由矛盾判断假设不成立, 从而肯定命题的结论 _____.



典型例题

例 1 已知, 如图所示, $\angle CAE$ 是 $\triangle ABC$ 的外角, $AD \parallel BC$, 且 $\angle 1 = \angle 2$, 求证: $AB = AC$.



例 1 图

例 2 如图所示, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AF = BD = CE$, 求证: $\triangle DEF$ 是等边三角形.

☆☆范例解答

证明: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形

$$\therefore AB = BC = AC$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\therefore AF = BD = CE$$

$$\therefore BF = CD = AE$$

在 $\triangle AFE$ 与 $\triangle BDF$ 中

$$\begin{cases} AF = BD \\ \angle A = \angle B \\ AE = BF \end{cases}$$

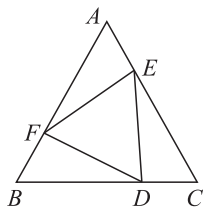
$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle BDF (\text{SAS})$$

$$\therefore EF = FD (\text{全等三角形的对应边相等})$$

同理可证: $EF = DE$

$$\therefore EF = FD = DE$$

$$\therefore \triangle DEF \text{ 是等边三角形}$$



例 2 图



课时达标

A 级 基础过关

1. 用反证法证明“三角形中必有一个内角不小于 60° ”, 应当先假设这个三角形中 ()

A. 有一个内角小于 60°

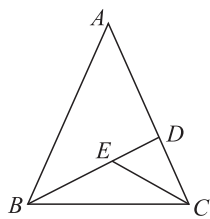
B. 每一个内角都小于 60°

C. 有一个内角大于 60°

D. 每一个内角都大于 60°

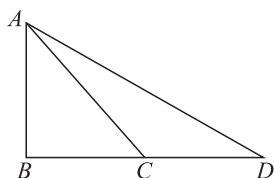


2. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$, BD 、 CE 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle BCD$ 的角平分线, 则图中的等腰三角形有 ()

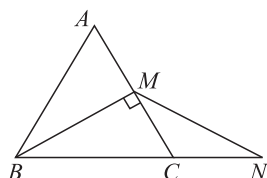


2 题图

- A. 5 个 B. 4 个
C. 3 个 D. 2 个
3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, CD 是 AB 边上的中线, 则 $\triangle BCD$ 是 _____ 三角形.
4. 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AC = DC$, $\angle D = 15^\circ$, $AB = 18 \text{ cm}$, 则 $CD =$ _____.

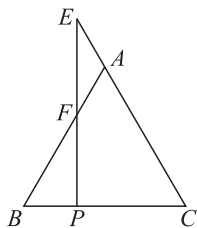


4 题图



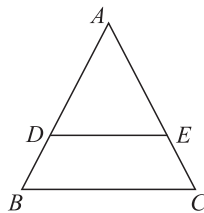
5 题图

5. 如图所示, 已知等边三角形 ABC 的周长是 $2a$, BM 是 AC 边上的高, N 为 BC 延长线上的一点, 且 $CN = CM$, 则 BN 的长为 _____.
6. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 E 在 CA 的延长线上, $EP \perp BC$, 垂足为 P , EP 交 AB 于点 F .
- 求证: $\triangle AEF$ 是等腰三角形.



6 题图

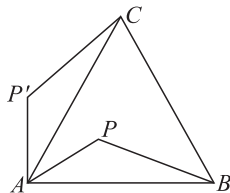
7. 如图所示, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $DE \parallel BC$, 分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E .
- 求证: $\triangle ADE$ 是等边三角形.



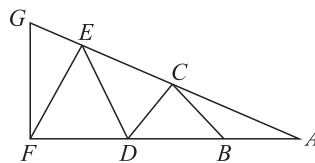
7 题图

B 级 能力提升

8. 如图所示, P 是等边三角形 ABC 内一点, 若将 $\triangle PAB$ 绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle P'AC$, 则 $\angle PAP'$ 的度数为 _____.



8 题图



9 题图

9. 如图所示, $\angle A = 15^\circ$, $AB = BC = CD = DE = EF$. 则 $\angle GEF =$ _____.
10. 用反证法证明: 等腰三角形的底角都是锐角.

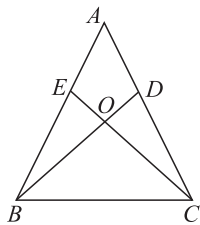


11. 如图所示, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AC 、 AB 上的点, BD 与 CE 交于点 O , 给出下列三个条件:

① $\angle EBO = \angle DCO$; ② $\angle BEO = \angle CDO$; ③ $BE = CD$.

(1) 上述三个条件中, 哪两个条件可以判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形. (用序号写出所有情形);

(2) 选择第(1)小题中的一种情形, 证明 $\triangle ABC$ 是等腰三角形.



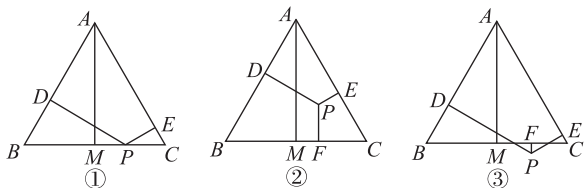
11 题图

C 级 拓展变化

12. 已知等边 $\triangle ABC$ 与点 P , 设点 P 到 $\triangle ABC$ 三边 AB 、 AC 、 BC 的距离为 h_1 、 h_2 、 h_3 , $\triangle ABC$ 的高为 h , 若点 P 在一边 BC 上(如图①), 此时 $h_3 = 0$, 可得结论: $h_1 + h_2 + h_3 = h$.

请直接应用上述信息解决下列问题:

当点 P 在 $\triangle ABC$ 内(如图②), 点 P 在 $\triangle ABC$ 外(如图③), 这两种情况时, 上述结论是否还成立, 若成立, 请给予证明; 若不成立, h_1 、 h_2 、 h_3 与 h 之间有怎样的关系, 请写出你的猜想, 不需证明.



12 题图



第 三 课 时

直角三角形



今日导学

★1. 直角三角形的性质:

- (1) 角: 直角三角形的两锐角_____;
- (2) 边(勾股定理): 直角三角形两条直角边的_____等于_____.

★2. 直角三角形的判定:

- (1) 角:
- ① 一个角等于_____的三角形是直角三角形;
- ② 定理: 有两个角的_____三角形是直角三角形;
- (2) 边(勾股定理的逆定理): 如果三角形两边的_____等于第三边的平方, 那么这个三角形是直角三角形.

3. 互逆命题: 在两个命题中, 如果一个命题的条件和结论是另一个命题的_____和_____, 那么这两个命题称为_____, 其中一个命题是另一个命题的_____.

4. 互逆定理: 如果一个定理的逆命题是_____, 那么它也是一个_____, 这两个定理称为_____, 其中一个定理为另一个定理的_____.

注: ① 任何一个命题都有逆命题; ② 判断一个定理是否有逆定理, 首先是写出这个定理的逆命题, 再证明这个逆命题是真命题.

★5. 判定两个直角三角形全等的方法:

斜边和_____分别相等的两个直角三角形全等.(简称“HL”)

(注: 此判定定理仅适用于直角三角形的全等判定)

6. 判定两个直角三角形全等的方法有: _____、_____、_____、_____.



典型例题

例 1 如图所示, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle D =$

90° , $AD = 2\sqrt{3}$, $CD = 2$, $BC = 3$, $AB = 5$.

求: 四边形 $ABCD$ 的面积.

★☆范例解答

解: $\because \angle D = 90^\circ$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, 由勾股定理得

$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$= (2\sqrt{3})^2 + 2^2$$

$$= 16$$

$$\therefore AC = 4$$

在 $\triangle ABC$ 中

$$\because BC^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$AB^2 = 25 = 5^2$$

$$\therefore BC^2 + AC^2 = AB^2$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形, 且 $\angle ACB = 90^\circ$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC}$$

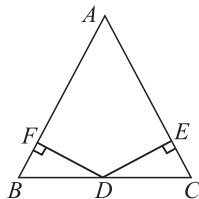
$$= \frac{1}{2} BC \cdot AC + \frac{1}{2} CD \cdot AD$$

$$= 6 + 2\sqrt{3}$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积为 $6 + 2\sqrt{3}$

例 2 如图所示, D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 边上的中点, $DE \perp AC$, $DF \perp AB$, 垂足分别为 E 、 F , 且 $DE = DF$.

求证: $\triangle ABC$ 是等腰三角形.



例 2 图



课时达标

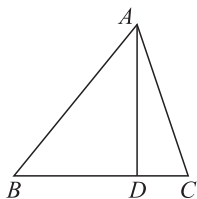
A 级 基础过关

1. 下列真命题中,逆命题也是真命题的是 ()

- A. 对顶角相等
B. 同位角相等,两直线平行
C. 全等三角形的对应角相等
D. 若 $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$, 则 $a = b$

2. 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, 垂足为 D , $BD = \sqrt{5}$, $DC = 1$, $AC = \sqrt{5}$, 则 AB 的长度是 ()

- A. $\sqrt{27}$ B. 27
C. $\sqrt{10}$ D. 3



2 题图

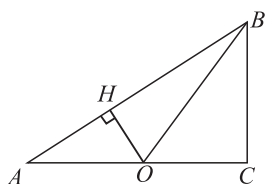
3. 下列各组数分别为三角形各边的长度:

- ① $3a, 4a, 5a$ ② $5k, 12k, 13k$
③ $3a, 4b, 5c$

其中一定能组成直角三角形的是 _____ (填序号) (a, k 均为正整数)

4. 命题“等腰三角形的两底角相等”的逆命题是 _____, 这个逆命题是 _____ 命题. (填“真”或“假”)

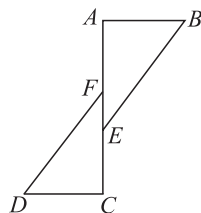
5. 如图所示, $BC \perp AC$, $OH \perp AB$, $BH = BC$, $AO = 5$ cm, $HO = 2$ cm, 则 AC 的长为 _____.



5 题图

6. 已知 $m^2 - n^2, m^2 + n^2, 2mn$ ($m > n > 0, m, n$ 是自然数) 是 $\triangle ABC$ 的三条边长. 求证: $\triangle ABC$ 是直角三角形.

7. 如图所示, $BA \perp AC, DC \perp AC, AF = CE, BE = DF$.



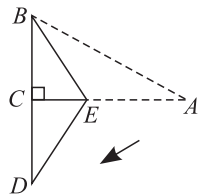
7 题图

求证: (1) $\triangle ABE \cong \triangle CDF$; (2) $BE \parallel DF$.

B 级 能力提升

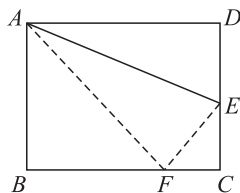
8. 已知两条线段的长为 3 cm 和 2 cm, 当第三条线段的长为 _____ 时, 这三条线段能组成一个直角三角形.

9. 如图所示, 已知在三角形纸片 ABC 中, $BC = 3, AB = 6, \angle BCA = 90^\circ$, 在 AC 上取一点 E , 以 BE 为折痕, 使 AB 的一部分与 BC 重合, A 与 BC 延长线上的点 D 重合, 则 DE 的长度为 _____.



9 题图

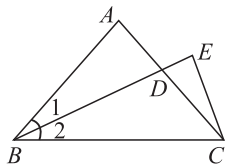
10. 如图所示, 折叠长方形一边 AD , 点 D 落在 BC 边上的 F 处, 已知 $AB = 8$ cm, $BC = 10$ cm, 求 EC 的长.



10 题图



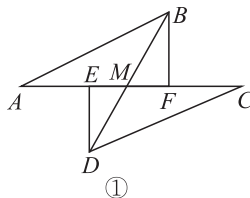
11. 如图所示,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, $\angle 1=\angle 2$, $CE \perp BD$ 的延长线于点 E .
求证: $BD=2CE$.



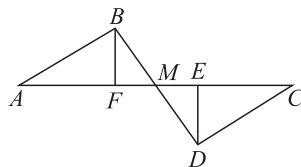
11 题图

C 级 拓展变化

12. 如图所示,① E, F 分别为线段 AC 上的两个动点,且 $DE \perp AC$ 于点 E , $BF \perp AC$ 于点 F ,若 $AB=CD$, $AF=CE$, BD 交 AC 于点 M .
(1) 求证: $MB=MD$, $ME=MF$;
(2) 当 EF 两点移动至如图②的位置,其余条件不变,上述结论能否成立? 若成立,请给予证明.



①



②

12 题图



线段的垂直平分线



今日导学

★1. 线段垂直平分线的性质及判定:

(1) 线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离_____;

(2) 到一条线段两个端点距离相等的点在这条线段的_____上.

2. 三角形三条边的垂直平分线相交于_____点, 并且这个点到三个顶点的距离_____.

(注: 锐角三角形三条边的垂直平分线的交点在三角形的内部, 直角三角形三条边的垂直平分线的交点在斜边中点; 钝角三角形三条边的垂直平分线的交点在三角形的外部)

※3. 尺规作图:

(1) 能用尺规作图作已知线段的垂直平分线;

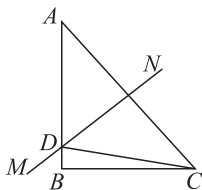
(2) 已知等腰三角形的底边及底边上的高, 能用尺规作图作出等腰三角形;

(3) 过点 P (在直线 l 上或在直线 l 外) 作已知直线 l 的垂线.



典型例题

例 1 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $\angle A=40^\circ$, AC 的垂直平分线 MN 与 AB 交于点 D . 求 $\angle BCD$ 的度数.



例 1 图

例 2 如图所示, 在四边形 $ABCD$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, $\angle A + \angle C = 180^\circ$, $BC > BA$, 求证: 点 D 在线段 AC 的垂直平分线上.

★☆☆范例解答

证明:

在 BC 上截取 $BE = BA$,

连接 DE

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle EBD$ 中

$$\begin{cases} BA = BE \\ \angle ABD = \angle EBD \\ BD = BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBD (\text{SAS})$$

$$\therefore \angle A = \angle BED, AD = DE (\text{全等三角形的对应角、对应边相等})$$

$$\because \angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BED + \angle C = 180^\circ$$

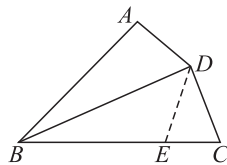
$$\text{又} \because \angle BED + \angle DEC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DEC = \angle C$$

$$\therefore DE = DC$$

$$\therefore AD = DC$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 在线段 } AC \text{ 的垂直平分线上.}$$



例 2 图



课时达标

A 级 基础过关

1. 下列说法: ①若直线 PE 是线段 AB 的中垂线, 则 $EA = EB$, $PA = PB$; ②若 $PA = PB$, $AE = EB$, 则直线 PE 垂直平分线段 AB ; ③若 $PA = PB$, 则点 P 是线段 AB 中垂线上的点; ④若 $EA = EB$, 则经过点 E 的直线垂直平分线段 AB . 其中正确的有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 如图所示, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 DE 折叠后, 使得点 B 与点 A 重合, 已知 $AC = 5 \text{ cm}$, $\triangle ADC$ 的周长为 17 cm , 则 BC 的长为 ()

A. 7 cm B. 10 cm C. 12 cm D. 22 cm