YUEDU SHUXUE

阅读数学

B版

许建萍 著

19讲 微型讲座 实现从知识到能力的飞跃

70%+30% 化难为易 达到从课本到竞赛的延伸

A版/B版 读练结合 成就从学生到学霸的梦想

8 八年级

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

阅 读 数 学 B 版

（八年级）

许建萍　著

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

阅读数学 ：B 版. 八年级 / 许建萍著. —杭州：
浙江大学出版社，2016.9
ISBN 978-7-308-16207-4

Ⅰ.①阅… Ⅱ.①许… Ⅲ.①中学数学课—初中—教
学参考资料 Ⅳ.①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 214740 号

阅读数学 B 版(八年级)
许建萍 著

责任编辑 邹小宁
责任校对 金佩雯 金 蕾 丁佳雯
封面设计 林智广告
出版发行 浙江大学出版社
（杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007）
（网址：http://www.zjupress.com）
排 版 杭州星云光电图文制作有限公司
印 刷 浙江新华印刷技术有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 12.25
字 数 298 千
版 印 次 2016 年 9 月第 1 版 2016 年 9 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-308-16207-4
定 价 28.00 元

浙江大学出版社发行中心联系方式：0571－88925591；http://zjdxcbs.tmall.com

作者的故事

身为初中数学教师的我，常常因繁重的教学工作而疏于对女儿数学学习的引导。直到女儿小学五年级第二学期结束时，她对我说："妈妈，我想不读六年级了，学校六年级的课程差不多已经上完了，我想读初中了。"我才猛然觉得愧对孩子。当时因为要带初三，我担心难以兼顾好学生和女儿，所以就对女儿说："等妈妈带好这届学生，那时你就可以在妈妈班里读初一。"一方面，我能近距离地关心女儿，另一方面，也想在女儿身上做个尝试，让一个在小学阶段没有接受奥数训练的孩子，通过"阅读数学"的方式，能喜欢上数学，至少不把学数学当作一件苦事、难事。

我的"阅读数学"尝试是成功的。女儿不仅真的喜欢上了数学，轻松地完成了高中阶段的学习，而且就读上海财经大学经济学院数量经济专业时，仍然专注于数学，自己组队参加全美建模大赛，负责数学和英语翻译，在没有专门指导教师的情况下获得了二等奖。

我的"阅读数学"尝试是丰收的。我在带女儿的同时也带出了一批喜欢数学的学生，从初一让他们戴着红领巾进初三数学竞赛试场玩数学，到初二有一人获市一等奖，最后在初三获一等奖人数占参赛学生总数的1/4，其中一人以满分获省一等奖。该学生后来以外地生第三名的成绩进入上海中学实验班学习，在他读高二第一学期时参加全国数学联赛，获得上海市第13名(参赛高二学生中第二名)并进入了数学奥林匹克冬令营，在冬令营中获二等奖，最后保送北京大学数学系。还有两人分别以第一名和第三名的成绩考入复旦大学附属中学实验班，一人进入计算机奥林匹克冬令营，保送北京大学计算机系，另一人保送复旦大学。提起这三位学生，还有一个令我记忆深刻的故事。在他们读初二前的暑假里，有位老师拿来了一道因式分解题，虽然这三位学生没有正式学过因式分解，但考虑到在我的辅导班里已经让他们"阅读"过该内容，我也讲过一二，于是电话通知他们试试。结果非常有趣：第一位同学来电话说，他实在想不出思路，请教我方法。第二位同学不久也来电话，告知已经做出，方法与我的不一样。在了解了他的方法后，我告诉他我的方法。阅卷结束后我电话询问第三位同学，他说想继续攻题，到晚上来电话告诉我攻题成功，他的方法与前两种方法都不同，我与他交流了其他两种方法。令我始料未及的是，第一位同学晚上又打来电话询问其他两位同学是否做出，他们的方法是什么？作为老师，我真的很满意这三位同学的学习方式和钻研精神。但现在细想，他们三位的智力水平相当，第一位同学以最少的时间获取三种方法。在高中阶段，该同学作为高二学生入选中国数学奥林匹克冬令营并获二等奖，这与他特别善于吸取他人思想精华的学习

方法不无关系。

“他山之石可以攻玉”，是“阅读数学”的逻辑起点。“熟读唐诗三百首，不会作诗也会吟”，数学学习也一样。一直以来，初中数学让许多学生望而生畏，有的花了大量时间，但学习效果并不理想。“阅读数学”可以让学生喜欢数学。以“阅读数学”的方式教数学，让我一直幸福地教书，我的幸福在于我欣赏并信任我的学生，从来不没收他们参考用书的答案，让他们通过“阅读数学”来快速掌握知识，我则尽可能帮助补充其他方法，或提炼出规律，或帮学生看透难题本质，变竞赛题为课本题，最后我的学生都喜欢数学。作为我的学生，他们会自信地走进竞赛考场，发挥出自己的水平。十多年来，我每天在收集整理解题思路，品味着它们漂亮方法背后的思维方式，现在终于成集，《阅读数学》是开放性思维与创造性思维的融合，我相信这本书会让害怕数学的学生在阅读学长们的好方法后喜欢数学，并以最快的方式欣赏到数学的漂亮，忍不住地动手研究题目，把做数学题目当作玩游戏，健康快乐地成长。我更相信，这本书可以让优秀学生找到知音和乐趣，实现跨越式提升。

有新解题方法的同学，欢迎发邮件至 1286216158@qq.com。再版时会考虑引入你的新方法，一旦引入，你的名字和你的智慧将出现在书中，期待数学思维的碰撞。

目　录

第 1 章　三角形的初步知识 …… (1)

1.1　三角形的边 …… (1)

1.2　三角形的角及角平分线 …… (3)

1.3　全等三角形 …… (9)

第 2 章　特殊三角形 …… (13)

2.1　等腰三角形的性质 …… (13)

2.2　等腰三角形的判定 …… (17)

微型讲座(十八)　等腰三角形的求角度问题 …… (23)

微型讲座(十九)　勾股定理的运用(1)——计算 …… (26)

微型讲座(二十)　勾股定理的运用(2)——数形结合 …… (29)

2.3　直角三角形的判定与性质 …… (31)

微型讲座(二十一)　几何不等式 …… (36)

第 3 章　一元一次不等式 …… (40)

3.1　一元一次不等式的解法 …… (40)

3.2　不等式(组)及运用 …… (44)

第 4 章　一次函数 …… (51)

4.1　平面直角坐标系 …… (51)

4.2　一次函数的解析式 …… (58)

4.3　一次函数与方程(组)、不等式 …… (63)

4.4　一次函数图象的运用 …… (71)

4.5　一次函数的综合运用 …… (76)

4.6　反比例函数图象与性质 …… (81)

第 5 章　二次根式 …… (88)

5.1　实数的概念及性质 …… (88)

5.2　二次根式值域的运用 …… (93)

5.3　二次根式的分母有理化 …………………………………………………… (95)
5.4　“$x+\frac{1}{x}$”在二次根式的运用 ………………………………………… (99)
微型讲座(二十二)　二次根式的化简求值——因式分解的运用(2) ………… (102)
微型讲座(二十三)　复合二次根式的化简 ……………………………………… (104)
微型讲座(二十四)　二次根式的化简求值——配方法(2) …………………… (106)
微型讲座(二十五)　零值(或整体)代入法 ……………………………………… (109)
微型讲座(二十六)　二次根式的化简求值——构造对偶式 ………………… (111)
5.5　二次根式的运算 …………………………………………………………… (113)
微型讲座(二十七)　无理数的性质运用 ………………………………………… (115)
第6章　一元二次方程 …………………………………………………………… (118)
6.1　一元二次方程的解法 ……………………………………………………… (118)
微型讲座(二十八)　求根公式的运用 …………………………………………… (124)
6.2　关于一元二次方程的根 …………………………………………………… (128)
微型讲座(二十九)　判别一元二次方程根的个数与符号 …………………… (132)
微型讲座(三十)　一元二次方程的公共根问题 ………………………………… (138)
微型讲座(三十一)　一元二次方程的整数根与有理根 ……………………… (141)
微型讲座(三十二)　一元二次方程的构造 ……………………………………… (146)
微型讲座(三十三)　不定方程汇总 ……………………………………………… (151)
微型讲座(三十四)　勾股型不定方程欣赏 ……………………………………… (155)
第7章　四边形 …………………………………………………………………… (156)
7.1　正多边形的边、角与对角线 ……………………………………………… (156)
7.2　平行四边形 ………………………………………………………………… (159)
7.3　矩形与菱形 ………………………………………………………………… (164)
7.4　正方形 ……………………………………………………………………… (168)
微型讲座(三十五)　题　串 ……………………………………………………… (173)
7.5　梯　形 ……………………………………………………………………… (178)
微型讲座(三十六)　面积(2) …………………………………………………… (180)
后　记 …………………………………………………………………………… (187)

第1章　三角形的初步知识

1.1　三角形的边

知识窗

三角形的三边相互制约，任意一边大于其余两边之差而小于两边之和.

边与角之间有密切的联系，在同一三角形中大角对大边、大边对大角等.

例题精选

例题1　(2003年河南省竞赛题)周长为30，各边长互不相等且都是整数的三角形共有多少个?

例题2　(第17届江苏省竞赛题)现有长为150厘米的铁丝，要截成$n(n>2)$小段，每段的长为不小于1厘米的整数.如果其中任意3小段都不能拼成三角形，试求n的最大值.

小　结

三角形除了边和角外，还有中线、角平分线、高也是三角形中的重要线段，其中高随着三角形形状的不同，可能在三角内部、边上或外部.涉及高的题目，如果没有图形的，就要考虑

多种情形，有多解的可能.

代数法解几何计算问题的基本思路是通过设元，运用几何知识建立方程(组)、将几何问题转化为代数问题，即通过解方程(组)或解不等式(组)来解决问题.

训练场

1. 三角形的两边长分别为 3 和 5，则周长 l 的取值范围是(　　).

A. $l>6$　　B. $6<l<16$

C. $11<l<17$　　D. $10<l<16$

2. 若三角形的周长为 16，且三边都是整数，那么满足条件的三角形有(　　).

A. 4 个　　B. 5 个

C. 6 个　　D. 7 个

3. 设 a,b,c 分别为三角形的三边长，化简 $|a+b+c|-|a-b-c|-|a-b+c|-|a+b-c|=$(　　).

A. 0　　B. $2a+2b+2c$　　C. $4a$　　D. $2b-2c$

4. 已知△ABC 的周长是 12，三边长分别为 a,b,c，若 b 是最大边，则 b 的取值范围是________.

5. 已知三角形的三边长 a,b,c 都是整数，且 $a\leqslant b<c$，若 $b=7$，则这样的三角形有(　　).

A. 14 个　　B. 28 个　　C. 21 个　　D. 49 个

6. 已知三角形的两边长分别为 2 厘米和 8 厘米，且周长为偶数，则周长＝________.

7. 已知三角形的三条边长均为整数，其中有一条边长是 4，但它不是最短边，这样的三角形共有________个.

8. 不等边△ABC 的两条高长度分别为 4 和 12，若第三条高的长也是整数，试求它的长.

9. 用长度相等的 100 根火柴杆，摆放成一个三角形，使最大边的长度是最小边长度的 3 倍，求满足此条件的每个三角形的各边所用火柴杆的根数.

10.在三边均不相等的三角形中,如果有一条边长等于另外两条边长的平均值,求最大边上的高与最小边上的高的比值 k 的取值范围.

1.2　三角形的角及角平分线

知识窗

三角形的角之间相互有关系:

三个内角和等于 180°;三个外角和等于 360°.

外角等于不相邻的两个内角之和;外角大于任何一个不相邻的内角.

三角形三个角中至少有一个角不小于 60°,同时,三个角中至少有一个角不大于 60°.

四边形可以分为两个三角形,所以四边形内角和等于 360°.

熟悉以下基本图形,并会证明基本结论,如图 1-1 所示.

基本图形①,$\angle A+\angle B=\angle D+\angle C$;$\angle A=\angle D \Leftrightarrow \angle B=\angle C$;基本图形②,$\angle BCD>\angle BED>\angle A$;基本图形③,$\angle BCD=\angle B+\angle A+\angle D$;基本图形④,$\angle ACD=\angle B \Leftrightarrow \angle DCE=\angle A$;基本图形⑤,如果$\angle ABE=\angle DBE$,$\angle DBF=\angle CBF$,则$\angle EBF=90°$.

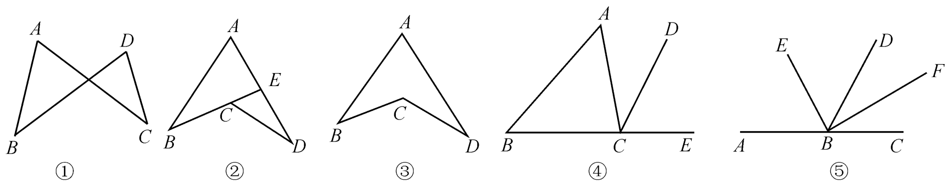

图 1-1

例题精选

例题 1　如图 1-2 所示,BP 平分$\angle ABC$ 交 CD 于 F,DP 平分$\angle ADC$ 交 AB 于 E,AB,CD 相交于 O,DE,BF 的延长线相交于 P.若$\angle A=40°$,$\angle C=36°$,求$\angle P$ 的度数.

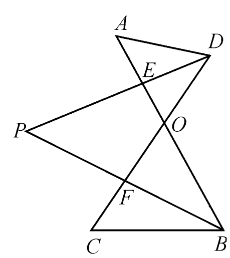

图 1-2

例题 2 如图 1-3 所示，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=70^\circ$，$\angle A=30^\circ$，点D，E分别在AC，AB边上. 将$\triangle ADE$沿直线DE折叠，得$\triangle A'DE$. 若$\triangle A'DE$在四边形$BCDE$内部，折叠后产生$\angle 1$，$\angle 2$两夹角，求$\angle 1+\angle 2$的度数.

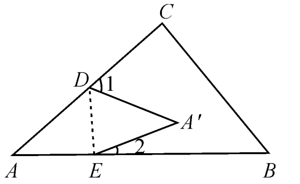

图 1-3

例题 3 如图 1-4 所示，在$\triangle ABC$中，$\angle A=\alpha$，BI，CI分别平分$\angle ABC$，$\angle ACB$，求$\angle BIC$的大小.（用α的代数式表示）

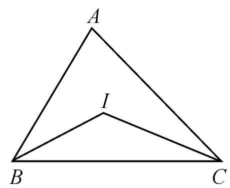

图 1-4

规律 1：三角形两内角平分线的夹角等于 90°加上第三个角的一半，这个角一定是钝角.

系列题 1 如图 1-5 所示，BP，CP分别是$\triangle ABC$的两个外角$\angle DBC$，$\angle ECB$的平分线，此时，$\angle P$与$\angle A$有怎样的关系？

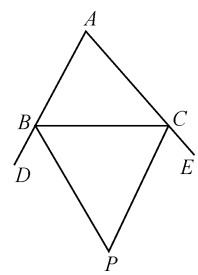

图 1-5

系列题 2 如图 1-6 所示，BI平分$\angle ABC$，CQ是$\angle ACB$的外角的平分线，此时，$\angle Q$与$\angle A$有怎样的关系？

观察到图 1-7 中，作BQ平分$\angle ABC$，有$\angle 1+\angle 2=90^\circ$，即四边形$IBPC$中$\angle IBP$与$\angle ICP$均为直角，由“四边形内角和等于 360°”，得$\angle P+\angle BIC=180^\circ$，即$\angle P=90^\circ-\frac{1}{2}\angle A$.

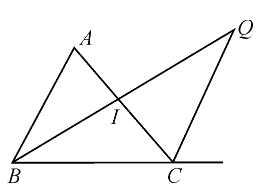

图 1-6

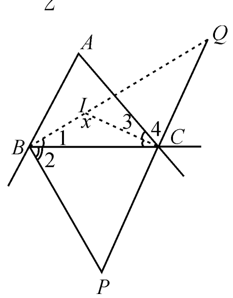

图 1-7

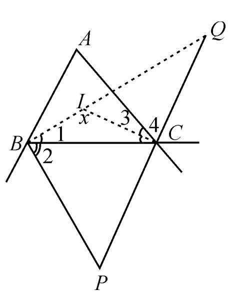

图 1-8

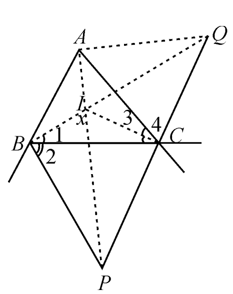

图 1-9

观察到图 1-8 中，有$\angle 3+\angle 4=90°$，即$\triangle ICQ$是直角三角形，由"外角等于不相邻的两个内角"，得$\angle Q+90°=\angle BIC$，即$\angle Q=\frac{1}{2}\angle A$.

规律 2：三角形两外角平分线的夹角等于 90°减去第三个角的一半，这个角一定是锐角.

规律 3：三角形一内角平分线与另一个外角平分线的夹角等于第三个角的一半，这个角也一定是锐角.

可形象地称为一根绳的两只蚂蚱(图 1-9)，三个规律合在一起，那可是一根绳的四只蚂蚱. 我们不妨在点 Q，A，I，P 四点处各画一只蚂蚱，并用一根绳子(可以弯曲)连接，只要已知其中任何一个角就可以求出其他各个角.

小　结

概念是数学的基础与出发点，几何的学习贯彻着丰富的概念，为掌握重要的几何概念，应注意以下几点：

(1)重视概念的图化，即用图来反映出概念，做到图意相通.

(2)图文互译，由图说出概念，由概念的文字叙述画出图，做到会说、会写、会画.

(3)注意概念判定与性质在解题中的双重作用.

(4)求角度问题常常转化为方程组问题，可大胆设你所需的量，有时该量是未知数(最后可以求得的数)，有时该量是参数(中途会自行消失，最后不必知道也永远无法知道的量).

训练场

1. 选择题

(1)如图 1-10 所示，$AC\perp BC$，$CD\perp AB$，能表示三角形的高的线段有(　　)条.

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

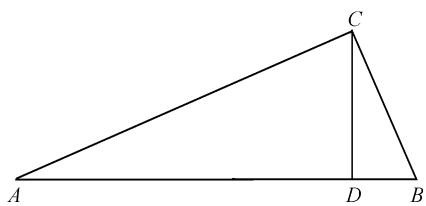

图 1-10

(2)如果三角形的一个外角大于这个三角形的某两个内角的 2 倍，那么这个三角形一定是(　　).

A. 锐角三角形　B. 钝角三角形　C. 直角三角形　D. 直角或钝角三角形

(3)设$\triangle ABC$的内角 A，B，C 满足 $3A>5B$，$3C\leqslant 2B$，则这个三角形是(　　).

A. 锐角三角形　B. 直角三角形　C. 钝角三角形　D. 不能确定

2. 若三角形的一个角是第二个角的$\frac{3}{2}$倍，第三个角比两个角的和大 40°，则这个三角形三个角的度数分别为________.

3. (2003 年河南省竞赛题)若三角形的三个外角的比是 2∶3∶4，则这个三角形的最大内角的度数是________.

4. 如图 1-11 所示，在$\triangle ABC$中，D是BC边上一点，$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$. $\angle BAC=63^{\circ}$，则$\angle DAC$的度数为________.

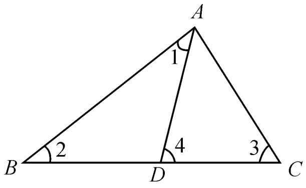

图 1-11

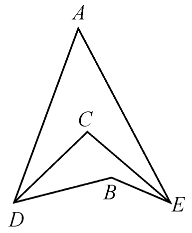

图 1-12

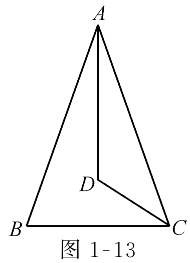

图 1-13

5. 如图 1-12 所示，DC平分$\angle ADB$，EC平分$\angle AEB$，若$\angle DAE=\alpha$，$\angle DBE=\beta$，则$\angle DCE=$________.（用α，β表示）

6. 如图 1-13 所示，已知在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=\angle ACB$，$\angle BAC$和$\angle ACB$的平分线相交于点D，$\angle ADC=130^{\circ}$，则$\angle CAB=$________.

7. 如图 1-14 所示，若$\triangle ABC$的三条内角平分线相交于点I，过I作$DE\perp AI$分别交AB，AC于点D，E，试写出$\angle BIC$与$\angle BDI$之间的数量关系________.

8.（1）如图 1-15 所示，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^{\circ}$，BE平分$\angle ABC$，AF平分外角$\angle BAD$，BE，AF交于点E，则$\angle E=$________.

（2）如图 1-16 所示，$\angle ABD$，$\angle ACD$的角平分线交于点P，若$\angle A=50^{\circ}$，$\angle D=10^{\circ}$，则$\angle P$的度数为________.

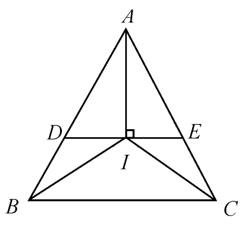

图 1-14

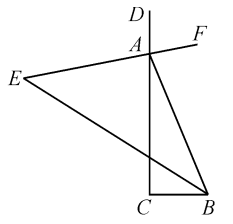

图 1-15

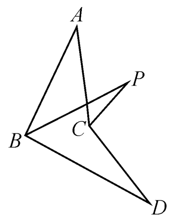

图 1-16

9. 已知$\triangle DEF$是$\triangle ABC$三条外角平分线所在的直线相交构成的三角形，求证：$\triangle DEF$为锐角三角形.

10. 如图 1-17 所示，BE 是 $\angle ABD$ 的平分线. CF 是 $\angle ACD$ 的平分线，BE 与 CF 交于 G. 若 $\angle BDC=140^\circ$，$\angle BGC=110^\circ$，求 $\angle A$ 的大小.

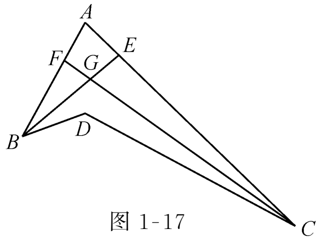

图 1-17

11. 如图 1-18 所示，已知射线 Ox 与射线 Oy 互相垂直，B，A 分别为 Ox，Oy 上一动点，$\angle ABx$，$\angle BAy$ 的平分线交于 C.

问：B，A 在 Ox，Oy 上的运动过程中，$\angle C$ 的度数是否改变？若不改变，求出其值；若改变，说明理由.

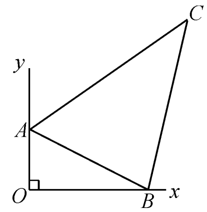

图 1-18

12. 如图 1-19 所示，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=80^\circ$，延长 BC 到 D，$\angle ABC$ 和 $\angle ACD$ 的平分线相交于 A_1 点，$\angle A_1BC$ 和 $\angle A_1CD$ 的平分线相交于 A_2 点，…，以此类推，则 $\angle A_4$ 的大小是多少度？

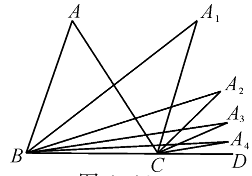

图 1-19

13. 在△ABC中,∠A=30°,点D,E分别在AC,AB边上.将△ADE沿直线DE折叠,得△$A'DE$.

(1)如图1-20所示,△$A'DE$沿直线DE斜向上折叠,求∠1,∠2,∠A的数量关系.

(2)如图1-21所示,△$A'DE$覆盖∠C,∠C=70°,求∠1+∠2的度数.

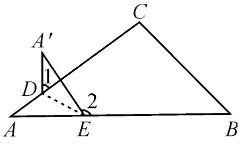

图1-20

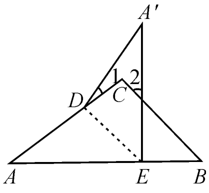

图1-21

14. 解答以下各题:

(1)在Rt△ABC中,∠C=90°,AP,BP分别为两锐角∠BAC,∠ABC的角平分线,求∠APB的大小.

(2)在△CAB中,∠CAB,∠ABC的角平分线相交于点O,且∠AOB=150°,求∠C的大小.

(3)在△ABC中,∠A=80°,∠ABC和∠ACB的平分线相交于I_1点,∠I_1BC和∠I_1CB的平分线相交于I_2点,…,以此类推,求∠I_4的大小.

15. 在△ABC中,∠B=∠C.

(1)①如图1-22所示,如果∠BAD=30°,AD是BC上的高,∠ADE=∠AED,求∠EDC的大小.

②如图1-23所示,如果∠BAD=40°,AD是BC上的高,∠ADE=∠AED,求∠EDC的大小.

③通过以上两题，你发现$\angle BAD$与$\angle EDC$之间有什么关系？请用式子表示.

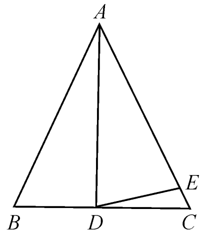

图 1-22

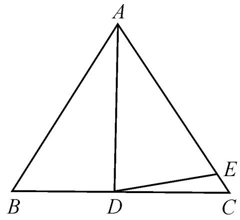

图 1-23

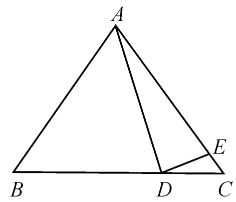

图 1-24

(2)如图 1-24 所示，如果AD不是BC上的高，且$\angle ADE=\angle AED$，则是否仍有上述关系？如有，请写出来并说明理由.

1.3　全等三角形

知识窗

全等三角形是平面几何的基础，是研究特殊三角形、四边形等图形性质的有力工具，是解决与线段、角相关问题的一个出发点，运用全等三角形，可以证明线段相等、线段的和差倍分关系、角相等、两直线位置关系等常见的几何问题.

利用全等三角形证明问题，关键在于从复杂的图形中找到一对基础的三角形. 实质上，这对基础的三角形是由三角形全等判定定理中的一对三角形变位而来，也可能是由几对三角形组成，其间的关系互相传递，应熟悉涉及有公共边、公共角的以下三类基本图形，如图1-25所示.

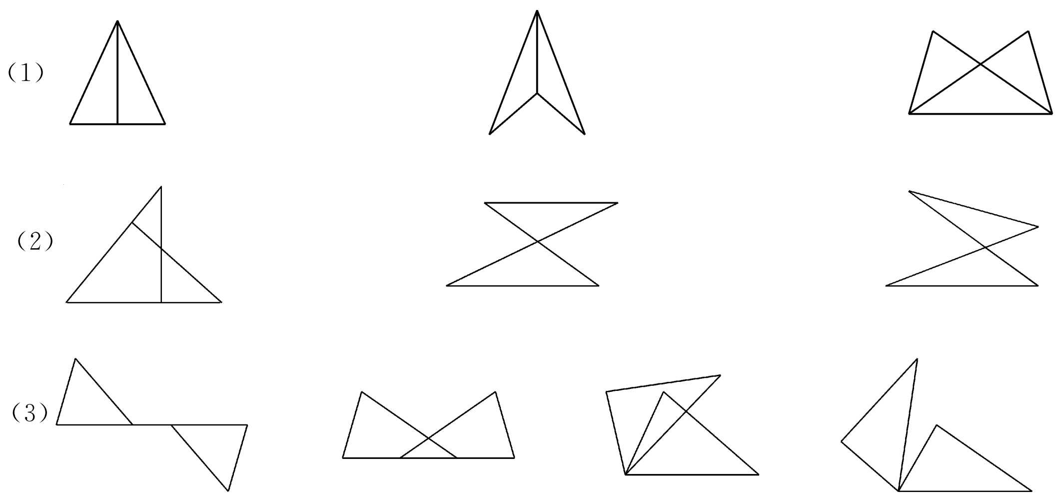

图 1-25

以上第(1)组图形有公共边的特点;第(2)组图形有公共角或对顶角的特点;第(3)组图形有一线四点或一点四线的特点,要把不合格的线段和角相等转化为三角形的边和角.

本节中,利用全等三角形,证明了两个重要的定理:

(1)线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等.

(2)角平分线上的点到角两边的距离相等.

例题精选

例题1 如图1-26所示,BD是$\triangle ABC$的中线,$CE\perp BD$,垂足为E,$AF\perp BD$,交BD的延长线于F,请说明$BE+BF=2BD$的理由.

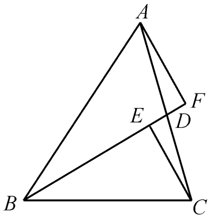

图1-26

例题2 在$\triangle ABC$中,$\angle ACB=90°$,$AC=BC$,直线MN经过点C,且$AD\perp MN$于D,$BE\perp MN$于E.

(1)当直线MN绕点C旋转到图1-27①所示的位置时,求证:$DE=AD+BE$.

(2)当直线MN绕点C旋转到图1-27②所示的位置时,试问DE,AD,BE具有怎样的等量关系?请写出这个等量关系,并加以证明.

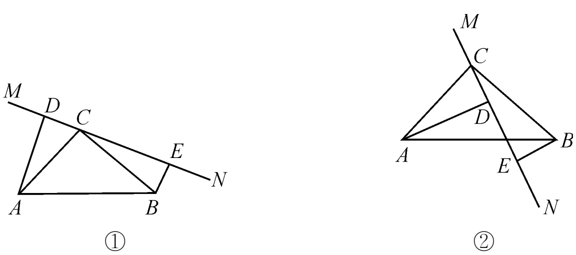

图1-27