

教师专业发展培训丛书



# 初中数学 教学研究入门36问

潘小梅 ◀ 著

CHUZHONG  
SHUXUE  
JIAOXUE YANJIU  
RUMEN 36WEN



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

# 初中数学教学研究入门 36 问

潘小梅 著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

初中数学教学研究入门 36 问 / 潘小梅著. —杭州:浙江  
大学出版社, 2017. 12  
ISBN 978-7-308-17125-0

I. ①初… II. ①潘… III. ①中学数学课—初中—教  
学研究 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 164561 号

## 初中数学教学研究入门 36 问

潘小梅 著

---

责任编辑 傅百荣

责任校对 梁 兵

封面设计 杭州林智广告有限公司

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 浙江时代出版服务有限公司

印 刷 杭州钱江彩色印务有限公司

开 本 710mm×1000mm 1/16

印 张 21.5

字 数 398 千

版 印 次 2017 年 12 月第 1 版 2017 年 12 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-17125-0

定 价 49.00 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行中心联系方式 (0571)88925591; <http://zjdxcbbs.tmall.com>

## 序：静静绽放的那朵“小梅”

想象这样的际遇确实很有意思：你独自悠悠然地吹着口哨，在熙熙攘攘的人群中穿梭行走，那种旋律只有你自己的心才明白。突然，隐隐约约在何处，有熟悉的音律飘飘忽忽地传过来，原来，那是和你同样的旋律。你很吃惊的同时，更是满心欢喜，那是你的同类，仿佛数学中的“同类项”。人生在世，“同类项”不易遇求！因为要求高，不仅每一个字母要相同，而且相同字母的指数也要相同。所谓“高山流水、知音难觅”是也。

—— 题记

梅，百度百科云：小乔木，稀灌木。通身或可食，或可入药，或可供雅赏。乃中国十大名花之首。与兰花、竹子、菊花一起列为四君子。与松、竹并称为岁寒三友。

人如其名，我特别想以王安石之《梅花》，表赞我的挚友潘小梅：“墙角数枝梅，凌寒独自开。遥知不是雪，为有暗香来。”她就是那朵静静绽放、幽幽散香的小梅！

初识小梅，于2000年夏末初秋。彼时，我举家搬迁来到宁波。她在城东，我在城中。近20年光阴，虽未曾频频邀约，但也不乏见面，主要源于各种各样的数学教研活动。印象中，她总是静静地坐着，憨憨地笑着，轻轻但坚定地表述，缓缓而谦逊地交流。通常我起意，她顿悟；她曲未终，我意已通；有时，什么也不说，双目流转已然明晓。难得！

小梅沉潜，用心，勤奋，纯然。先做教师，后做教研员，再做教师……无论做什么，做一样成一样！认真使然。不由想起丰子恺的《怀李叔同先生》：弘一法师由翩翩公子一变而为留学生，又变而为教师，三变而为道人，四变而为和尚。每做一种人，都做得十分像样。好比全能的优伶：起青衣像个青衣，起老生像个老生，起大面又像个大面……都是“认真”的缘故。

### 小梅是全能的

一路行来的数学教育教学经历和经验,让她如几何学中的点线面体一般丰硕,亦使她如大自然的青山绿水一般流畅,更令她如天地间的蓝天白云一般宽广。

《初中数学研究入门36问》,就是这样一部全面涵盖了初中数学教育教学方方面面、林林总总的工具书,而且不乏人文关怀和人情温暖,可圈可点。那一日,小梅予我文稿吩咐作序,谓:舍汝其谁。便明白相互相知相融相信。待细读文本,唯有感动。感动于小梅的真诚与无私、倾情与倾囊。作序的荣光,毋宁说是学习研读的机缘。如今,书桌前的写作,仿佛是一种美好的叙述、真诚的致敬!

《初中数学研究入门36问》始终围绕着初中数学教育教学的“课”、“题”、“文”三个方面铺陈展开,呈现了小梅作为中学数学教育工作者的教育理想和教学主张。惊叹于小梅对于数学课堂教学的深刻理解;惊叹于小梅对于数学命题技术的精湛能量;惊叹于小梅对于数学经验积累的撰文概述。看似寻常最奇崛,成如容易却艰辛。

### 小梅是深刻的

章建跃博士的三个理解——“理解数学、理解学生、理解教学”,小梅的诠释独到、精辟,是最富数学味与人性味的。

#### 理解数学,才能有的放矢。

才能发问:如何让学生在“做”和“思考”的过程中积淀数学活动经验?

才能思考:从数学活动的内容来看,它以问题或问题情境的形式呈现;从数学活动的形式来看,它包括数学思维活动、数学实践活动;从数学活动的过程来看,它应该经历学生活动和师生之间的交流、归纳与提炼的过程。

才能概括:通过“眼看”获得折叠问题的“形象”,通过“口说”获得折叠问题的“表象”,通过“手做”获得折叠问题的“具象”,通过思考“抽象”出折痕。

才能提点:“悟”是问题解决停顿的过程,但却是学生思维升华的过程。“悟”不单是对结果的整理和归纳,也是对蕴含在数学核心概念中的思想方法的提炼。

才能倡导:树立数据分析观念,不是单纯地学习统计与概率的名词、计算方法,最有效的方法是让它们投入到数据分析的全过程去。这里的全过程指的是收集数据、整理数据、描述数据、分析数据的过程。

才能反思：在函数概念教学前后贯穿函数思想的教学，需要用函数的观点来审视有关函数内容。特别地，在学习了函数内容以后，我们不能出现“忘根”现象。

才能追求：复习课往往从知识梳理开始，知识梳理不是知识框架的简单再现，而是设计合适的问题唤醒学生的回忆，通过问题解决建构知识体系。

欣赏这样的数学活动设计：

周长为 11，且各边长均为整数的三角形有哪些？这是对“从实物模型中抽象出等腰三角形”来导出等腰三角形概念教学方法的全新演绎。

请你借用反比例函数的图象画出面积为 6 的图形。这样的开放与灵动，是对学生们心灵的一次美丽放飞，当然也是数学学习的一次理性有序的游历。

请你利用“2,3,5”三个数中的 2 个数写出一些乘方运算，并用幂的形式表示。唯有适切的，才是合理的；唯有自然的，才是真正永恒的。

有一个门框，现只有一把卷尺，你能不能判断它是否为矩形？数学源于生活，但是也高凌于生活。

已知平行四边形  $ABCD$  的三个顶点为  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，请你画出它的第四个顶点。实践出真知。

.....

### **理解学生，才能同理同心。**

才能提出：运算法则的教学不能简化为“告知执行”，应该让学生充分经历法则的获得过程。运算教学中，“法则由来”教学是核心，它能够帮助学生理解算理，掌握算法。

才能呼吁：不同法则的由来过程有些许差异，教师要善于创设探索的平台，让学生经历法则的获得过程。

才能引导：学生思考如何画图？而不是把画图的步骤告诉学生，进而对画图过程中的每一步骤思考操作的理由，关注细节的生成。

才能懂得：在真实的课堂中，我们发现学生在取值的过程中有“涂涂改改”现象，这个“涂改”的过程就是学生思考的过程。

才能感悟：事实上，“规范表达”的过程就是一遍遍强化运用法则的过程，学生在强化训练以后，慢慢地变成一种习惯，当变成一种习惯以后，再省略一些解题步骤，这些省略了的解题步骤其实已在脑子中“走”了一遍。

才能提出：以有理数运算来看，都要学习“怎么来？→怎么写？→怎么读？→怎么算？→怎么用？”，对应运算教学的基本路径是：问题情境引入运

算→介绍写法和读法→探索运算法则→巩固与运用法则。

才能感怀:给学生足够的时间和空间,让学生获得体验,发挥教师在数学活动中的主导作用,合理评价学生在数学活动过程中的表现.营造一个真诚、和谐、自由的环境。

欣赏这样的文字:

当我们学习了一种特殊函数后,怎样再来学习第二种特殊函数?较多的情况是特殊函数一种一种介绍,每学一种函数均“另起炉灶”,学生只知道各函数的解析式之间有区别,所做的题目也不一样,根本不知道该如何学习函数.如果教师在学完一次函数以后,能够帮助学生梳理学习路径,这样,当他在继续学习新的特殊函数时,就可以运用以前学习函数的经验来进行学习,把学习新函数的过程变成对一类函数的研究过程,这样就能构建逻辑连贯、前后一致的教学。

.....

### 理解教学,才能相携互谐.

关于概念教学:概念的引入→概念属性的归纳→概念的明确与表示→概念的辨析→概念的巩固和应用.“学为中心”下的数学概念学习常以“读→思→议→悟→练”的方式组织教学,每一个教学环节,承载不同的教学功能。

关于运算教学:“从无到有”,经历法则由来过程;“规范表达”,养成良好的运算习惯;“变式训练”,学会灵活运用法则;“联系现实”,加强运算模型理解;“梳理提炼”,掌握运算学习套路。

关于法则教学:具体到抽象,在“猜想法则”的过程中渗透“代数思想”;从猜想到验证,在“推导法则”过程中感悟“演绎方法”;从成型到完善,在“完善法则”过程中培养“缜密思维”;从理解到掌握,在“运用法则”过程中体会“条件意识”。

关于定理教学:“问题引导”,经历定理的发现过程;“语言转换”,完善定理的表达方式;“严谨规范”,理清定理的证明过程;“结构变式”,掌握定理的应用方法;“梳理提炼”,归纳定理的学习套路。

关于函数教学:“循序渐进”渗透函数思想;“精致过程”描绘函数图象;“数形结合”理解图象性质;“模型思想”贯穿函数应用;“系统一致”处理各函数间的关系。

关于复习课教学:设计新起点,奠定复习的高度;重构新认知,拓广复习的宽度;提炼新经验,挖掘复习的深度;制定新目标,成就复习的效度。

关于统计与概率教学:发展数据分析观念,把握核心价值;注重数学实验

设计,帮助学生理解;加强知识联系,掌握数据分析技能;归纳提炼模型,凸显问题解决和应用.

欣赏这样的案例:

当前教师在函数教学中的误区:学习函数概念时,重点着眼于函数的三种表示形式的介绍,忽视函数概念的形成过程;函数概念只作一课时介绍,在函数概念学习之前和之后,都很少再提及这个函数概念;在学习特殊函数时,重点关注解析法表示的函数形式.正是因为这些教学误区,导致学生对函数概念的理解停留在表面.

怎样让学生经历一次函数模型的建立过程?本教学片断首先让学生通过表格中数据的计算发现一次函数的变化特点,然后由教师进行严谨分析(这里考虑到学生目前的学习水平,没有让学生进行说理),最后从列表法总结出一次函数的规律是“当自变量每增加一个单位时,函数值的变化量是固定的值”,既让学生理解一次函数的“数值、文字表达(每分钟、每秒等)”特征,又经历了一次函数模型特征的认识过程.接着以“土地沙漠化”情境让学生理解题意、尝试建模、解决问题的过程,体验函数建模的完整过程.

### 小梅是高超的

王国维《人间词话》云:诗人对宇宙人生,须入乎其内,又须出乎其外.入乎其内,故能写之;出乎其外,故能观之.入乎其内,故有生气;出乎其外,故有高致.

小梅经典的语录耐人寻味:数学学习没有解题万万不能,可是仅有解题也是远远不够.在解题中学会解题、在命题中游刃有余.她的教育教学追求正是:入乎其内又出乎其外,既有生气又有高致.

数学题目千千万,我们到底应该做哪些题?如何用我们有限的时间来对付无限的题海?小梅如此发问.

对于数学习题来说,“典型”的含义是“内容常出现、方法能迁移、思路可借鉴”,小梅这般思考.

而后带领着她的团队,历时三年研究,运用数十多年的教学经验,归纳了典型数学问题特征,精心挑选了100道经典例题,对初中数学知识和学习方法进行精当的诠释,编著了拓展性课程《初中数学典型问题100例》,这不仅可以作为学校拓展性课程的教材,也可以作为学生自主学习的范本,更是教师解题研究的良好素材.功德无量!

小梅如此倾情:命制一份试卷一般需经历哪些过程?她从“明确命题理



念→制定双向细目表→命制全卷核心题→添加全卷未涉及考点题→反复打磨试题→估计难度系数→校对和印刷→试题样板”，娓娓道来，无私奉献，令人敬佩。

小梅如此专业：命制一道综合题一般有怎样的过程？命制试题的常见方法有哪些？命制原创试题有哪些构图与设问技术？图形新定义试题有哪些命题特点和策略？动态型试题有哪些命题特点和策略？应用型试题有哪些命题特点和策略？命题有哪些常见问题？如何发挥考试的教学反馈功能？评价试题有哪些指标？其中绝大多数均为她多年的实践积累和心路历程，更有许多是她参与命制的宁波市历年中考试题及区域统考试题，如今倾囊以绘大众，如若没有优秀的专业素养、精湛的学科能力，何以能成就、分享与奉献？

### 小梅是精准的

数学教育研究者裴光亚先生的文字，非常的好！一直喜欢。怎么好？恰到好处、恰如其分。字里行间似乎就该如此表述，别无他，于数学、于人文，都令人心怀欢喜，如夏日溪水漫过沙滩，如秋日月色洒落山坡，宁平而熨帖。小梅的文字，于数学、于数学教育、于数学教育艺术，也有如此。

这样的文字，令人颌首拊掌轻赞：

大部分数学教师都喜欢解题，但是不喜欢或没有意识研究解题教学，在日常教学中就表现为大部分教师常把自己对题目的解决过程代替解题教学的备课过程，导致在课堂教学中用自己的解题思路代替学生的思路，解题教学变成向学生展示解题结果。

题目难得让老师也想不出来，这是很多老师都会碰到的常事。那么教师在获知参考答案以后，是依葫芦画瓢讲一遍？还是根据参考答案揣摩解题思路的形成过程？笔者认为，教师即使是看了参考答案，也应该有一个根据参考答案分析解题思路的过程。

数学老师首先应该亲自尝试先做，像学生一样经历“山穷水复疑无路”的体验，和学生分享“柳暗花明又一村”的喜悦，培养学生，也成就自己。当然，实在是百思不得其解就看答案，品味他人的高明之处，想办法透过答案揣摩解题思路的形成过程。

运算教学中的“规范表达”能够帮助学生养成按规定办事、有序思考的做事习惯，这些习惯对学生的终身发展都起重要作用。

.....

裴光亚先生“在书房和教室间穿行”，小梅在数学和文学间行走。除了数学，

事实上，她的散文也散发着馨馨清香而沁人心脾。

### 小梅是笨拙的

在中国近百年文化发展史中，弘一大师李叔同是学术界公认的通才和奇才。李叔同出家后，因战事曾滞留在宁波的七塔寺。寺庙中留有大师的名言：心诚、色温、气和、词婉。大师此言泛盖天下，但我以为正可为小梅之用。她实在是一个心地纯良、温厚平实之人。甚至是十分谦卑的、异常低调的。从未见过她大声呵斥、责怪老师和学生，似乎语气略重一些的时候都未曾有过，她天生、天真、天然就不会，真诚地赞许、宽厚地称道是她的秉性。静心欣赏、慢慢品味：她的宽度、广度和深度，如多年良酿回味无穷。

然而有这样繁复的人世间，简单的人，就显得有那么点儿笨拙。应对复杂的人事斡旋，她是笨拙的；即便想要表达爱意与情谊，她也是笨拙的。唯独她清澈的眼神、淡淡的微笑，表露了她的真诚。仿佛山涧的涓涓清流，在潺潺流动中带来清凉和恬悦。事实上，天性纯良，即便笨拙，也不乏贵人相助，相信天地之间自有公允。承蒙上天垂爱，她得到了她应该得到的：她的家人疼爱她、团队敬重她，学生爱戴她，朋友喜欢她。虽则逢时决非桃李辈，然则得道自得冰雪颜。

### 小梅是永恒的

毛泽东《卜算子·咏梅》：“已是悬崖百丈冰，犹有花枝俏。俏也不争春，只把春来报。待到山花烂漫时，她在丛中笑。”

天道酬勤、地升小梅。

愿那朵芬芳的小梅，静静地永远绽放……

郑瑄\*

终稿于 2017. 8. 27 宁波

---

\* 郑瑄：浙江省宁波市江北区教研室主任，全国著名特级教师，浙江省首批正高级教师，教育部教师工作司“国培计划”专家库成员，中国教育电视台 CETV《东方名家》初中数学主讲嘉宾，2008 年北京奥运会火炬手。

## 前 言

作为一名曾经承担数学教师专业发展培训的培训者和多次参与教师专业发展培训的被培训者,我常常思考这样的问题:教师的专业发展要关注哪些内容?教师获得专业发展主要有哪些途径?不同阶段的教师专业发展的目标和要求有什么不同?针对数学教师,又有哪些内容和形式方面的特殊要求?正逢区域要组织编写教师专业发展丛书,于是便有了把我的诸多想法付诸行动的机会,《初中数学研究入门36问》应运而生。

开始构思本书撰写框架后,着手梳理近些年来已经发表的70余篇文章,发现要形成一本有一定体系的书,需要补充和完善大量内容。于是,沉下心来,潜心研究,边阅读边思考,边实践边反思,通过近两年的努力形成初稿,之后又历经多次的修改、调整与校对,定稿为《初中数学研究入门36问》。

数学教师专业发展丛书之《初中数学研究入门36问》一书分为三大板块:第一板块“教材与教学”围绕“课”展开,主要针对概念、原理、技能等不同数学内容的特点探索教学规律,探索课堂教学设计和实施的策略;第二板块“解题和命题”围绕“题”展开,主要探索习题的解法和教法,不同类型试题命题的过程和方法,试题评价的指标等等;第三板块“经验与工具”围绕“文”展开,主要阐述形成论文、课题等研究成果的撰写规范和方法以及经常使用的工具等等。希望通过“课”、“题”、“文”这三个板块的内容让教师了解研究的过程和方法,提高初中数学教师的专业素养。以上三个板块由36个问题形成36个研讨专题,除4个特别专题外,其余每一个专题设“观点与案例”、“思考与讨论”两个栏目。在“观点与案例”栏目中,围绕中心问题提出一些笔者在践行教学研究过程中形成的经验与观点,并结合生动具体的教学案例诠释这些观点,通过案例理解主要内涵。在“思考与讨论”栏目中,一般根据本节内容设置2道值得研讨的问题供读者在研读单节内容后进行思考和讨论,这既是一种理解和检验观点的过程,也是促使自己通过

实践增长智慧的过程.

本书适合于热爱教育,热爱数学的数学教师,可以作为初中数学教师了解初中数学的教学读本,也可以为走在数学教育研究之路上的同行提供借鉴.

由于时间仓促和水平有限,书中不当之处甚至错误在所难免,真心希望读者在使用的过程中提出宝贵建议,以便修订完善.

最后真诚感谢在本书撰写过程中所有给予指导和支持的同行,同时也感谢编辑一丝不苟的校对和热心指导!

潘小梅

2017年10月17日

## 目 录

## 上篇 教材与教学

问题 1	如何理解和设计数学活动? .....	1
问题 2	设计思考性问题有哪些策略? .....	10
问题 3	如何开展数学核心概念教学? .....	15
问题 4	如何开展运算教学? .....	23
问题 5	如何开展法则教学? .....	31
问题 6	如何开展定理教学? .....	38
问题 7	如何开展函数内容教学? .....	45
问题 8	如何开展统计与概率教学? .....	54
问题 9	如何开展中考复习课教学? .....	62
问题 10	如何通过课堂即时评价引导学生思考? .....	69
问题 11	怎样运用信息技术工具辅助教学? .....	79
问题 12	常见的教学方法有哪些? .....	89

## 中篇 解题与命题

问题 13	典型例题有哪些特征? .....	98
问题 14	如何分析学生的解题错误? .....	105
问题 15	命制一份试卷一般需经历哪些过程? .....	115
问题 16	如何命制数学综合题? .....	131
问题 17	命制数学试题有哪些常见方法? .....	140
问题 18	命制几何原创试题有哪些构图和设问技术? .....	150
问题 19	“图形新定义”试题有哪些命题特点和策略? .....	159
问题 20	动态型试题有哪些命题特点和策略? .....	167
问题 21	如何命制应用型试题? .....	179
问题 22	命题数学试题有哪些常见问题? .....	185
问题 23	如何发挥考试的教学反馈功能? .....	189

问题 24	评价试题有哪些指标? .....	194
<b>下篇 经验与工具</b>		
问题 25	撰写文章有哪些格式和规范? .....	198
问题 26	论文写作一般有怎样的过程? .....	203
问题 27	如何撰写教学设计? .....	207
问题 28	如何撰写解题研究? .....	219
问题 29	如何撰写课堂教学实录? .....	238
问题 30	如何撰写课例点评? .....	247
问题 31	如何撰写命题研究? .....	267
问题 32	如何指导学生撰写小论文? .....	281
问题 33	如何撰写结题报告? .....	292
问题 34	如何开展听评课活动? .....	311
问题 35	适合数学老师阅读投稿的数学期刊有哪些? .....	315
问题 36	适合数学老师阅读的数学专业书籍有哪些? .....	319
<b>参考文献</b> .....		322
<b>后 记</b> .....		327

## 问题 1 如何理解和设计数学活动?



### 【观点与案例】

《义务教育数学课程标准》(2011年版)指出,通过义务教育阶段的数学学习,学生能获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验.数学活动经验的积累是提高学生数学素养的重要标志.这些观点的阐述使数学活动经验受到前所未有的关注,表明了“数学活动经验”的地位和价值.那么,如何让学生在“做”和“思考”的过程中积淀数学活动经验?笔者在理论学习与实践研究的过程中发现,尽管专家们对“数学活动经验”的内涵研究存在一些差异,但都一致地认为“数学活动是数学活动经验的源泉,是数学活动经验的主要来源,是获得数学活动经验的重要途径”.

### 一、什么是“数学活动”

关于“数学活动”,至今还没有一个明确的定义.有研究认为(潘洪建,2013),“数学活动”是指在数学教学过程中,以学生学习兴趣和内在需要为基础,以主动探索、变革、改造对象为特征,以实现学生主体能力综合发展为目的的过程.也有研究认为(邓友祥,2009),“数学活动”是指师生之间、生生之间交往互动与共同发展,具有一定结构和数学特点的思维活动.也有研究认为(屠桂芳,2012),“数学活动”是以数学思想为指导、用数学的方法解决问题从而感悟数学知识、形成数学能力的实践活动.我们通过实践研究认为,“数学活动”不是数学教学活动的简称,也不单指有些教师臆想的“数学活动就是数学操作活动”.本书中所指的“数学活动”是学生在教师的主导下,从问题(或问题情境)出发进行探索所经历的学习活动.数学活动的过程可以用如下的框图(图1)表示:

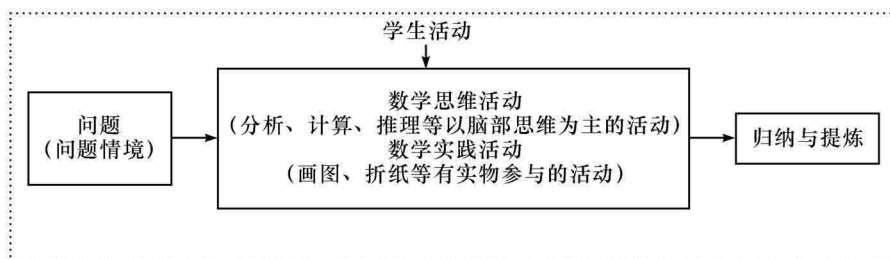


图1 数学活动的过程

图1表明,从数学活动的内容来看,它以问题或问题情境的形式呈现;从数学活动的形式来看,它包括数学思维活动、数学实践活动;从数学活动的过程来看,它应该经历学生活动和师生之间的交流、归纳与提炼的过程。

## 二、数学活动的设计

史宁中教授认为,教学不仅要教给学生知识,更要帮助学生形成智慧.知识的主要载体是书本,智慧则形成于经验的过程中,形成于经历的活动中.因此,我们只有在日常教学中,一以贯之地设计数学活动,才能潜移默化地增长学生的智慧.笔者认为,要设计一个完整的数学活动,就是要设计数学活动的内容、形式及其过程.一般地,问题(问题情境)构成了数学活动的内容,它是数学活动的载体,学生活动是数学活动的核心,数学活动的过程设计是数学活动有效的保障.分别阐述如下:

### 1. 活动内容设计

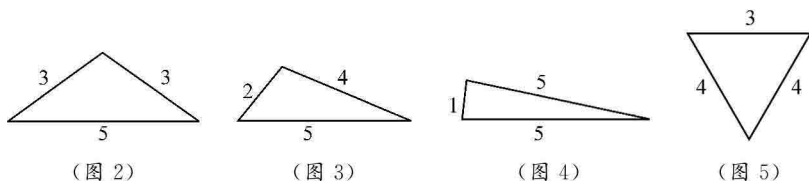
数学活动的内容主要以活动素材引发的问题(或者问题情境)呈现.怎样设计数学活动的问题?数学课程标准修订组核心成员黄翔教授指出,好的数学活动应该满足以下几个条件:该活动是每一个学生都能进行的,能为学生提供良好的学习环境和问题情境;该活动能为学生获得更多的活动经验提供广阔的探索空间;该活动能充分体现数学的本质;该活动能使学生积极参与,充分交流.这里实际上对数学活动的问题设计提出了要求.在具体的教学实践中,我们摸索出了问题设计的三个关键要素,即“本质、简单、开放”.这三个要素是一个数学问题在不同侧面的反映,也是问题设计的策略.问题“本质”,能让学生在参与活动的过程中获得对数学知识的本质认识和深刻理解.问题“简单”,学生就有了参与活动的兴趣和欲望.问题“开放”,才能让不同的学生体现问题解决的水平,也才能让学生在合作交流中获得共同成长.举例如下:



【案例 1】《等腰三角形》的概念学习问题设计

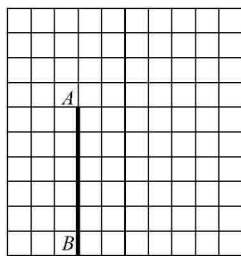
问题: 周长为 11, 且各边长均为整数的三角形有哪些?

【设计说明】怎样导出“有两边相等的三角形是等腰三角形”? 本课摒弃了“从实物模型中抽象出等腰三角形”来导出等腰三角形概念的方法, 而是设计了一个开放的问题, 让学生寻求符合条件的三角形; 由于问题比较简单, 所有学生都能积极参与, 找到 4 个如图 2~图 5 所示的三角形, 然后让学生对 4 个三角形进行分类导出等腰三角形的概念, 突出对等腰三角形概念的本质认识, 体现了从小学到中学认识三角形的不同要求. 在这里之所以选择周长为“11”的三角形, 是因为它是符合分类要求的周长最小的三角形. 同时图 2、图 4、图 5 三个不同视角放置的等腰三角形为等腰三角形相关概念的辨析提供了较好的变式训练.



【案例 2】《平行四边形不稳定性》问题设计

问题: 如图 6, 每个小正方形的边长为 1, 请以  $AB$  为一边, 画出一组邻边和为 11 的平行四边形. (要求平行四边形的顶点在正方形格点上). 这样的平行四边形可以画多少个? 一个平行四边形的四条边长确定时, 它的形状确定了吗? 生活中有哪些实例?



【设计说明】我们知道, 三角形的不稳定性是指“三角形的三条边长大小确定时, 它的形状就完全被确定”, 而平行四边形的不稳定性内涵是“平行四边形的四条边长大小确定时, 它的形状并没有完全确定”. 学生平常虽见惯“伸缩门、遮阳篷、衣架”, 但并不知道它们都是运用了平行四边形不稳定性原理, 当老师以“告知”的方式让学生看现象时, 其实学生并不理解平行四边形不稳定性本质内涵. 该问题先让学生画出四条边长确定的平行四边形, 再让学生思考“一个平行四边形的四条边长确定时, 它的形状确定了吗? 生活中有哪些实例?” 学生在经历画图的过程中发现“四条边长确定的平行四边形不止一个”这样的事实(学生可以在网格中画出如图 7~图 10 的平行四边形, 再发现这样的四边形有无数个), 从而领悟到平行四边形具有不稳定性.