新精活实展平台　翱翔高飞圆梦想

# 高考领航

## 高效课堂学案

GKLH

■ 主编　李成民

成绩怎么提高？

# 数学

必修 2

电子科技大学出版社

# 一书在手 全程无忧

在高中三年里，酸甜苦辣样样俱全，悲笑泣乐时时存在，语音袅袅，意犹未尽。高考领航愿用不断超越的执著信念，陪伴您走过这段非凡旅程，圆满您的大学梦想，成就您的人生辉煌！

品质是高考领航的座右铭，创新是高考领航的恒动力。专家名师编写，打造出扛鼎中国教辅书业的力作，为复习备考注入无穷动力。可编辑教学课件光盘；一课一练，活页课时作业；模拟考场应试体验，单元质量评估；解疑释惑，详解答案……一项项凝聚着高考领航殚精竭虑的智慧，见证了高考领航永无止境的突破，更为您的逐梦之旅带来无限精彩与感动。


图书在版编目（CIP）数据

高考领航．数学．2 ：必修 / 李成民主编．-- 成都
：电子科技大学出版社，2012.6
ISBN 978-7-5647-1224-2

Ⅰ．①高… Ⅱ．①李… Ⅲ．①中学数学课－高中－升学参考资料 Ⅳ．①G634

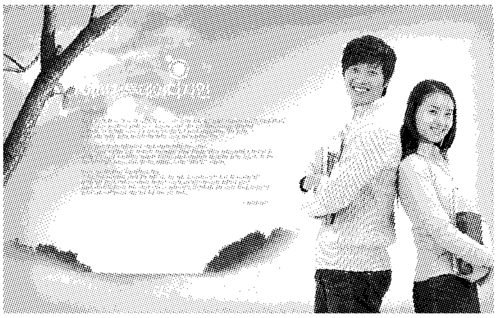
中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第133190号

高考领航 数学 必修2

李成民 主编

出　　版　电子科技大学出版社(成都市一环路东一段159号电子信息产业大厦 邮编：610051)
策划编辑　岳　慧
责任编辑　岳　慧
主　　页　www.uestcp.com.cn
电子邮件　uestcp@uestcp.com.cn
发　　行　新华书店经销
印　　刷　山东梁山印刷有限公司
成品尺寸　210mm×297mm　印张 4.5　字数 183千字
版　　次　2012年6月第一版
印　　次　2012年6月第一次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5647-1224-2
定　　价　28.50元


夢想 倾情巨献
Mengxiang
高考领航 为梦想助推力量
高考领航
高中同步导学练
课时作业
单元质量评估
GaoKao LingHang
希望从这里开始……
HOPE TO START HERE



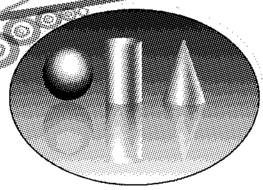
让学习与快乐相伴！
伴您轻松步入求知之旅……

# CONTENTS 目录

让学习与快乐相伴！
伴您轻松步入求知之旅……

# 目录 CONTENTS

# 第一章



# 空间几何体

## 1.1　空间几何体的结构

### 第1课时　棱柱、棱锥、棱台的结构特征

**课前自主导学**

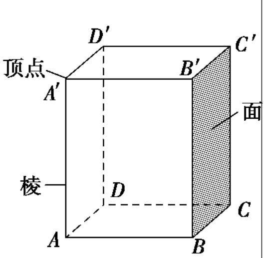
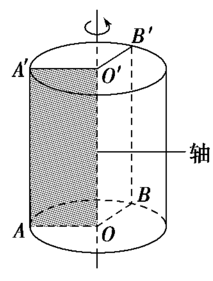
**[知识梳理]**

1. **空间几何体**

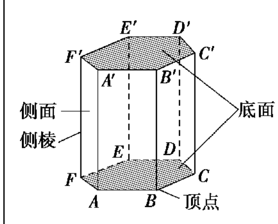
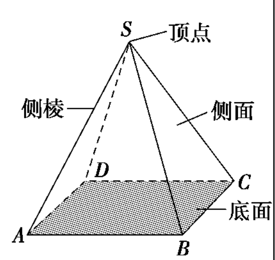
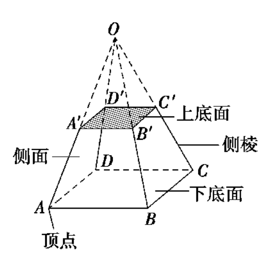
(1)空间几何体的定义

空间中的物体都占据着空间的一部分，若只考虑这些物体的________，而不考虑其他因素，那么由这些物体抽象出来的________就叫做空间几何体.

(2)空间几何体的分类

| 类别 | 多面体 | 旋转体 |
| --- | --- | --- |
| 定义 | 由若干个________围成的几何体 | 由一个平面图形绕它所在平面内的一条________旋转所形成的________ |
| 图形 |  |  |
| 相关概念 | 面：围成多面体的各个________.<br>棱：相邻两个面的________.<br>顶点：________的公共点. | 轴：形成旋转体所绕的________. |

2. **多面体**

| 多面体 | 定义 | 图形及表示 | 相关概念 |
| --- | --- | --- | --- |
| 棱柱 | 有两个面互相____，其余各面都是______，并且每相邻两个四边形的公共边都互相____，由这些面所围成的多面体叫做棱柱 | 如图可记作：棱柱________ | 底面(底)：两个互相____的面.<br>侧面：________.<br>侧棱：相邻侧面的______.<br>顶点：侧面与底面的________. |
| 棱锥 | 有一个面是______，其余各面都是有一个公共顶点的______，由这些面所围成的多面体叫做棱锥 | 如图可记作：棱锥________ | 底面(底)：________面.<br>侧面：有公共顶点的各个________.<br>侧棱：相邻侧面的________.<br>顶点：各侧面的________. |
| 棱台 | 用一个________的平面去截棱锥，底面与截面之间的部分叫做棱台 | 如图可记作：<br>棱台________ | 上底面：原棱锥的________.<br>下底面：原棱锥的________.<br>侧面：其余各面.<br>侧棱：相邻侧面的公共边.<br>顶点：侧面与上(下)底面的公共顶点 |

## [基础自测]

1. 有一个多面体，共有四个面围成，每一个面都是三角形，则这个几何体为 （　　）

A. 四棱柱　　B. 四棱锥

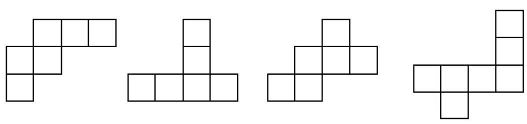
C. 三棱柱　　D. 三棱锥

2. 棱柱的侧面都是 （　　）

A. 三角形　　B. 四边形

C. 五边形　　D. 矩形

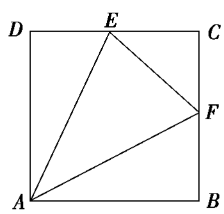
3. 下列四个平面图形中，每个小四边形皆为正方形，其中可以沿两个正方形的相邻边折叠围成一个正方体的图形的是 （　　）



A　　B　　C　　D

4. 四棱柱共有________个顶点，________个面，________条棱.

5. 如图，正方形 $ABCD$ 中，$E$、$F$ 分别为 $CD$、$BC$ 的中点，沿 $AE$、$AF$、$EF$ 将其折成一个多面体，则此多面体是________.




## 课堂师生互动

### 类型一　多面体的概念

**例 1**　根据下列关于空间几何体的描述，说出几何体的名称：

(1)由 6 个平行四边形围成的几何体；

(2)由 7 个面围成，其中一个面是六边形，其余 6 个面都是有一个公共顶点的三角形；

(3)由 5 个面围成的几何体，其中上、下两个面是相似三角形，其余三个面都是梯形，并且这些梯形的腰延长后能相交于一点.

【解析】 (1)这是一个上、下底面是平行四边形，四个侧面也是平行四边形的四棱柱.

(2)这是一个六棱锥，其中六边形面是底，其余的三角形面是侧面.

(3)这是一个三棱台，其中相似的两个三角形面是底面，其余三个梯形面是侧面.

【点评】 根据形成几何体的结构特征的描述，结合棱柱、棱锥、棱台的定义进行判断，注意判断时要充分发挥空间想象能力，必要时做几何模型通过演示进行准确判断.

**变式训练**

1. 下列命题中正确的是 （　　）

A. 有两个面平行，其余各面都是四边形的几何体叫棱柱

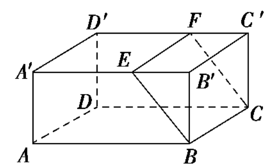
B. 有两个面平行，其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱

C. 有两个面平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行的几何体叫做棱柱

D. 用一个平面去截棱锥，底面与截面之间的部分组成的几何体叫棱台

### 类型二　多面体的判定

**例 2**　如右图所示为长方体 $ABCD-A'B'C'D'$，当用平面 $BCFE$ 把这个长方体分成两部分后，各部分形成的多面体还是棱柱吗？如果不是，请说明理由；如果是，指出底面及侧棱.

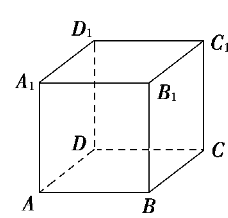



【解析】 截面 $BCFE$ 右侧部分是棱柱，因为它满足棱柱的定义. 它是三棱柱 $BEB'-CFC'$，其中 $\triangle BEB'$ 和 $\triangle CFC'$ 是底面. $EF$，$B'C'$，$BC$ 是侧棱，截面 $BCFE$ 左侧部分也是棱柱. 它是四棱柱 $ABEA'-DCFD'$. 其中四边形 $ABEA'$ 和四边形 $DCFD'$ 是底面. $A'D'$，$EF$，$BC$，$AD$ 为侧棱.

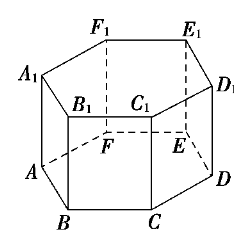
【点评】 棱柱的定义中有两个面互相平行，指的是两底面互相平行，但棱柱的放置方式不同，两底面的位置也不同. 但无论怎样放置，都应满足棱柱的定义.

**变式训练**

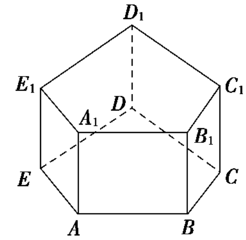
2. 观察下列各图的结构特征，指出其中的棱柱、棱锥和棱台，并进行分类和符号表示.



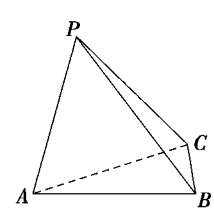

(1)



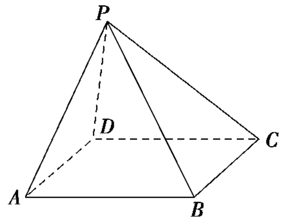

(2)



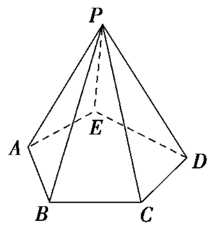

(3)



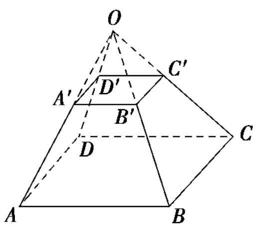

(4)



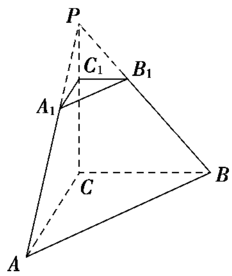

(5)




(6)



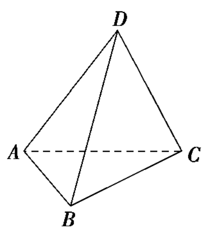

(7)



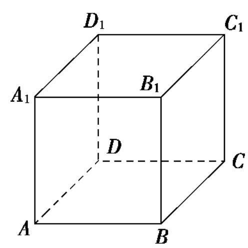

(8)

**类型三　多面体的展开图**

**例 3** 请画出如图所示的几何体的表面展开图.

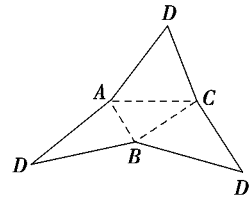



(1)

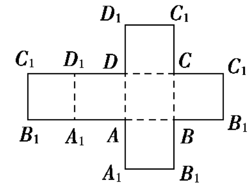



(2)

**【解析】** 展开图如下图所示.




(1)




(2)

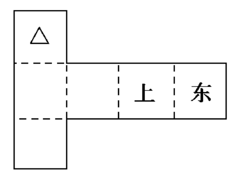
**【点评】** (1)解答此类问题要结合多面体的结构特征,发挥空间想象能力和亲自动手制作模型的能力.

(2)在解题过程中,为了解题的方便,常常给多面体的顶点标上字母,先把多面体的底面画出来,然后依次画出各侧面,便可得到其表面展开图.

(3)若是给出表面展开图,则可把上述程序逆推.

**变式训练**

3. 纸制的正方体的六个面根据其方位分别标记为上、下、东、南、西、北. 现在沿该正方体的一些棱将正方体剪开、外面朝上展平,得到如右图所示的平面图形,则标"△"的面的方位是　(　　)



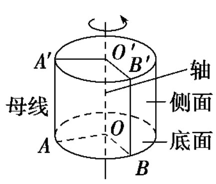
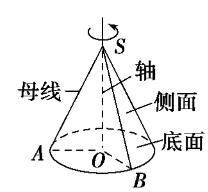
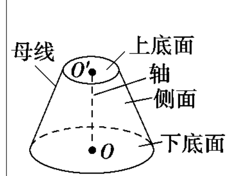

A. 南　　B. 北

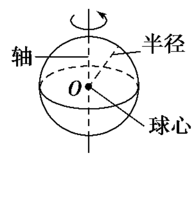
C. 西　　D. 下

## 第 2 课时　圆柱、圆锥、圆台、球的结构特征,简单组合体的结构特征

**课前自主导学**

**[知识梳理]**

| 旋转体 | 定义 | 图形 | 表示 |
|---|---|---|---|
| 圆柱 | 以矩形的一边所在直线为____,其余三边旋转形成的面所围成的旋转体叫做____,圆柱和棱柱统称为____. |  | 圆柱用____表示,左图中圆柱表示为____. |
| 圆锥 | 以直角三角形的____所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的面所围成的旋转体叫做____,棱锥与圆锥统称为____. |  | 圆锥用____表示,左图中圆锥表示为____. |
| 圆台 | 用平行于圆锥底面的平面去截圆锥,底面与____之间的部分叫做____. 棱台与圆台统称为____. |  | 圆台用____表示,左图中圆台表示为____ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 球 | 以半圆的____所在直线为旋转轴,半圆面旋转一周形成的旋转体叫做球体,简称球. |  | 球常用________表示,左图中的球表示为________. |

## [基础自测]

1. 有下列四种说法:

①圆柱是将矩形旋转一周所得的几何体;

②以直角三角形的一直角边为旋转轴,旋转所得几何体是圆锥;

③圆台的任意两条母线的延长线,可能相交也可能不相交;

④圆锥的底面是圆面,侧面是个曲面.

其中错误的有 ( )

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

2. 下面几何体的截面一定是圆面的是 ( )

A. 圆柱　　B. 圆锥

C. 球　　D. 圆台

3. 将一个等腰梯形绕着它的较长的底边所在的直线旋转一周,所得的几何体是由 ( )

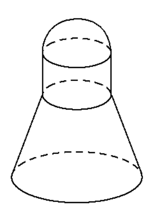
A. 一个圆台、两个圆锥构成

B. 两个圆台、一个圆锥构成

C. 两个圆柱、一个圆锥构成

D. 一个圆柱、两个圆锥构成

4. 如右图所示的是某单位公章,这个几何体是由简单几何体中的________组成的.



5. 圆台的两底面半径分别为 2,5,母线长是 $3\sqrt{10}$,则其轴截面面积是________.

## 课堂 师生互动

### 类型一　旋转体的概念

**例 1** 下列叙述中正确的个数是 ( )

①以直角三角形的一边为轴旋转所得的旋转体是圆锥;

②以直角梯形的一腰为轴旋转所得的旋转体是圆台;

③圆柱、圆锥、圆台的底面都是圆;

④用一个平面去截圆锥,得到一个圆锥和一个圆台.

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

**【解析】** 四个命题均不正确.

**【答案】** A

**【点评】** 旋转体的形状关键是看平面图形绕哪条直线旋转所得,同一个平面图形绕不同的轴旋转所得的旋转体不同. 如:直角三角形绕直角边所在的直线旋转一周形成圆锥,若按斜边所在的直线旋转一周,则形成两个对底的圆锥.

**变式训练**

1. 判断下列说法是否正确,正确的在括号里打"√",错误的打"×"。

(1)空间中到定点的距离等于定长 $r$ 的点的集合,构成半径为 $r$ 的球. ( )

(2)空间中到定点的距离等于定长 $r$ 的点的集合,构成半径为 $r$ 的球面. ( )

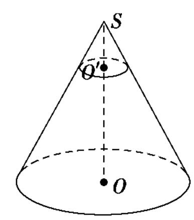
(3)一个圆绕其直径所在的直线旋转半周所形成的曲面围成的几何体是球. ( )

(4)球的对称轴有无数条,对称中心也有无数个. ( )

(5)用平面截球,随着平面角度不同,截面可能不是圆面. ( )

### 类型二　旋转体的有关计算

**例 2** 如图所示,用一个平行于圆锥 $SO$ 底面的平面截这个圆锥,截得圆台上、下底面的面积之比为 $1:16$,截去的圆锥的母线长是 3 cm,求圆台 $O'O$ 的母线长.

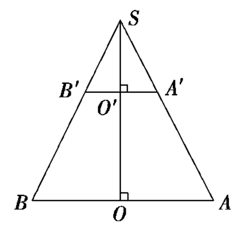


**【解析】** 设圆台的母线为 $l$,由截得圆台上、下底面面积之比为 $1:16$,可设截得圆台的上、下底面的半径分别为 $r$,$4r$.

过轴 $SO$ 作截面,如图所示.

则 $\triangle SO'A \backsim \triangle SOA$,$SA'=3$ cm.

$\therefore \dfrac{SA'}{SA}=\dfrac{O'A'}{OA}$. $\therefore \dfrac{3}{3+l}=\dfrac{r}{4r}=\dfrac{1}{4}$. 解得 $l=9$,即圆台的母线长为 9 cm.



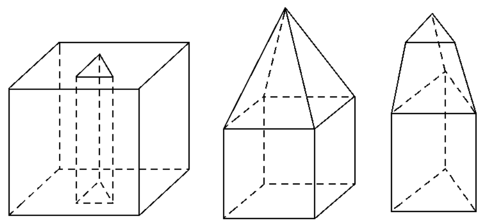
**【点评】** 用平行于底面的平面去截柱、锥、台等几何体,注意抓住截面的性质(与底面全等或相似),同时结合旋转体中的经过旋转轴的截面(轴截面)的性质,利用相似三角形中的相似比,构设相关几何变量的方程组而得解.

**变式训练**

2. 一个圆锥的高为 2 cm,母线与轴的夹角为 30°,求圆锥的母线长及圆锥的轴截面的面积. ( )

**类型三　简单组合体的结构特征**

**例 3** 观察图中的组合体,分析它们是由哪些简单几何体组成的,并说出主要结构特征.(面数,顶点数,棱数)



(1)　　(2)　　(3)

【解析】 题图(1)是由一个四棱柱在它的上、下底面上向内挖去一个三棱柱组成的组合体,它有 9 个面,14 个顶点,21 条棱,具有四棱柱和三棱柱的结构特征.

题图(2)是由一个四棱柱和一个底面与四棱柱上底面重合的四棱锥组合而成的组合体,它有 9 个面,9 个顶点,16 条棱,具有四棱柱和四棱锥的结构特征.

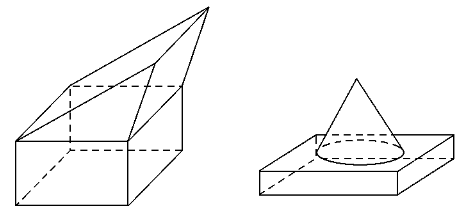
题图(3)是由一个三棱柱和一个下底与三棱柱上底重合的三棱台组成的组合体,它有 9 个顶点,8 个面,15 条棱,具有三棱柱和三棱台的结构特征.

【点评】 (1)组合体包括简单几何体的拼接和截去(或挖除)两类情况.

(2) 组合体 组合类型
- 多面体与多面体
- 多面体与旋转体
- 旋转体与旋转体
- 多个几何体

**变式训练**

3. 指出下图(1)、(2)所示图形是由哪些简单几何体构成的.



(1)　　(2)

# 1.2　空间几何体的三视图和直观图

## 1.2.1　中心投影与平行投影

## 1.2.2　空间几何体的三视图

**课前自主导学**

**[知识梳理]**

1. **投影**

(1)投影的定义

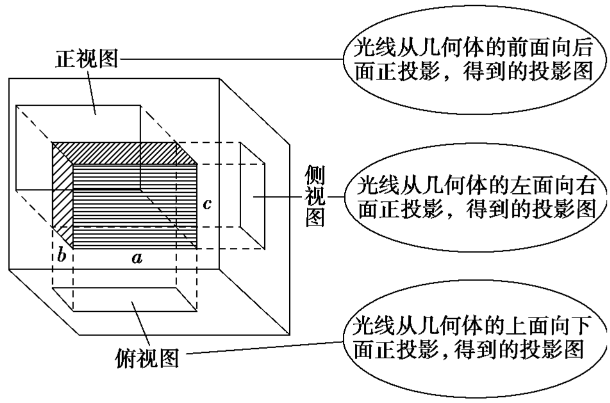
由于光的照射,在________物体后面的屏幕上可以留下这个物体的________,这种现象叫做投影. 其中,我们把________叫做投影线,把________的屏幕叫做投影面.

(2)投影的分类

投影
- 中心投影:光由________散射形成的投影
- 平行投影:在一束________照射下形成的投影
  - 正投影:投影线________时的投影
  - 斜投影:投影线________时的投影

2. 三视图

(1)分类




(2)三视图的画法规则：

①________视图都反映物体的长度——“长对正”；

②________视图都反映物体的高度——“高平齐”；

③________视图反映物体的宽度——“宽相等”.

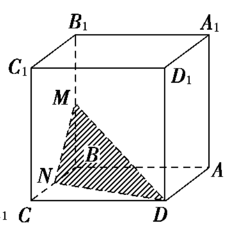
[基础自测]

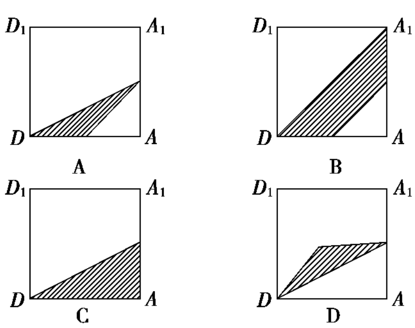
1. 以下不属于三视图的是　　(　　)

A. 正视图　　B. 侧视图

C. 后视图　　D. 俯视图

2. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$M$、$N$ 分别是 $BB_1$、$BC$ 的中点，则图中阴影部分在平面 $ADD_1A_1$ 上的投影为　　(　　)




3. 下列命题正确的是　　(　　)

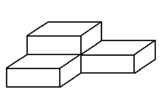
A. 矩形的平行投影一定是矩形

B. 梯形的平行投影一定是梯形

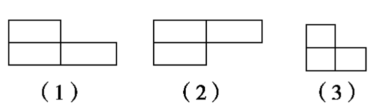
C. 两条相交直线的平行投影可能平行

D. 一条线段中点的平行投影仍为这条线段投影的中点

4. 观察图甲所示的几何体：



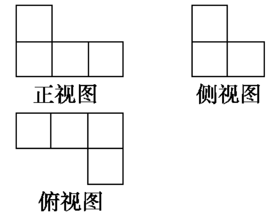
图甲




图乙

指出图乙(1)是该几何体的______________，图乙(2)是该几何体的______________，图乙(3)是该几何体的______________(选填“正视图”“侧视图”“俯视图”).

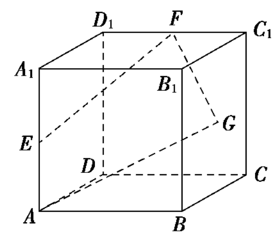
5. 由若干个小正方体组成的几何体的三视图如图所示，则组成这个几何体的小正方体的个数是________.

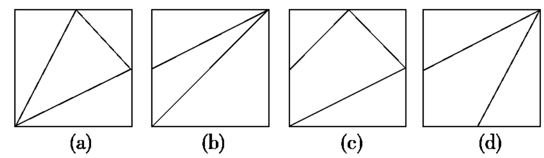



课堂师生互动

**类型一　投影的概念**

**例 1** 如图所示，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$E$、$F$ 分别是 $AA_1$、$C_1D_1$ 的中点，$G$ 是正方形 $BCC_1B_1$ 的中心，则四边形 $AGFE$ 在该正方体的各个面上的投影可能是图中的________.




**【解析】** 要画出四边形 $AGFE$ 在该正方体的各个面上的投影，只需画出四个顶点 $A$、$G$、$F$、$E$ 在每个面上的投影，再顺次连接这些点即得在该面上的投影，并且在两个平行平面上的投影是相同的. 可得在面 $ABCD$ 和面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的投影是图(a)；在面 $ADD_1A_1$ 和面 $BCC_1B_1$ 上的投影是图(b)；在面 $ABB_1A_1$ 和面 $DCC_1D_1$ 上的投影是图(c).

**【答案】** (a)，(b)，(c)

**【点评】** 画出一个图形在一个平面上的投影的关键是确定该图形的关键点，如顶点等，画出这些关键点的投影，再依次连接这些点即可得此图形在该平面上的投影.

变式训练

1. (1)一条直线在平面上的平行投影是　　(　　)

A. 直线　　B. 点

C. 线段　　D. 直线或点

(2)下列说法不正确的是________.

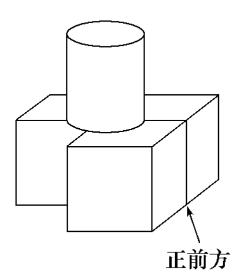
①一条线段在平面内的中心投影可能是曲线.

②一个矩形在平面内的中心投影不可能还是矩形.

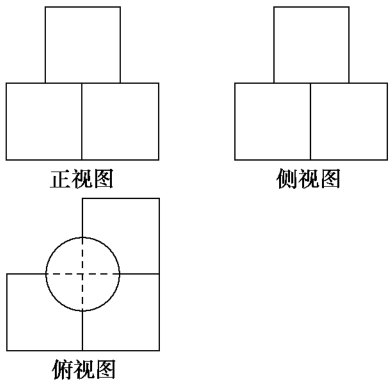
③点光源与投影面确定的情况下，物体矩光源越近投影越大.

**类型二　画三视图**

**例 2** 画出下图中几何体的三视图.



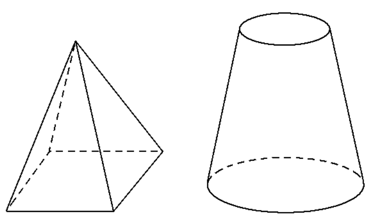
【解析】 该几何体的三视图如图所示.




【点评】 画简单组合体的三视图时,先要分析该组合体的结构特征,再想象模型,从正前方、正左方、正上方三个不同角度各能看到什么形状,再借助简单几何体的三视图,画出简单组合体的三视图.

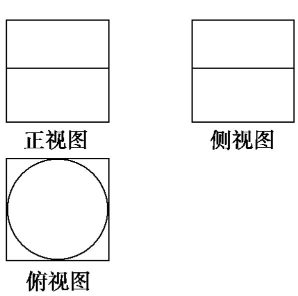
变式训练

2.画出下图中正四棱锥和圆台的三视图.(尺寸不作严格要求)



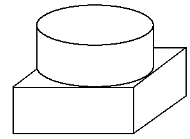
| 类型三 | 识三视图 |
|---|---|

**例 3** 根据三视图(如下图所示)想象物体原形,指出其结构特征并画出物体的实物草图:

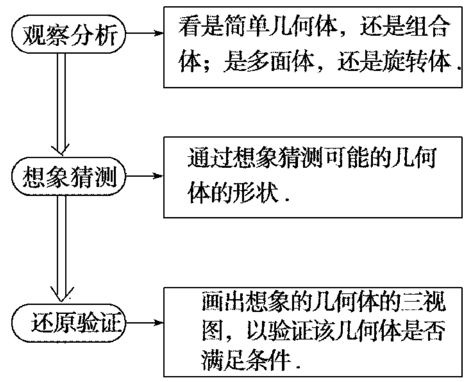



【解析】 该几何体是由一个圆柱和一个底面为正方形的长方体组合而成,且圆柱下底面圆的直径等于长方体底面正方形的边长.

其草图如图:

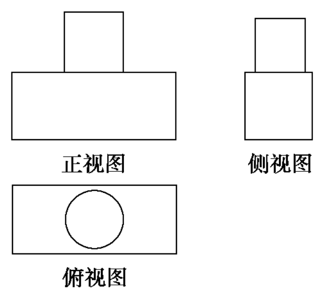


【点评】 由三视图还原几何体的步骤:




变式训练

3.下图是一几何体的三视图,想象该几何体的几何结构特征,画出该几何体的形状.

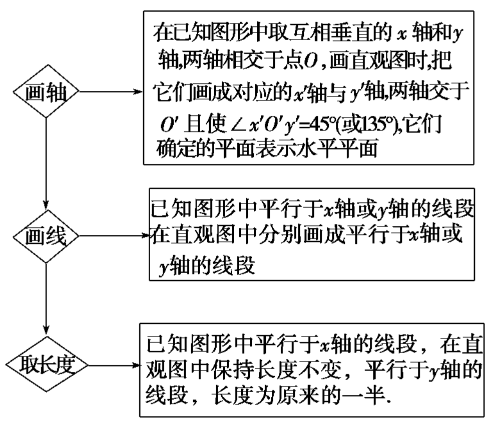


# 1.2.3　空间几何体的直观图

## 课前自主导学

### [知识梳理]

**1. 用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图的步骤**




**2. 立体图形直观图的画法**

画立体图形的直观图,在画轴时,要多画一条与平面 $x'O'y'$ 垂直的轴 $O'z'$. 且平行于 $O'z'$ 的线段长度________. 其他同平面图形的画法.

### [基础自测]

1. 下列说法中正确的是　　(　　)

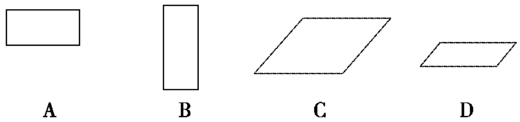
A. 互相垂直的两条直线的直观图仍然是两条互相垂直的直线

B. 梯形的直观图可能是平行四边形

C. 矩形的直观图可能是梯形

D. 正方形的直观图可能是平行四边形

2. 利用斜二测画法画边长为 1 cm 的正方形的直观图,正确的是如图所示中的　　(　　)



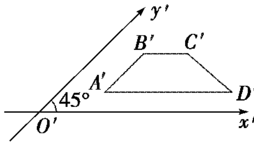

3. 如图所示的直观图,其对应的平面图形 $ABCD$ 是（　　)

A. 任意梯形

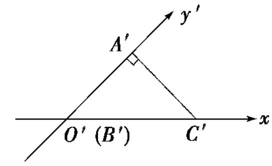
B. 直角梯形

C. 任意四边形

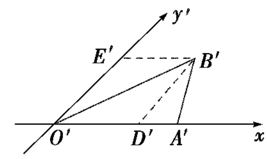
D. 平行四边形




4. 已知△$ABC$ 的水平放置的直观图是如图所示的等腰直角三角形 $A'B'C'$ 且直角边 $A'B'$ 长为 2 cm,则平面图形中△$ABC$ 的面积为________.



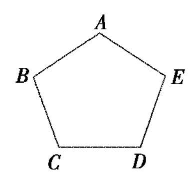

5. 如图,为△$ABO$ 水平放置的直观图,其中 $O'D'=B'D'=2A'D'$,由图判断原三角形中 $AB$、$BO$、$BD$、$OD$ 由小到大的顺序是________.




## 课堂师生互动

**类型一　平面图形的直观图**

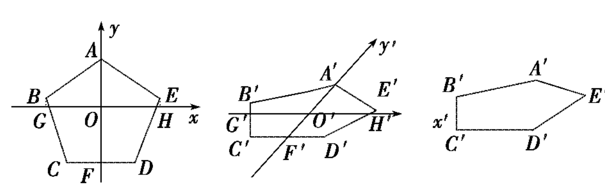
**例 1**　用斜二测画法画出如图所示的正五边形的直观图.




**【解析】**　画法:(1)在已知的正五边形 $ABCDE$ 中,取正五边形的中心 $O$ 为坐标原点,对称轴 $FA$ 为 $y$ 轴,过 $O$ 与 $y$ 轴垂直的直线为 $x$ 轴. 分别过点 $B$、$E$ 作 $BG∥Oy$、$EH∥Oy$,与 $x$ 轴分别交于 $G$、$H$. 画对应的 $O'x'$、$O'y'$,使∠$x'O'y'=45°$.

(2)以点 $O'$ 为中点,在 $x'$ 轴上取 $G'H'=GH$,分别过 $G'$、$H'$ 在 $x'$ 轴的上方作 $G'B'∥O'y'$、$H'E'∥O'y'$,并使 $G'B'=\frac{1}{2}GB$,$H'E'=\frac{1}{2}HE$;在 $y'$ 轴上 $x'$ 轴的上方,取 $O'A'=\frac{1}{2}OA$,在 $x'$ 轴的下方,取 $O'F'=\frac{1}{2}OF$,并以点 $F'$ 为中点画 $C'D'∥O'x'$,且 $C'D'=CD$.

(3)连接 $A'B'$、$B'C'$、$D'E'$、$E'A'$,所得的五边形 $A'B'C'D'E'$ 就是正五边形 $ABCDE$ 的直观图.



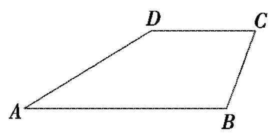
【点评】 (1)在画水平放置的平面图形的直观图时,选取适当的坐标系是关键,一般要使得平面多边形尽可能多的顶点在坐标轴上,以便于画点.

(2)在直观图中确定坐标轴上的对应点以及与坐标轴平行的线段端点的对应点都比较好办,但是如果原图中的点不在坐标轴上或不在与坐标轴平行的线段上,就需要我们经过这些点作坐标轴的平行线段与坐标轴相交,然后先确定这些平行线段在坐标轴上的端点的对应点,再确定这些点的对应点.

(3)同一个图形选取坐标系的角度不同,得到的直观图可能不同.

变式训练

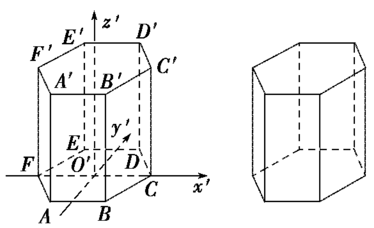
1.如下图所示,梯形 $ABCD$ 中,$AB/\!/CD$,$AB=4$ cm,$CD=2$ cm,$\angle DAB=30°$,$AD=3$ cm,试画出它的直观图.




**类型二　空间图形的直观图**

例 2　画正六棱柱(底面是正六边形,侧棱垂直于底面)的直观图.

【解析】 画法:(1)画轴.画 $x'$ 轴、$y'$ 轴、$z'$ 轴,使 $\angle x'O'y'=45°$(或 $135°$),$\angle x'O'z'=90°$.




(1)画底面.按 $x'$ 轴,$y'$ 轴,画正六边形的直观图 $ABCDEF$.

(3)画侧棱.过 $A$、$B$、$C$、$D$、$E$、$F$ 各点分别作 $z'$ 轴的平行线,在这些平行线上分别截取 $AA'$、$BB'$、$CC'$、$DD'$、$EE'$、$FF'$ 都等于侧棱长.

(4)成图.顺次连接 $A'$、$B'$、$C'$、$D'$、$E'$、$F'$,并加以整理(去掉辅助线,将被遮挡的部分改为虚线,就得到正六棱柱的直观图).

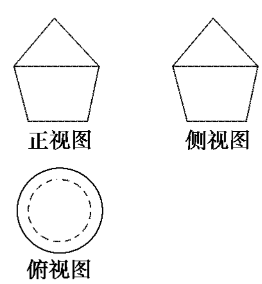
【点评】 画空间几何体的直观图的关键是平面图形的直观图,只要画好几何体中的水平面内的直观图,再确定好图中关键的点,连接相应顶点,就可以画出几何体的直观图.

变式训练

2.有一个正六棱锥(底面为正六边形,侧面为全等的等腰三角形的棱锥),底面边长为 3 cm,高为 3 cm,画出这个正六棱锥的直观图.

**类型三　由三视图画直观图**

例 3　已知几何体的三视图(如下图),用斜二测画法画出它的直观图.




【解析】 由几何体的三视图可知这个几何体是一个简单组合体,它的下部是一个倒立的圆台,上部是一个圆锥,并且圆锥的底面与圆台的下底面重合.我们可以先画出下部的圆台,再画出上部的圆锥.

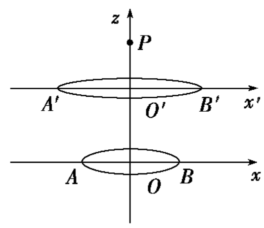
(1)画轴.如图(1)所示,画 $x$ 轴,$z$ 轴,使 $\angle xOz=90^{\circ}$;

(2)画倒立圆台的上底面.在 $x$ 轴上取 $A,B$ 两点,使 $AB$ 的长度等于俯视图中小圆的直径,且 $OA=OB$,选择椭圆模板中适当的椭圆过 $A,B$ 两点,使它为圆台的上底面.

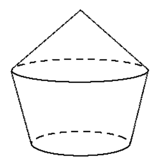
(3)在 $z$ 轴上截取 $OO'$,使 $OO'$ 等于正视图中相应高度,过 $O'$ 作平行于轴 $Ox$ 的轴 $O'x'$,类似圆台上底面的方法画出圆台的下底面;

(4)画圆锥的顶点.在 $Oz$ 上截取线段 $O'P$,使 $O'P$ 等于正视图中相应的高度;

(5)成图.连接 $PA',PB',A'A,B'B$,整理得到三视图表示的几何体的直观图,如图(2)所示.

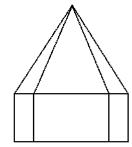


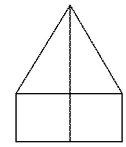
(1)

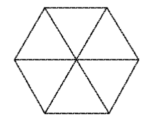

(2)

变式训练

3.根据下列三视图,想象对应的几何体,并画出草图(尺寸不作严格要求).


正视图


侧视图


俯视图

# 1.3 空间几何体的表面积与体积

## 1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积

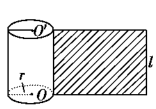
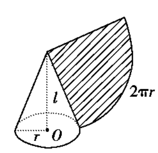
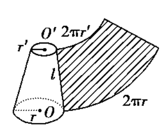
课前自主导学

知识梳理

1. **多面体的表面积**

多面体的表面积就是________的面积的和,也就是________的面积.

2. **旋转体的表面积**

| 名称 | 图形 | 公式 |
|---|---|---|
| 圆柱 |  | 底面积:$S_{底}=$________<br>侧面积:$S_{侧}=$________<br>表面积:$S=$________ |
| 圆锥 |  | 底面积:$S_{底}=$________<br>侧面积:$S_{侧}=$________<br>表面积:$S=$________ |
| 圆台 |  | 上底面面积:$S_{上底}=$________<br>下底面面积:$S_{下底}=$________<br>侧面积:$S_{侧}=$________<br>表面积:$S=$________ |

3. **体积公式**

(1)柱体:柱体的底面面积为$S$,高为$h$,则$V=$________.

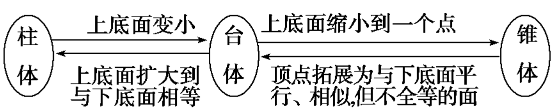
(2)锥体:锥体的底面面积为$S$,高为$h$,则$V=$________.

(3)台体:台体的上、下底面面积分别为$S'$、$S$,高为$h$,则$V=$________.

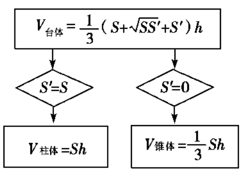
4. **柱、锥、台体之间的关系**

柱体和锥体可以看作"特殊"的台体,它们之间的关系如下:

(1)柱体、锥体、台体之间的关系:




(2)体积公式之间的关系:




## [基础自测]

1. 已知一个圆柱的侧面展开图是一个正方形,则这个圆柱的全面积与侧面积的比是　　(　　)

A. $\frac{1+2\pi}{2\pi}$　　B. $\frac{1+4\pi}{4\pi}$

C. $\frac{1+2\pi}{\pi}$　　D. $\frac{1+4\pi}{2\pi}$

2. 已知直角三角形两直角边长分别为$a$、$b$,分别以这两个直角边所在直线为轴,旋转所形成的几何体的体积比为　　(　　)

A. $a:b$　　B. $b:a$

C. $\frac{1}{a}:b$　　D. $b:\frac{1}{a}$

3. 在棱长为1的正方体上,分别用过共顶点的三条棱中点的平面截该正方体,则截去8个三棱锥后,剩下的凸多面体的体积是　　(　　)

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{7}{6}$

C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{5}{6}$

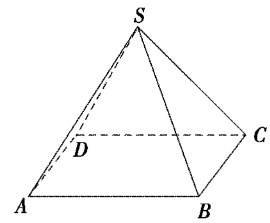
4. 用半径为20 cm的半圆形铁片卷成一个无底的倒圆锥形容器(接缝处忽略不计),则该容器的容积为________.

5. 长方体的对角线长是8,若长、宽、高分别是$a$、$b$、$c$且$a+b+c=14$,则长方体的全面积为________.

## 课堂师生互动

**类型一　空间几何体的表面积**

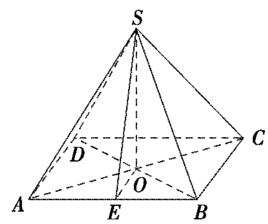
**例1** 已知棱长为5,底面为正方形的各侧面均为正三角形的四棱锥$S-ABCD$,如图所示,求它的表面积.




**【解析】** ∵四棱锥$S-ABCD$的各棱长为5,

各侧面都是全等的正三角形.

设$E$为$AB$的中点,则$SE\perp AB$,




$\therefore S_{侧}=4S_{\triangle SAB}=4\times\frac{1}{2}\times AB\times SE$

$=2\times5\sqrt{5^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2}=25\sqrt{3}$.

$S_{表面积}=S_{侧}+S_{底}=25\sqrt{3}+25=25(\sqrt{3}+1)$.

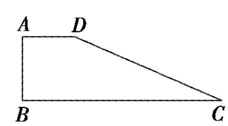
**【点评】** (1)求几何体的表面积问题,通常将所给几何体分成基本的柱、锥、台,再通过这些基本柱、锥、台的表面积进行求和或作差,从而获得几何体的表面积,另外有时也会用到将几何体展开求其展开图的面积进而得表面积.

(2)本题属求棱锥的表面积,可以先求侧面积,再求底面积.求侧面积,要清楚各侧面三角形的形状,并找出求面积的条件;求底面积要清楚底面多边形的形状及求其面积的条件.

**变式训练**

1. 如图所示,已知直角梯形$ABCD$,$BC\parallel AD$,$\angle ABC=90°$,$AB=5$ cm,$BC=16$ cm,$AD=4$ cm.

求以$AB$所在直线为轴旋转一周所得几何体的表面积.

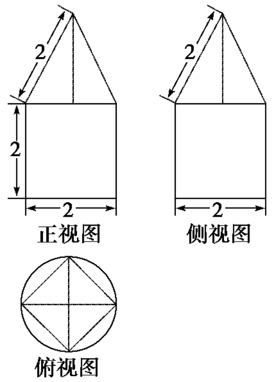


## 类型二 空间几何体的体积

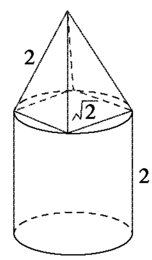
**例 2** 已知一空间几何体的三视图(如图)则该几何体的体积为 ( )

A. $2\pi+2\sqrt{3}$　　B. $4\pi+2\sqrt{3}$

C. $2\pi+\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $4\pi+\frac{2\sqrt{3}}{3}$



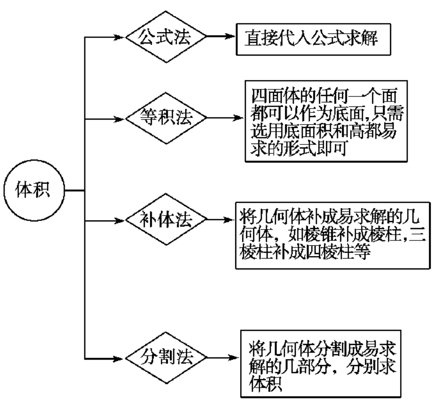

**【解析】** 由三视图可知,这是一个组合体,其下部是底面半径为 1,高为 2 的圆柱,上部是一个底面边长为$\sqrt{2}$,高为$\sqrt{3}$的正四棱锥.如图所示.




所示,所求几何体的体积 $V=\pi\times1^2\times2+\frac{1}{3}\times(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}=2\pi+\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

**【答案】** C

**【点评】** 常见的求几何体体积的方法

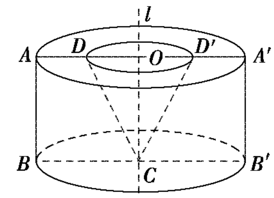



**变式训练**

2. 将边长为 $a$ 的正方形卷成一个圆柱的侧面(无接缝),求这个圆柱的体积.

## 类型三 综合应用

**例 3** 梯形 $ABCD$ 中,$AD\parallel BC$,$\angle ABC=90°$,$AD=a$,$BC=2a$,$\angle DCB=60°$,在平面 $ABCD$ 内过点 $C$ 作 $l\perp CB$,以 $l$ 为轴旋转一周.求旋转体的表面积和体积.




**【解析】** 如右图,在梯形 $ABCD$ 中,$\angle ABC=90°$,$AD\parallel BC$,$AD=a$,$BC=2a$,$\angle DCB=60°$,

$\therefore CD=\frac{BC-AD}{\cos 60°}=2a$,$AB=CD\sin 60°=\sqrt{3}a$,

$\therefore DD'=AA'-2AD=2BC-2AD=2a$,

$\therefore DO=\frac{1}{2}DD'=a$.

由于以 $l$ 为轴将梯形 $ABCD$ 旋转一周后形成的几何体为圆柱中挖去一个倒放的与圆柱等高的圆锥.

由上述计算知,圆柱母线长$\sqrt{3}a$,底面半径 $2a$,圆锥的母线长 $2a$,底面半径 $a$.$\therefore$圆柱的侧面积 $S_1=2\pi\cdot2a\cdot\sqrt{3}a=4\sqrt{3}\pi a^2$,

圆锥的侧面积 $S_2=\pi\cdot a\cdot2a=2\pi a^2$,

圆柱的底面积 $S_3=\pi(2a)^2=4\pi a^2$,圆锥的底面积 $S_4=\pi a^2$,$\therefore$组合体上底面积 $S_5=S_3-S_4=3\pi a^2$,

$\therefore$旋转体的表面积 $S=S_1+S_2+S_3+S_5=(4\sqrt{3}+9)\pi a^2$.

又由题意知形成的几何体的体积为一个圆柱的体积减去一个圆锥的体积.$V_{柱}=Sh=\pi\cdot(2a)^2\cdot\sqrt{3}a=4\sqrt{3}\pi a^3$.

$V_{锥}=\frac{1}{3}S'h=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot a^2\cdot\sqrt{3}a=\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.

$\therefore V=V_{柱}-V_{锥}=4\sqrt{3}\pi a^3-\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3=\frac{11\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.

**【点评】** 求组合体的表面积或体积的问题,首先应弄清它的组成,其表面有哪些底面和侧面,各个面应该怎样求,然后再根据公式求出各面的面积,最后再相加或相减.求体积时也要先弄清组成,求出各简单几何体的体积,然后再相加或相减.

**变式训练**

3. 如图所示,一个空间几何体的正视图、侧视图、俯视图为全等的等腰直角三角形.如果直角三角形的直角边长为 1,那么这个几何体的体积为 ( )