

数学教学

探索与研究

赵思林 潘 超 刘成龙 主编

SHUXUE JIAOXUE
TANSUO YU YANJIU



四川大学出版社

作者简介



赵思林 内江师范学院教授，硕士，硕士生导师，数学教育教研室主任，教学名师，四川省中青年学科带头人后备人选，四川省高中数学新课程改革学科专家，中国数学教育研究会常务理事，全国初等数学研究会常务理事，四川省中学数学教育专委会常务理事、学

术委员，内江市数学学会理事长。主持四川省高等教育教学改革项目1项，主持教育部“本科教学工程”项目（ZG0464）子项目1项，主持校级重点科研项目1项、校级教改项目2项。出版学术专著2部，编著教材6部，参编“十一五”国家级规划教材1部。主讲省级精品课程1门，主持校级精品课程1门。在《数学教育学报》《数学通报》等刊物发表论文160余篇，其中核心期刊近30篇，人大复印资料全文转载5篇，2篇论文分别荣获内江市人民政府自然科学优秀论文一、二等奖。截至2016年，招收硕士研究生6人，指导研究生发表论文近20篇。长期担任“国培”“省培”等重大项目的首席专家。2012年、2013年被评为“国培计划”优秀首席专家。2016年起，担任《数学教育学报》编委。主持赵思林数学思练工作室。

作者简介



潘 超 内江师范学院教授，硕士，实践教学教研室主任，内江市数学学会秘书长。主要从事数学课程与教学论和教师教育研究。主持教育部“本科教学工程”项目（ZG0464）子项目1项，主持四川省教育厅人文社

会科学重点研究基地项目3项，负责校级教改项目3项；获10余项校、区、市、国家各级各类教学竞赛奖，其中，国家级奖项2项，省级4项；获学校教学成果奖一等奖1项、二等奖2项，曾获“青年骨干教师”“教学能手”“优秀教师”“优秀指导教师”“先进个人”等荣誉称号；出版学术专著1部，编著教材5部；在《中国教育学会》《数学通报》《教育探索》《教学与管理》《中学数学教学参考》《教学月刊》《中国成人教育》《继续教育研究》《教育导刊》等30余种刊物发表论文50余篇，人大复印资料全文转载2篇。



刘成龙 1985年6月出生于四川省南充市，内江师范学院数学与信息科学学院教师，理学硕士，毕业于云南大学。主要从事“初等代数研究”“高考数学解题分析”“小学初中数学解题研究”“中

学数学逻辑基础”等课程的教学工作。在《中学数学教学参考》《中学数学》《中学数学研究》《上海中学数学》等刊物发表论文70余篇。研究方向为高、中考命题研究和数学教育。

SHUXUE JIAOXUE
TANSUO YU YANJIU

数学教学

探索与研究

ISBN 978-7-5690-0453-3



9 787569 004533 >

定价: 45.00元

内江师范学院数学教师职前职后培训教材

资助项目：

四川省“国培计划（2015—2017）”——教师培训团队置换脱产研修项目（内江师范学院初中数学班）

四川省“国培计划（2015—2017）”——教师培训团队置换脱产研修项目（内江师范学院小学数学班）

教育部“本科教学工程”四川省地方属高校第一批本科专业综合改革试点项目——内江师范学院数学与应用数学“专业综合改革试点”项目（ZG0464）

四川省“西部卓越中学数学教师协同培养计划”项目（ZY16001）

数学教学

探索与研究

策划 胡 玲 林 琳 彭家寅

曾 意 罗承松

主编 赵思林 潘 超 刘成龙

SHUXUE JIAOXUE
TANSUO YU YANJIU



四川大学出版社

责任编辑:唐 飞
责任校对:蒋 珣
封面设计:墨创文化
责任印制:王 炜

图书在版编目(CIP)数据

数学教学探索与研究 / 赵思林, 潘超, 刘成龙主编.
—成都: 四川大学出版社, 2017. 3
ISBN 978-7-5690-0453-3
I. ①数… II. ①赵… ②潘… ③刘… III. ①数学课
—教学研究—中小学—文集 IV. ①G633.602-53
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 068478 号

书名 数学教学探索与研究

主 编	赵思林 潘 超 刘成龙
出 版	四川大学出版社
地 址	成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行	四川大学出版社
书 号	ISBN 978-7-5690-0453-3
印 刷	郫县犀浦印刷厂
成品尺寸	170 mm×240 mm
印 张	17.75
字 数	325 千字
版 次	2017 年 4 月第 1 版
印 次	2017 年 4 月第 1 次印刷
定 价	45.00 元



版权所有◆侵权必究

◆读者邮购本书,请与本社发行科联系。
电话:(028)85408408/(028)85401670/
(028)85408023 邮政编码:610065
◆本社图书如有印装质量问题,请
寄回出版社调换。
◆网址:<http://www.scupress.net>

前 言

数学教学探索与研究是教师提高教学水平和专业化发展能力的基本途径。教学案例分析是教师从实践层面反思教学、改良教学的有效方式。本书汇集了众多的国培专家、国培学员（部分）、本科学生和数学教育硕士研究生的研究成果，并通过内江师范学院数学教师培训团队（校内导师：吴开腾、彭家寅、曾意、牟廉明、赵思林、王新民、潘超、李红霞、王亚雄、吕晓亚、刘成龙、余小芬、徐家斌；校外导师：朱德全、王光明、吴立宝、赵绪昌、刘之兵、龙林、何时贤、雷珍、林中柱、蓝斌、黄志华、罗晓斌、杨正义、郭宗芳、杨国兵、唐芬等）老师们的艰苦努力、认真指导和无私奉献才得以完成。

全书分4篇：第1篇培训团队数学教育研究成果（部分），第2篇初中数学教师研究论文选，第3篇小学数学教师研究论文选，第4篇本科生与国培学员合写论文选。其中，第2篇和第3篇的论文由国培学员撰写初稿，由内江师范学院数学教师培训团队导师（含外聘导师）指导修改；第4篇由本科生撰写论文初稿，由国培学员（含外聘导师）指导修改，有的论文由本科生与国培学员合作完成。通过本书的编写，形成了内江师范学院数学教师培训团队导师指导国培学员、国培学员指导本科生的良好局面；实现了内江师范学院数学教师职前、职后教育教学研究一体化，以及数学教师职前、职后培养培训一体化。

在编写本书的过程中，力求体现如下特点：

（1）案例性。

本书遴选了一些数学教育教学研究、教学方法、教学问题的典型案例，力求让读者对书中的理论和案例进行学习、比较和深入研究，引发读者对数学中有价值的问题进行思考与研究。

（2）启发性。

本书在理论论述和问题探讨上不追求尽善尽美，而在于提供一些视角、展示一些方法、阐明一些观点，让读者想一线教师所想，思教育专家所思。在案例展示上，尽可能详尽再现，为启发读者而抛砖引玉。

(3) 实用性.

本书研究的问题主要来源于当前一线数学课堂,针对焦点、热点问题以及课改中的一些困惑进行讨论,研究的结果往往是一线教师的经验总结和教育专家的多年研究成果,因此,能较好地用于指导中小学数学课堂教学.

本书吸收了《中国教育学刊》《高中数学教与学(人大复印)》《初中数学教与学(人大复印)》《小学数学教与学(人大复印)》《数学通报》《中学数学教学参考》《中学数学》等期刊的一些最新研究成果.

本书适合高等师范院校数学教育专业研究生、本科生作为“教育研习”或“数学教育科研”等课程的教材或教学参考书,也可以作为中小学数学教师的培训用书.希望本书能对关心和研究中小学数学教学的专家、教师、高师数学专业本科生的教育研习等有一定帮助.

本书的出版得到了四川省内江师范学院数学与信息科学学院、内江师范学院数学教育教研室全体教师的大力支持;得到了四川省“国培计划(2015—2017)”——教师培训团队置换脱产研修项目(内江师范学院初中数学班)、四川省“国培计划(2015—2017)”——教师培训团队置换脱产研修项目(内江师范学院小学数学班)、教育部“本科教学工程”四川省地方属高校第一批本科专业综合改革试点项目——内江师范学院数学与应用数学“专业综合改革试点”项目(ZG0464)、四川省“西部卓越中学数学教师协同培养计划”项目的支持.对为本书的出版提供了许多帮助的四川大学出版社,以及被引用的一些数学教学研究成果的作者,致以衷心的感谢,同时更要深深感谢工作在一线的数十位参加“国培计划”培训学员的倾力合作和鼎力支持.本书的编写得到了内江师范学院数学与信息科学学院彭家寅院长、唐再峰书记、曾意副院长,内江师范学院数学教育教研室赵思林、潘超、刘成龙、王新民、吕晓亚、王亚雄、余小芬、李红霞等老师,内江师范学院数学与信息科学学院部分外聘“国培计划”专家朱德全、王光明、吴立宝、赵绪昌、刘之兵、龙林、何时贤、雷珍、林中柱、蓝斌、黄志华、罗晓斌、杨正义、郭宗芳、唐芬、杨国兵等老师的大力支持,六位助理班主任(研究生)徐小琴、李秀萍、王佩、李雪梅、周春艳、崔静静完成了校稿工作,在此深表感谢.

限于水平有限和时间仓促,疏漏之处在所难免,希望读者与同仁对书中的问题不吝指导,使之趋于完善.

编 者
2016 年 10 月

目 录

第 1 篇 培训团队数学教育研究成果

钻研数学教材的几个视角·····	(3)
试论数学问题改编的方式和要求·····	(10)
做研教合一的行动者	
——学校骨干教师怎样开展课题研究·····	(18)
无疑处生疑,有疑处释疑	
——以“二次函数的概念”教学为例·····	(25)
小学数学教学中培养学生创新意识的原则与策略·····	(36)
探讨数学概念教学设计,提高学生思维能力·····	(44)
磨课——生成精彩课堂·····	(52)
让小学数学复习课精彩	
——以比和分数解决问题为例·····	(54)
小学数学开放题与思维能力培养·····	(59)
高效实施“国培计划”的实践与反思	
——以内江师范学院数学与信息科学学院“国培计划”的实施为例	
·····	(63)

第 2 篇 初中数学教师研究论文选

把握几何体系设计,领会编者意图,提高教学效益·····	(69)
让数学重树“学困生”学习信心·····	(76)
在初中数学课堂中如何实施合作学习·····	(78)
怎样开展数学阅读初探·····	(81)
初中数学总复习中的心理辅导·····	(84)

影响初中数学课堂提问效果的因素·····	(88)
例谈蚂蚁在柱体上爬行的最短路程问题·····	(92)
例谈中学数学中的最值问题·····	(96)
一道几何题的“变脸”·····	(104)
注重一题多解、多题一解、一题多变,激活数学课堂·····	(107)
反思数学课堂教学·····	(111)
谈数学在生活中应用能力的培养·····	(114)
“半角”模型的构建与推广·····	(119)
“平行四边形的性质”教学设计与反思·····	(124)
“整式的加减:探索与表达规律”教学设计·····	(132)
“分式的化简求值”教学设计·····	(139)
一道平凡竞赛试题的多种解法·····	(144)
“一次函数的应用”(第2课时)教学设计·····	(147)

第3篇 小学数学教师研究论文选

小学数学的复习策略·····	(155)
问题驱动——让学生做课堂的主人·····	(159)
培养小学生数学学习策略研究的策略研究·····	(163)
教师遵从学生真实想法理解教材·····	(165)
浅析小学数学教学中数学思想方法的渗透·····	(168)
谈学具在小数低段教学中的作用·····	(171)
尝试数学探究,培养创新意识·····	(174)
在小学数学教学中创编顺口溜·····	(177)
“三角形的分类”教学及反思·····	(181)
预学后教“平均数”的教学设计·····	(184)
“平行四边形”教学设计·····	(189)
“画图学数学”教学设计·····	(192)
农村教师如何关爱留守儿童·····	(199)
数学教学因学生而精彩·····	(203)
“分数的初步认识”教学设计·····	(207)

第 4 篇 本科生与国培学员合写论文选

由“三个数之和与其乘积相等”引出的问题·····	(215)
函数思想与应用·····	(219)
巧用基本不等式的变形解题·····	(223)
关于函数单调性的判定方法·····	(227)
高考最值问题的求解方法·····	(230)
斜三角形的四种类型·····	(233)
圆锥曲线中最值问题的研究·····	(237)
圆锥曲线中与斜率有关的优美定值·····	(247)
2016 年高考函数型不等式恒成立问题的求解策略 ·····	(252)
例谈提高学生解题能力的“四要” ·····	(256)
对一道中考错题的分析·····	(261)
例谈解析法在平面几何解题中的应用·····	(265)
关于初中和小学数学教学中衔接问题的探讨·····	(270)

第 1 篇

培训团队数学教育研究成果

钻研数学教材的几个视角^①

内江师范学院数学与信息科学学院 吴立宝

北京师范大学数学科学学院 曹一鸣 秦 华

教材是连接课程方案与教学实践的枢纽，是教师教和学生学的载体。研究者普遍认为，教师在他们的日常教学中相当依赖教材，在很大程度上依据所使用的教材而决定教什么、怎么教以及给学生布置哪些习题等。^[1]正因如此，在过去20年里，教材在教师教和学生学的教学过程中所扮演的角色越来越引起研究者的关注。^[2]但是在实际使用过程中，教师未真正认识领悟教材价值，流于表面，甚至出现脱离教材的现象，过度重视知识和技能，忽视隐藏的数学思想方法；过度重视事实性知识和概念性知识，忽视方法性知识和价值性知识；过度重视结果，忽视过程；过度重视对考试有用的例题、习题，忽视阅读材料等。《尚书·学记》记载：“君子既知教之所由兴，又知教之所由废，然后可以为人师也。”为此需要教师进行多角度解读，钻研教科书的隐性价值，切实提高自身的教育教学水平，促进学生的发展。

1 数学的视角

教育是传递知识，这好像是天经地义的，毋庸在这个问题上吹毛求疵。^[3]数学专业知识是数学教材的骨架，数学思想方法是数学教材的灵魂，从数学学科视角挖掘教材是首要的，也是必需的。美国著名学者布鲁纳说：“不论我们选教什么学科，务必使学生理解学科的基本结构。”^[4]对数学而言，就是务必使学生理解数学学科的基本结构。教师教好数学、学生学好数学的前提是教师要理解数学，弄清楚教材中数学知识的基本结构、基本思想方法。教师虽不是数学家，但是教授的是数学知识，需要从数学的角度，从纯数学的视角来看教

^① 吴立宝，曹一鸣，秦华. 钻研数学教材的几个视角 [J]. 中学数学教学参考（高中版），2013（4）：2-4，8. 被《高中数学教与学》全文转载.

编者注：本文为研究数学教材提供了范式。曹一鸣被内江师范学院聘为兼职教授。

材,弄清楚数学概念、命题的来龙去脉,弄清楚教材中哪些是数学事实性知识、原理性知识、策略性知识,尤其是原理性知识与策略性知识.作为一个数学教师,“要想给学生一杯水,自己先要有一桶水”,正如苏联教育家马卡连柯所认为的,“学生可以原谅教师严厉、刻板甚至吹毛求疵,但不能原谅他们不学无术”.^[5]教师必须深入钻研数学教材,把其承载的数学知识提取出来,还原为学术形态,掌握其精髓,把握其本质,理解其内涵.试想一下,如果没有教师对于教科书数学知识的本质把握,哪有可能站得高、看得远,游刃有余地处理教材内容?合作学习也好,探究学习也罢,如果没有扎实的数学知识作为铺垫,如何有效开展?现在,一些教师的公开课、示范课总会引起评课者(或专家)的质疑:“你们上的是数学课?”这在一定程度上说明现在教师对数学知识的忽视或者重视程度不够,重点不够突出.

从数学学科的视角来分析教材,弄清楚知识的来龙去脉,并非要求教师一定要学大量的纯数学知识,教师可纵向了解中小学数学中每个主要概念和定理的来龙去脉和直观意义,力争做到中小学数学与高等数学的对接,以切实把握蕴含在其中的数学思想方法和数学精神.唯有如此,才能知道数学概念从何处来、到哪里去,才能把知识连成线、串成网、构成体.例如,用函数的思想处理方程、不等式的相关问题,方程、不等式本质上都是函数的特定状态,这样使得方程、不等式与函数紧密联系在一起;再如,高中阶段用初等代数的语言定义函数单调性,微积分中则用导数刻画单调性,两者之间有什么关系?目前,数学教学中的一味去形式化是不可取的,毕竟形式化是数学的基本特征之一,容易出现“捡了芝麻,丢了西瓜”的后果.近两年的“国培计划”明确要求加大教师对于数学专业知识、数学思想方法的理解与领悟,作为教师,必须掌握讲清概念的本领,只有讲清概念,才能讲清数学.

2 教的视角

教师对教材的理解要体现教者本色,对教材内容要按照教的视角进行重构.在《数学教与学研究手册》中,Elizabeth Fennema 和 Megan Loef Franke 说道:“另一类与内容并不完全分离的知识是应该如何在教学中表达数学.这牵涉到取出复杂的教材内容,并将它转化成学生能理解的表达形式,这种从数学到可理解的表达形式的转变正是区分数学教师与数学家的地方.”“数学是由一大群高度有关联的抽象概念所组成的,如果教师不知道如何把这些抽象概念转换成能使学习者把数学与他已经知道的联系起来的方式,那么他们就不可能理解地学会这一切”.^[6]需注意,教师是“用教材教”而不是“教教材”.

首先,教师整体把握教材。浏览整套教材、整册教材,宏观了解其编写体例与说明、要求及教材的基本特点,形成对教材的宏观认识。清楚各个知识单元组块之间的安排次序,明确单元之间的前后联系,进一步明确单元内每一个概念与命题的地位与作用。反过来,再把每一个概念与命题放到整节课、整个单元、整章、整册书、整个学段进行通篇考虑:教材呈现的静态的知识隐藏什么数学思想方法?蕴含什么情感因素?是直线式还是螺旋式编排?知识衔接如何?关联度有多大?后续知识是前面的加深还是应用?

其次,教师从细微之处入手。教师需要仔细推敲教材中的每一个字、每一句话、每一幅图、每一个例题、每一个练习、每一个备注。只有反复推敲打磨,才能有效确定重难点,毕竟有的新知识可能在练习中出现。然后对教材中的主题图、概念、命题、例题、习题进行教学法的加工,使之符合自己的风格,按照教学逻辑来设计教学,根据自己班级具体情境进行更改,形成自己的特色。从内容呈现方式来看,教材是由自然语言、符号语言、图表语言等混合编排的,这三种语言是如何转换的?三种语言承载的教材内容在培养学生中担负何种职能?这些都需要教师从教的角度思考,如例题中的插图是为了告诉学生一个情节、一些生活原型,是培养学生想象力的地方,切不可将插图变成文字,而应让学生自由地发挥、理解、想象。

3 学的视角

学生的学习是建立在已有的知识技能、活动经验、生活背景等基础上的。奥苏贝尔认为,“影响学习最主要的因素是学生已知的内容,弄清了这一点之后,进行相应的教学”。^[7]只有当学习的新内容与学生头脑中原有的认知结构相联系,才会产生有意义的学习,从而产生新的认知结构。从学生学的视角来看待教材,务必考虑到学生的现有认知水平以及潜在认知水平,教师需要换位思考,“把自己放在学生的位置上,他应当看到学生的情况,应当努力去理解学生心里正在想什么,然后提出一个问题或是指出一个步骤,而这正是学生自己原本应想到的”。^[8]虽然教材的编写考虑了学生的身心发展,但更重要的是教师能考虑学生的需要、学生的基础,从学生的认知逻辑来挖掘教材,使其服务于学生的学习。“模拟”学生学习的过程,回顾以前自己学习时的困惑,站在学生的角度,思考概念的呈现是否从学生的需要出发,出发点是否合适,是否符合自己班级学生实际,学生如何理解教材呈现的主题图(包括插图)、备注、例题、习题,有没有困难,困难在什么地方,这些困难因何产生,如何引导学生解决,解决路径是否唯一,等等。1994年,Sfard在第18届数学教育心理

学大会上提出,如果要洞察学生的学习过程以及学习困难,历史无疑是一个极佳的视角.不仅如此,他还说:“这种相似性在同化或创造或学习新概念的特别关头是非常显著的,已经建构的知识要经受彻底的再组织,整个认识论基础也要重新建构.”^[9]此外,还要依靠自己过去的教学经验,自然、有效但不露痕迹地帮助学生,为此,教师需要一遍一遍地问同样的问题.

基于学生、为了学生、有效促进学生发展始终是教师钻研教材的落脚点.钻研教材还需要具有发展性,具有一定的超前性,使教材成为真正促进学生个体自由和谐发展的载体、工具.教材内容是学生学会的,而不是教师教会的.教师唯有站在学生的角度思考教材、挖掘教材,才能更好地理解教材,提高教师与学生课堂对话的深度与有效性,才能真正提高自己的教学效率.教材承载的数学科学知识体系同中小学生认知能力发展水平是矛盾的,年龄越小,知识越少,矛盾越尖锐.因此,钻研教材务必思考学生的心理发展水平,需要教师充分考虑学生的认知发展起点,使得学生能“跳一跳,摘到桃子”.同时,教师面对的学生不同,其学习路径不同,遇到的困难也不同,需要教师根据学生群体的不同,采取灵活多样的处理方式.此外,还需要思考学生在学习相关知识过程中对态度、理想、情感和兴趣的习得,使其产生愉快的心理体验,这就是伴随学习或者附带学习.如对于学有余力的学生,增加方程的例题、习题等难度;对于学习困难的学生,方程的例题、习题等更侧重于基础性练习,多结合方程在学生日常生活中的应用,以激发学生对方程的兴趣等.

4 考的视角(评价的视角)

教材是中、高考各类考试试题的来源,“问渠那得清如许?为有源头活水来”.对教材的例题或习题进行改编,获得较为新颖的高考数学试题.试题并不是完全出自于教材,而是基于教材,高于教材.教师为了更好地提高学生的成绩与能力,也应该具备命题者的视角,从考的角度来挖掘教材,“为考而教”未必都是坏事.2010年高考数学四川卷文理科第19题,直接考察教材中最基本的两角和的余弦公式的推导;2012年高校自主招生考试试题:证明内角相等的圆内接五边形必为正五边形,就源自于人教版《数学(九年级上册)》第24章“圆”第3节“正多边形和圆”的练习第2题“各边相等的圆内接多边形是正多边形吗?各角相等的圆内接多边形呢?如果是,说明为什么;如果不是,举出反例”.这些来自于教材的试题得分都比较低,从一个角度说明了教师对教材的忽视.教师钻研教材不能脱离中、高考,这是目前我国教育必须面对的现实问题,还能在一定程度上避免师生共同陷在学生解题和教师讲题的