


核心
素养
名师
课堂



玩游戏，学数学

王志江 著  Wan Youxi, Xue Shuxue

 漓江出版社



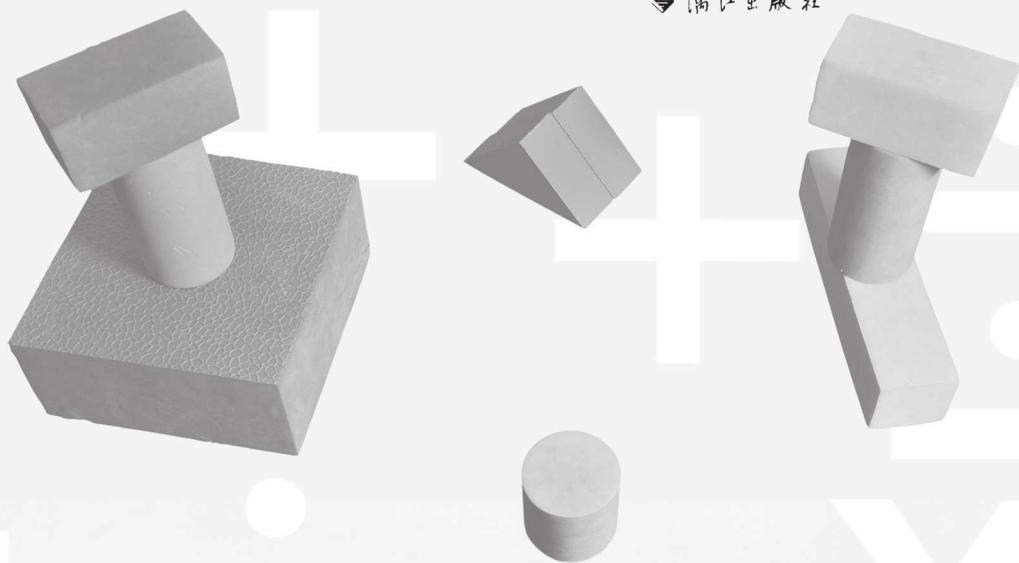
核心素养·名师课堂

玩游戏，学数学

Wan Youxi, Xue Shuxue

王志江 著

◆ 漓江出版社



图书在版编目 (CIP) 数据

玩游戏, 学数学 / 王志江著. —桂林: 漓江出版社, 2016.10

ISBN 978-7-5407-7920-7

I. ①玩… II. ①王… III. ①数学—儿童读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 227633 号

玩游戏, 学数学

作 者 王志江
策划组稿 文龙玉
责任编辑 章勤璐
书籍设计 石绍康
责任监印 周 萍

出 版 人 刘迪才
出版发行 漓江出版社
社 址 广西桂林市南环路 22 号
邮 编 541002
发行电话 0773-2583322 010-85893190
传 真 0773-2582200 010-85890870-614
电子信箱 ljcb@163.com
网 址 <http://www.lijiangbook.com>
印 制 北京大运河印刷有限责任公司
开 本 710×980 1/16
印 张 14.75
字 数 220 千字
版 次 2016 年 10 月第 1 版
印 次 2016 年 10 月第 1 次印刷
印 数 1—5000 册
书 号 ISBN 978-7-5407-7920-7
定 价 32.80 元

漓江版图书: 版权所有, 侵权必究

漓江版图书: 如有印装质量问题, 可随时与工厂调换



目 录

001/ 前言 “好玩”是儿童学习数学的最大动力

第一章 “玩游戏，学数学”的科学依据

002/ 第一节 “玩游戏，学数学”背后的教育原理

007/ 第二节 对游戏编排顺序的若干说明

009/ 一、0—2岁：动作型的游戏

010/ 二、3—6岁：表象型的游戏

011/ 三、6—12岁：具体运算型的游戏

第二章 3—6岁阶段的数学游戏

016/ 第一节 3—6岁的儿童怎样学习算术

017/ 一、分类游戏

042/ 二、排序游戏

053/ 三、计数游戏

071/ 第二节 3—6岁的儿童怎样学习几何

072/ 一、拓扑几何游戏

078/ 二、过渡阶段的的游戏

086/ 三、将游戏活动转化为课程

090/ 第三节 评估儿童认知发展水平的基本程序



第三章 6—12岁阶段的几何游戏

- 097/ 第一节 6—12岁的儿童怎样学习一维测量问题
- 097/ 一、数量守恒游戏
- 106/ 二、距离游戏
- 115/ 三、图形构造游戏
- 121/ 第二节 6—12岁的儿童怎样学习二维平面几何问题
- 121/ 一、与平面坐标系相关的游戏
- 132/ 二、面积测量游戏
- 143/ 三、视图游戏
- 145/ 第三节 两种不同的几何空间观念
- 145/ 一、6—12岁儿童生成的空间观念不是欧氏几何空间观念
- 147/ 二、前欧氏几何空间观念具有怎样的生长方向呢？

第四章 6—12岁阶段的算术游戏

- 151/ 第一节 6—12岁的儿童怎样学习科学计数
- 162/ 第二节 6—12岁的儿童怎样学习加法与减法
- 183/ 第三节 6—12岁的儿童怎样学习乘法与除法
- 193/ 第四节 6—12岁的儿童怎样学习四则混合运算

第五章 创造数学，发明数学

- 200/ 第一节 “创造数学，发明数学”的缘起
- 203/ 第二节 数学知识是客观存在的吗？
- 208/ 第三节 远古人类怎样“创造数学，发明数学”呢？
- 212/ 第四节 今日儿童“创造数学，发明数学”的可能性



前 言

“好玩”是儿童学习数学的最大动力

（一）源起

人到中年，有些问题随着岁月的流逝逐步变得清晰起来，而另一些问题却始终萦绕在心间脑际，挥之不去。比如：数学的本质到底是什么？我们的数学基础教育，真的如同国际数学奥林匹克竞赛所展现出来的那般独领风骚、一骑绝尘吗？会不会是我们的思维起点和推理逻辑本身就存在着严重的问题，以至于数学教育问题的严重性，被深深地掩盖且久久不见天日呢？上小学之前，真的需要上“幼升小”数学衔接班吗？乘法表难道只能通过痛苦万分的死记硬背，才能记住吗？加减乘除以及四则混合运算，难道只能通过机械重复的题海战术，才能奏效吗？儿童学习数学，难道只是为了跟它结下永世难解的“血海深仇”吗？……

有时候，我会一遍一遍、痛苦且无比焦灼地回顾我自己所经历的数学教育历程：小时候，一方面受困于贫穷，一方面又在自由且野蛮地生长，不提也罢；中学时代，数学成绩莫名其妙的好，却悄悄地喜欢上诗歌，并偷偷地仿写长短句，但是，成为诗人的隐秘渴望终究还是被掐灭在了萌芽之中！高中毕业时，老师说，如果你报考数学系，回县一中任教的可能性就比较大，于是……工作之后，教学成绩还不错，并因此受到“重用”，可自己内心深处却长期潜藏着深深的不安，所以，



总是试图突破、改变……

直至今今天，特别是成为父亲之后（儿子今年7岁），我越来越深刻地认识到以下两点：

第一，世人对数学的误解实在太深了！通常，人们总是坚定不移地相信数学可以最精确、最简洁，甚至最具美感地刻画这个世界的本质，但是，事情的真相果真如此吗？面对纷繁复杂、多姿多彩的世界，数学的眼光其实不过是千千万万个一孔之见中的“一孔”“一见”而已！数学可以从数与形的角度丰富人类对于这个世界的阐释和理解，借助数学思维游戏，人类向外可以朝向更为广阔的宇宙星空，向内可以获得更为独立的人格和更为自由的精神，与此同时，数学永远不应该成为桎梏人类心灵自由的枷锁和牢笼！

第二，相对于世人对于数学本身的误解而言，今人对于数学教育的误解要更深、更严重、更惨烈，且几乎始终处于麻木不仁的“温水”中！成人，几乎是不问青红皂白地试图以最高效、最精确的方式，将所谓的数学知识一股脑地倾倒给儿童，而且，一次不行，就反复十次，十次不行，就反复百次……我们从不追问这些奇奇怪怪的数学玩意儿，到底是从哪里冒出来的呢？儿童当下的生命，到底与这些玩意儿有何关系呢？如果它们只不过是儿童眼中的“小魔怪”，那么，还有什么比天天逼着儿童必须与小魔怪“友好相处”的行径更为残忍和愚蠢的呢？

是的，在一片荒芜之地，我们总该创造出点什么吧。

（二）关于数学教学模式

最近几年，我不断接到一些学前和小学生家长的留言（或者当面询问）：“我的孩子3岁了，挺聪明的，我是不是应该开始教他学点数学呢？”“我的孩子马上就要上小学了，我不得不开始教他学习加减乘除，可是，他不爱学，越教越不爱学，我也教得非常恼火，该怎么办呢？”“我的孩子刚上一年级，每天晚上都有一页口算题，孩子总是无法全对，我是又急又气又没辙，这才刚上一年级，以后可怎么办啊？”……问题很多，但核心问题就一个：我该用什么办法，让孩子快乐且高效地学习数学呢？



其实，一套好的教学办法，往往意味着一个行之有效的“教学模式”。不过，“模式”在近些年并不是一个特别招人喜欢的词（虽然总是身披华丽的改革外衣受到众人的热捧），因为它容易让人联想起僵化、刻板、非人性等等。的确，一旦提起“模式”，人们的第一反应，往往就是“大厂房里的流水线”，起点在哪里——什么时候开始教什么内容？过程怎样操作——怎样才能确保儿童愿意学习，并且愿意反复练习，直至获得唯一标准的答案？结果怎样——通过什么办法，才能准确地检测出儿童的数学水平领先于其他同龄儿童？总之，这是一套程序，目标是简洁、高效、精确、易于模仿和推广。然而，任何模式的两端，都立着一个“人”，一端是家长或老师——试图有效控制模式的人；另一端是儿童——天性喜欢自由自在的玩乐，但又在无意识中，或主动或被动地试图很好地遵守父母和老师所设定的模式，并因此而被夸赞为“好孩子”的人。

在当下的社会舆论中，只要能够用一套行之有效的“模式”，让自己的孩子，学会其他同龄孩子还没有掌握的知识，家长就总是优秀的、智慧的、受人羡慕的，即便是虎妈、狼爸也照样受人追捧。然而，稍显麻烦的是，人从来不是，也永远不可能是纯粹的机器，而是活泼泼的存在。人类看上去总是在追求简洁、高效、确定性，但是，人之所以或主动或被动地如此追求，正是因为生命本身是复杂的、低效的，总是面临着无限的可能性，而且根本不可能被某个模式彻底塑造成一个僵化的器具。所以，不管多么神奇的模式，永远只能是手段，而非目的。

换一种说法就是：怎么教（包括怎么学）不是不重要，而是它永远只能是次要的手段；教什么和学什么，显然比怎么教更为重要，但是它仍然不是最终的目的；最重要、最终极的目的只能是而且必须是：你想把自己的孩子培养成什么样的人？你的孩子希望自己在未来时代，成为一个什么样的人？而我们的教育恰好能够助他一臂之力，为他提供必不可少的支持和源源不绝的动力。你的孩子不仅能够很好地适应未来的时代，而且还能以自己的创造力改良社会，并促进整个时代朝向更加美好的未来；你的孩子不仅充满理性，而且情感丰沛、心灵丰盈；你



的孩子不仅有能力创造快乐、幸福的生活，而且人格独立、精神自由。

所以，《玩游戏，学数学》这本书，既给出了一个模式，又没有而且也根本没有办法给出一个确定的、适合所有人的模式。前者表明，无论如何，我的确提供了一系列数学游戏，而且还相应地提供了较为详尽的游戏过程记录，读者不仅可以反复揣摩潜藏在这些对话背后的心理学和教育学原理，甚至可以直接模仿着，跟自己的孩子玩一玩这些有趣的游戏；后者表明，读者基本上不可能从我提供的游戏过程记录中，迅速找到一个可以包治百病的“模式”，因为我提出的问题，总是根据儿童的即时表现灵活变换的，而不是严格按照事先预定的问题展开的（很多时候，我其实并没有预设问题）。所以，我有必要在此提醒家长和老师，阅读本书最好的办法就是，尽可能地理解我讲述的，与当下盛行的数学教育不同的“道理”，然后，带着游戏的心态，与自己的孩子尽情地玩游戏——甚至可以把“学数学”暂时忘掉，对于儿童来说，首先是“好玩儿”，只要好玩儿，啥难题都能迎刃而解；一旦不好玩儿，结果就会很悲催了。

（三）“好玩”是儿童学习数学的最大动力

数学能“好玩儿”？不是痴人说梦吧？在我们的文化传统中，“书山有路勤为径，学海无涯苦作舟”，不管是过去还是当下，这都是读书人的至理名言啊！不过，随着社会的发展与进步，特别是中国特有的独生子女现象，使得越来越多的家长开始对曾经备受推崇的“名言”产生了些许怀疑。至少从某个层面讲，年轻的家长们虽然不希望自己的宝贝儿“输在起跑线上”，但是，他们也不希望子女学得太过辛苦，太过遭罪。于是，各种矛盾、困惑、纠结，以前所未有的速度汇聚、发酵、膨胀……孩子的教育问题甚至上升为家庭乃至国家的头等大事！

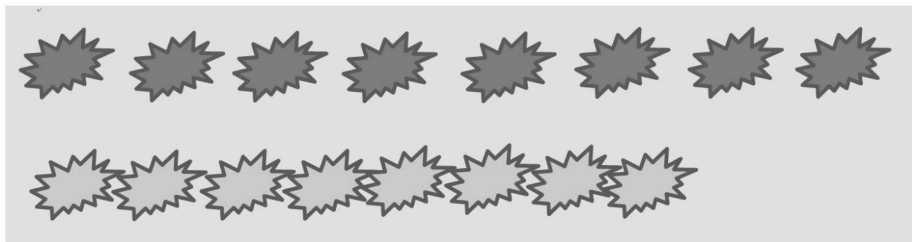
事实上，“名言”当然不会轻易失效，关键是什么样的人，才能做到苦中作乐呢？想必只有那些拥有明确的目标、坚定的信念、超强的毅力的人中豪杰吧，否则，怎么可能从“苦”中品尝到“乐”呢？著名的NBA球星科比·布莱恩特每天在艰苦的训练之后，还要单独加练上千次的投篮，其中的苦与累岂是常人所能想象的，但是，因为心中



藏着一个伟大的“冠军梦”，所以，苦不苦，累不累，只不过是外人的谈资而已，对于科比而言，看似机械苦累的上千次投篮加练，恰恰是最有意义的事儿，甚至是倾心所愿的最快乐的事儿。然而，试想让一个刚刚接触篮球的8岁儿童，每天投篮100次（还不用说上千次），结局会怎样？

对儿童提倡“苦中作乐”，本质上是违背儿童天性的。但是，我并不是说低龄儿童不能学习数学，恰恰相反，不仅是学龄前儿童，甚至是1岁左右的婴幼儿都可以学习数学。只不过，他们只能学习符合他们天性和内在认知规律的数学，而绝对不是成人试图强加给他们的课本中的数学，成人自己眼中的数学。

举个例子来说吧，部分儿童在4岁左右（甚至更早）已经可以熟练且准确地从1数到100了，但是，如果妈妈把16块糖平均分成两行（每行8块），第一行糖相互之间的间距比较大，而第二行间距较小，让儿童挑选他想要的糖果，儿童会选哪一行？如下图所示：



这个实验简单易行，随时随地都可以做，而且，实验结果的“一致性”简直令成人无法想象，四五岁的儿童几乎都会选择第一行！更为神奇的是，如果第一行只有7块糖，但是由于间距比较大，看上去比第二行还要“长”一些，儿童依然会选择第一行糖。这在成人看来简直是不可思议的，但是对于儿童来说却非常正常——儿童自有他们自己的内在逻辑和判断标准。简单来说就是，对于小于6岁的儿童来说，他们判断“多”与“少”的标准，并非是成人习以为常的数学逻辑—— $n+1>n$ （这里表现为 $8>7$ ），而是“长”一些就意味着“多”一些；反之，“短”一些也就意味着“少”一些！是的，儿童最初判断“多少”的



依据绝对不是“ $n+1>n$ ”式的数理逻辑，而是视知觉的直观感知，他们的判断工具是眼睛，而不是大脑！早期教育的目的，就是为了协助儿童立足于视知觉，同时又要不断克服视知觉的局限和桎梏，建构由“大脑做主”的内在逻辑思维能力。换句话说，儿童的逻辑思维能力不是在某个时刻“突然涌现”的，它是适应教育的结果。

现在的问题是，如果早期幼儿教育不能以数理逻辑为工具，那么，应该以什么为工具呢？仍然拿前面那个“挑选糖果”的例子来说，家长暗自神伤，认为自己的孩子“太愚蠢”有用吗？不仅无用，而且只能说明自己家教观念有问题。把标准答案直接灌输给儿童有用吗？当然无用！甚至，当你引导儿童“一一点数”，以表明两行糖果同样多，甚至那行看上去长一些的糖果还要少一块时，儿童仍然会按照自己的意愿去选择。因为对于儿童来说， $8>7$ （数理逻辑）对于他们而言是无意义的，他们当下的内在认知发展水平，清楚明白地告诉他们：“长”一些就肯定“多”一些，这才是“真正的意义”。那么，家长和老师还需不需要教育孩子呢？需要，当然需要！不过，不是教授自己脑海中的标准答案，而是继续兴致勃勃地陪着儿童做游戏，直到某一天，儿童会对比自己大两岁的哥哥“总是选择较少的那一堆糖”产生“疑惑”，他开始“怀疑”自己是不是搞错了。慢慢地，他就会在好奇心和探索欲的驱动下，逐步克服“视觉的影响”，真正步入一个崭新的、理解性计数的阶段。

从数学史的发展来看，这样的现象也是显而易见。一个数学观念一旦被创造和发明出来，它并非是一个绝对静止的“真理”，而是在历史的长河中，持续发展和壮大，不过，推动其继续茁壮成长的，其实并非全是数学逻辑的功劳。我们可以依据数学逻辑，迅速判定命题“ $\pi > 3$ ”（ π 是圆周率）是一个真命题，然而，人类生存的真实情形却要复杂得多。

人类总是试图将自己内在的观念作用于外在的生活世界，也许是解决一个原来无法解决的生活问题（比如分配、计数、测量等），也许是重新解释或阐释某类生活现象，并以此获得对于生活世界更加丰富的理解。在这个数学观念发挥作用的过程中，有时候，原有观念很锋



利，所到之处，问题迎刃而解；但是对于那些最敏感、最聪明的数学家而言，他们往往会深切地感到自己的“观念之刀”有时很“愚钝”，甚至完全无效，于是，他们就会寻求与同时代（或过去）的伟大人物进行深刻的对话，然后主动地调整和重组自己原来的观念，从而发明和创造出新观念。数学家推动自身观念从简单到复杂、从低级到高级的原动力，正是“意义逻辑”。对于儿童来说，“ $8 > 7$ ”就是“数理逻辑”；为了得到更多的糖而尝试克服视觉局限，从而产生新观念的背后动力，就是“意义逻辑”；推动儿童认知能力发展的“真正动力”正是意义逻辑，而不是数理逻辑。很多家长只知道在“数理逻辑”上狠下“苦功夫”，结果是，功夫越深，其家庭教育的状况就越惨烈。

真正的快乐，只能诞生于意义和意义感，对于儿童来说，有意义，往往就是快乐本身。当我们用最贴近于儿童生命本质的方式，与儿童一起玩游戏，学数学，不知不觉中，儿童就会快乐地成长，儿童头脑中的数学观念，也会快乐地生长。一句话，儿童的数理逻辑思维是在漫长的岁月中逐步长成一棵参天大树的，基于视知觉的、好玩的游戏中所蕴含的“动作逻辑”是其生长的起点，就像种子是大树的起点一样；外在的“动作逻辑”正是在“意义逻辑”的持续推动下（这需要父母和教师的精心陪伴和协助，就如同种子的生长需要土壤和阳光雨露一样），逐步内化为儿童大脑中形式化的数理逻辑思维的。

本书最突出的特色就是：对基础数学教育中的常见知识，结合大量的游戏活动，进行了较为详尽和深入的“发生学分析”——每一个数学知识点是怎样从“种子”的形态一步一步变成我们所熟知的模样的。这也就是为什么本书不仅适合父母、幼儿教师、小学数学教师阅读，而且也非常适合初高中数学教师、师范大学数学系的学生阅读的原因（包括所有对基础数学教育感兴趣的有识之士）。

最后需要特别说明的是，这本书原本只是一篇博士论文的初稿。最近几年，本人一直在坚持不懈地阅读哲学、心理学、教育学等经典著作，瑞士著名认知心理学家皮亚杰和苏联著名认知心理学家维果斯基对我的影响最为深远。平时，我跟儿子（书中的小瀚）一起玩了很多皮亚杰式的数学游戏，偶尔也会在网络上分享一两篇游戏实录，没



想到居然受到很多家长 and 同仁的认同，大家于是鼓动我干脆写本书，书名都已经帮我想好了，即《玩游戏，学数学》。

正当我犹豫不决之时，中国少年儿童出版社的资深编辑薛晓哲先生找到我说：“志江，出吧，写成科普读物，就当是普及一下数学和心理学知识。”当时一听，“使命感”就涌了上来，满口答应了下来。

于是，我很快从博士论文中选取了一小部分加以充实和通俗化改写，并迅速形成初稿传给了晓哲先生，结果却被他批得体无完肤、惨不忍睹，一句话：科普读物必须通俗易懂，必须说“老百姓的话”。说实话，我一听就傻了眼，皮亚杰的理论本就艰深晦涩，读懂不易，再加上还不得不涉及维果斯基、布鲁纳，以及相关的许多哲学难题，要想通俗易懂，岂不是比登天还难吗?! 我甚至有了“打退堂鼓”的想法，但是，晓哲先生以他精深的专业精神深深地打动了我，终使我欲罢不能，并下定决心迎难而上。他说：“让懂的人没看懂，那是解决了科学前沿问题的高水平的论文。让不懂的人看懂了，那是有深厚学养的人写的高水平的科普。要么前者，要么后者，二者没有高下之分，都是有学问的人。问题是大多数人都在中间地带游走……”是啊，我能在多大程度上摆脱“中间地带”的魔咒呢？

接下来的日子，我除了自己一遍又一遍地修改调整，还专门邀请赵俊杰、张春燕等老师先行“试读”，他们提出了许多非常好的建议。另外，我爱人张和威老师也伴随着我的写作过程一直在不间断地阅读，并且随时跟我交流她阅读时碰到的“障碍”和心得体会，修改工作也因此有了更强的针对性。再后来，晓哲先生由于工作变动（本书中的多数照片，都由晓哲先生亲自操刀完成），责任编辑变成了漓江出版社的文龙玉老师，文老师再次以专业的视角提出了许多非常宝贵的建议。在此，请允许我向两位老师和各位亲友表达最诚挚的谢意！

不无遗憾的是，由于时间仓促，不足与错漏之处肯定不少，恳请各位方家批评指正。

第一章

“玩游戏，学数学”的科学依据





第一节 “玩游戏，学数学”背后的教育原理

在前言中，我讲到儿童学习数学的动力不是“数理逻辑”，而是“意义逻辑”。通俗地讲，就是要让儿童感受到，学习数学其实是一件非常好玩的事情。但是，作为家长和老师，如何才能做到这一点呢？这显然又是一个值得我们继续深入讨论的问题。

传统数学教材的内容编排，把结构严谨的数学知识体系，视为客观存在的绝对真理，“脚手架”——数学家当年创造数学、发明数学的历程和足迹——早已被拆除得干干净净，富丽堂皇的数学大厦巍然屹立，没有人去追问数学家到底是怎样发明创造了这一切，有“信”（“迷信”数学）的人只顾顶礼膜拜，无“信”的人却又把数学看得一文不值。总之，仿佛数学不是人类自身的创造物，而是自然世界中客观存在的实体，要么被视为最平淡无奇的山间石子，要么被视为最高贵华美的钻石。

这样的观念在基础数学教育领域，有着广泛而深入的影响，一个最直接的表现就是将数学知识视为“桶装水”，教学目标就是快速、高效地把“水”直接“灌进”儿童的大脑。若干年过去了，成人却开始责怪青年人越来越没有创造性，问题是，日复一日、年复一年地机械接受来自外在的“桶装水”式的学习活动，需要创造力吗?! 能够培养创造力吗?! 如果我们的教育，根本就不是着眼于培养儿童的创造性，我们凭什么在未来的某一天，要求年轻人展示他们的创造性呢?! 他们缺乏创造性的罪魁祸首，难道不正是我们成人吗?!

诚然，对于当下来说，数学教材（或由数学符号系统构成的庞大数学知识系统）已经存在着，它自然具有一定的客观性。但是，它的客观性，并不等同于天然钻石或普通石子的客观性，因为，它是历史



上伟大的数学家创造的、发明的。正如人类千百万年以来不停追问“宇宙的本源”，却至今仍无答案（只有“假说”）一样，对于数学知识之本源的说法，也是莫衷一是。不过，哲学家和心理学家已经可以达成如下共识：数学既不源于纯粹的客体，也不源于纯粹的主体，而是主客交互的产物；而且，越是年幼的儿童，这种交互性表现得越为外显，且可以直接观察到；随着儿童年龄的增加，特别是认知水平的不断发展，“交互性”越来越表现为“内在的思维活动”。对于年幼儿童来说，所谓“交互性”，其实就是“游戏”——对于儿童来说，最有效的数学学习方式，既不是直接与教材中的例习题“交互”，也不是直接与父母老师的语言教导“交互”，而是在有趣好玩的数学游戏活动中直接与游戏本身“交互”。

所以，父母或老师首先需要意识到：儿童最需要的是有趣好玩的游戏，而绝不是面目可憎的数学教材和习题集。然而，有些父母却跟我抱怨说，他们的儿子（4岁左右）在玩数学游戏时，一开始表现出兴致盎然的样子，但是很快就厌烦了，不愿意玩了，再后来，一提到数学游戏简直就会心生恐惧。还有些女孩的家长说：我女儿可以没完没了地听故事，但是一提起数学游戏就“头疼”，看来女孩真是“天生讨厌数学”啊！之所以造成这种局面，在我看来，肯定不是数学游戏的错，也不可能是儿童的错，更不可能是“女孩天生讨厌数学”。

毫无疑问，儿童天生就充满了好奇心，通过游戏，他们的好奇心可以得到最大程度的满足，这种“满足”首先是情绪或情感上的，而认知或思维的发展是第二位的。换句话说，对于儿童而言，情绪或情感上的满足，必然能够带来认知或思维能力的发展；而如果“直奔主题”——具体数学知识的学习，在儿童没有发现成人的意图时，他们仍然可以当作纯粹的游戏去玩，但是，一旦他们敏感地“识破”了成人的“鬼把戏”之后，“游戏”活动也就不得不提前终止了。

具体数学知识的学习，会不可避免地涉及“逻辑问题”，而儿童（特别是低龄儿童）的思维发展水平，还不足以应对“逻辑问题”，这种状况会使儿童在无意识中，排斥显性的数学知识学习。当然，这并不是说儿童天生不喜欢数学，恰恰相反，儿童总是非常喜欢好玩儿的数学



游戏——他们只是不喜欢成人眼中的、逻辑化的数学。在具有操作性的、直观具体的、互动式的、有趣好玩儿的数学游戏中，一切都是以“意义逻辑”的方式，与儿童当下的生命直接打通的，数理逻辑还“深埋”在土壤之中，只要有耐心，它就会以自己的节奏，慢慢地、自然地生长。

本书所提供的数学游戏，并非是我个人的生编硬造，多数源于瑞士著名心理学家皮亚杰的实验。皮亚杰终生聚焦于儿童认知结构的发生与发展，研究生涯长达六十余年，可谓著作等身。不用说一般的父母或教师，即便是专业的研究人员，彻底研透其庞大的理论系统也绝非易事。本人也是在以下三个方面有所探索：

首先，对皮亚杰的实验进行系统整理和分类。皮亚杰虽然留下了许多著名的经典实验（如“三山实验”等），但是，由于其研究生涯跨度太大，加之中文译本只是其著作中的一部分，所以，对于一般读者而言，实验的系统性略显不足。本人整理和编创添加的全部“游戏”分为两大类，第一类是算术游戏，第二类是几何游戏。算术游戏又分为3—6岁（介于2岁以上与6岁之间）的“前算术游戏”（第二章）和6—12岁（介于5岁以上与12岁之间）的“算术游戏”（第四章），几何游戏又分为3—6岁的“表象性几何游戏”（第二章）和6—12岁的“前欧几里得几何游戏”（第三章）。这样的分类，不仅可以较好地呈现不同游戏之间的内在逻辑关系，而且可以使读者在较短时间内，从整体上把握数学游戏活动与儿童内在认知发展水平之间的交互关系。不过，由于儿童认知发展的复杂性，这里的阶段划分并不是线性的，而是存在着交叉重叠的模糊地带——3—6岁阶段和6—12岁阶段都包含了已过5岁生日但未过6岁生日的儿童。

其次，我对这些游戏持有的态度与皮亚杰有很大的不同。这其中涉及皮亚杰、维果斯基、布鲁纳等人的心理学、教育学背景，请容我简述。由于皮亚杰坚持“学习从属于发展”的观点，也就是说，只有等到儿童的认知发展水平抵达某个层次，儿童才可以开始学习相应的内容，比如，他坚持只有当儿童理解了子类（苹果类、梨子类等）与类（水果类）的包含关系之后，才可以开始学习形如“ $2+3=5$ ”的算术