

粘弹性力学

NIANTANXING
LIXUE

主 编 / 曾祥国 陈华燕 陈 军
副主编 / 盛 鹰 韩悌信 陈 成



四川大学出版社

粘弹性力学

NIANTANXING
LIXUE

主 编 / 曾祥国 陈华燕 陈 军
副主编 / 盛 鹰 韩悌信 陈 成



四川大学出版社

责任编辑:唐 飞
责任校对:蒋 琦
封面设计:墨创文化
责任印制:王 炜

图书在版编目(CIP)数据

粘弹性力学 / 曾祥国, 陈华燕, 陈军主编. —成都:
四川大学出版社, 2016. 8
ISBN 978-7-5614-9788-3

I. ①粘… II. ①曾… ②陈… ③陈… III. ①粘弹
性介质力学 IV. ①O345

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 192447 号

书名 粘弹性力学

主 编 曾祥国 陈华燕 陈 军
出 版 四川大学出版社
地 址 成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行 四川大学出版社
书 号 ISBN 978-7-5614-9788-3
印 刷 四川永先数码印刷有限公司
成品尺寸 185 mm×260 mm
印 张 10.625
字 数 261 千字
版 次 2016 年 11 月第 1 版
印 次 2016 年 11 月第 1 次印刷
定 价 28.00 元



- ◆ 读者邮购本书, 请与本社发行科联系。
电话: (028)85408408 / (028)85401670 /
(028)85408023 邮政编码: 610065
- ◆ 本社图书如有印装质量问题, 请
寄回出版社调换。
- ◆ 网址: <http://www.scupress.net>

版权所有◆侵权必究

前 言

工程中，人们根据结构或构件受外载荷而发生变形的快慢程度，按应变率大小对结构或构件的变形特点进行分类研究，于是就产生了考虑惯性效应的动态过程（如振动、冲击、爆炸等）和不考虑惯性效应慢变形的蠕变和松弛（粘性）以及准静态过程。准静态过程发生在应变率区间非常窄的范围内，在高温条件下，即使是准静态载荷，金属材料仍然可能发生蠕变（或松弛）。不管是动态过程还是蠕变和松弛的现象，人们都必须考虑材料的应变率相关性。因此，对计及应变率效应的粘弹（塑）性流变材料本构方程和响应特性的研究十分重要，除了在军事、核动力工程、材料工程、管道运输工程、地下工程及生物力学等方面具有重大应用价值外，它对于建立许多近代连续介质力学的概念和方法论也是十分重要的。实际上，近代许多不同的研究方法和思想（例如将内变量理论和不可逆热力学引入变形体力学等）都与粘弹（塑）性等流变介质的研究紧密相连 并由此发展起来。

本书主要以粘弹性体为研究对象。首先讨论各类连续介质在突加载荷、渐变载荷下的响应特性，以便通过比较和归纳更好地掌握流变介质的特性。然后研究机械元件模型的响应特性和微分型本构方程，还特别讨论了松弛时间的物理意义。接着讨论遗传型暗盒模型，从输入及响应函数间的关系阐述材料的遗传和记忆函数特性的概念，进而叙述了 Boltzman 叠加原理。为了拓宽应用范围，介绍了各向异性粘弹性体的本构方程。通过基于热力学相容的机械模型，介绍了含内变量的不可逆热力学方法，得出了连续介质小变温、小变形下力学量与热力学量耦合的本构方程。根据作者近年来承担的科研项目和参加的大量科研活动（包括科研项目评审、博士论文评阅、学术会议等），我们感觉到各种新材料的不断涌现和材料在高温、高压、高速、腐蚀、电磁耦合条件下服役对材料本构关系的研究提出了各种挑战，材料本构关系中参数的决定成为学术界和工程界普遍关心的问题。因此，最后介绍了典型的粘弹（塑）性动态的本构关系和材料参数的敏感性及其优化的研究方法和程序实现，希望这部分工作对于从事动态冲击本构关系研究的相关人员有所帮助。

近 20 年来，与粘弹（塑）性力学学科相关的高级别杂志在力学界和工程界的影响越来越大。在国际上，粘弹（塑）性力学方面的研究非常活跃。在这样的背景下，作为工科力学及相关专业的本科生，掌握粘弹（塑）性力学的基本知识，对其适应当前形势并进一步深造具有十分重要的意义。本教材是为高等工科院校非力学专业的研究生和力学专业高年级学生学习粘弹（塑）性力学基础知识而编写的一本教学用书。根据作者长期讲授粘弹（塑）性力学课程的体会，这门课具有概念密集、公式繁多、理论性

强、初学者难以融会贯通的特点。因此，在本书的编写中，我们在借鉴和吸收国内外优秀教材内容的同时，根据当前本科学生学时少的特点，注意组织与选择符合基本要求并与读者对象相适应的学习内容；在内容的阐述过程中注意讲清基本概念、基本公式和基本解题方法；为了给后续课程打好基础，注意基本公式与控制方程的建立；另外，还注意汲取国内外多部粘弹（塑）性力学教材和专著的优点，尽量达到“基础扎实、概念准确、方法简明、例题典型”的要求。

由于粘弹性力学的公式推导过程将大量使用积分变换等数学知识，为了方便读者使用本书，增设了第2章傅里叶变换与拉普拉斯变换。除此之外，为了加强对材料本构行为受应变率影响的理解和数值模拟的认识，增加了高应变率下钛合金粘性本构关系的数值模拟的内容。一方面，在强动载荷（爆炸和高速冲击载荷）作用下，由于载荷历时时间非常短（一般低于毫秒量级），材料在短时载荷作用下表现出应变率效应（粘性效应）；另一方面，由于强动载荷作用强度高，往往材料还未来得及完成卸载过程，就已经失效破坏了。在这种条件下，粘塑性材料本构模型的数值计算方法与粘弹性材料本构模型的数值计算方法是可以彼此借鉴的。这部分工作是作者所在的研究团队在国防基础科研计划重点基金资助项目（B1520132013）和国家自然科学基金委员会与中国工程物理研究院联合基金（U1430119）的支持下取得的部分研究成果。希望这部分内容对力学及相关专业的本科生、研究生开展毕业论文工作有所帮助。作者对已经离开研究小组的赵师平、刘世品、石宵爽、刘永杰、李济良、许书生、刘卫国、朱文吉等表示衷心的感谢。他们在过去几年的研究作为本书增添了丰富的内容。

由于作者水平有限，缺点在所难免，敬希读者批评指正。

曾祥国 陈华燕 盛 鹰 韩悌信 陈 成

2016年10月于四川大学

目 录

第 1 章 引论	(1)
1.1 粘弹性和粘弹性力学	(1)
1.2 粘弹性行为特征和研究方法	(4)
1.3 聚合物的粘弹性行为	(12)
1.4 研究粘弹性力学的意义	(22)
第 2 章 傅里叶变换与拉普拉斯变换	(24)
2.1 变换概念引入	(24)
2.2 傅里叶积分	(25)
2.3 傅里叶变换与傅里叶逆变换	(30)
2.4 广义函数	(31)
2.5 广义函数的傅里叶变换	(33)
2.6 傅里叶变换的性质	(34)
2.7 傅里叶变换的应用	(42)
2.8 拉普拉斯变换	(43)
第 3 章 粘弹性微分型本构关系	(57)
3.1 基本元件及研究方法	(57)
3.2 Maxwell 流体模型	(58)
3.3 Kelvin 固体模型	(60)
3.4 标准线性固体模型	(62)
3.5 松弛模量和蠕变柔度及三种模型的响应特性	(66)
3.6 广义模型、动态响应和内耗频谱	(69)
第 4 章 粘弹性积分型本构关系	(78)
4.1 遗传积分型本构方程和记忆函数	(78)
4.2 含内变量不可逆热力学方法简介	(88)
4.3 本构方程的增量形式及其实验验证	(98)
第 5 章 钛合金粘性本构关系的建立及其数值模拟	(101)
5.1 概述	(101)
5.2 修正的 Johnson-Cook 模型及材料参数确定方法	(102)
5.3 Ti-6Al-4V 钛合金率相关特性的本构描述算例	(106)
5.4 基于位错机制的钛合金本构关系的目标参数识别概述	(109)

5.5 基于位错机制的钛合金粘塑性本构关系的建立	(110)
5.6 参数敏感度综合分析及多参数识别方法	(113)
5.7 动态本构模型有限元算法	(118)
参考文献	(124)
附录 I: 基本遗传算法原理	(129)
附录 II: 改进遗传算法实现 Johnson-Cook 本构模型参数优化程序	(134)
附录 III: 基于位错机制钛合金本构模型参数敏感度分析程序	(151)
附录 IV: 钛合金自定义材料模型 FORTRAN 语言编写 UMAT	(159)

第 1 章 引论

1.1 粘弹性和粘弹性力学

工科大学生从材料力学课程中开始接触连续介质力学，不可回避地将处理三种不同类型的物理量：应力、应变和位移。由于这三个量很抽象，初学者往往很难深刻理解。

应力描述了作用于物体内部的力，通常被定义为无限小微元的每单位面积上的力或力的分量。然而，板中的弯矩和扭矩、壳中的薄膜力、梁中的弯矩和剪力、轴中的扭矩也都属于这一类型的量，可以称之为广义应力。所以，这些量描述了从微元的一边传到另一边的力或力矩，它们成对出现，大小相等而方向相反。

仅从现象学的观点定义和理解应力是远远不够的。如果仅仅描述率无关的弹塑性介质的力学性能还可以接受。但当处理率相关介质的力学性能时，人们在认可以上观念的同时，还必须从微观的观念出发，引入原子间位置的变化导致内应力，以区分引起应力这个物理量的本质属性。应力和内应力之差是粘性变形的驱动力，内应力的演化能描述蠕变、松弛、动态粘性等非常复杂的变形过程，而这些变形是工程界非常关心的材料在高温、高压、强冲击、爆炸等极端服役条件下的行为。同时，引入内应力的概念使得对材料本构关系的研究达到一个新的高度。

应变描述了局部变形，驱使介质应变的外载因素是多种多样的，例如，在外力不变的情况下，介质的应变称为蠕变应变；当温度改变时，介质产生的应变叫作温度应变；当材料发生相变时导致的应变叫作相变应变；当载荷在循环条件下发生的应变叫作循环应变；等等。在采用数学工具时也是多种多样的，例如，线段增加的长度除以它的原长（正应变）或两线段间夹角的减小（剪应变）。此外还有一些关于应变的更复杂的定义，例如由线段长度平方的变化导出的张量应变，或对数应变。另外，弯曲的梁或板的曲率以及轴向的扭转也属于应变变量，因为它们描述了与外部坐标无关的形状的局部改变。

位移描述了变形过程中点和线段的运动，其参考坐标系取在变形体之外。弹性理论中的 U 、 V 、 W 、梁或板的扰度是线位移；梁微元的转动是角位移。

应力、应变和位移由三种类型的表征自然规律的方程相互联系。

1.1.1 平衡方程或运动方程

平衡方程表征了应力分量及其空间导数之间的关系，它们通常基于无限小体积微元。由于连续介质力学定义的应力没有尺度的概念，因此从宏观连续介质的角度来讲，

平衡方程是建立在物质质点微元上的。具体地说，平衡方程右边可以包含一个加载量。在线性问题中这些方程不包含应变或位移，而在非线性问题中则常常包含应变或位移。在研究变形体动力学问题时，建立平衡方程必须考虑惯性力，这样导致了平衡方程中包含了位移对时间的二阶导数，人们把动态条件下建立的平衡方程称为运动方程，其本质是能描述变形介质的惯性效应。

1.1.2 几何关系或运动学关系

在连续介质力学中，位移表征了物体变形以及运动状态。在研究时间无关的问题时，位移仅仅是空间位置（或者固定时间）的函数，位移对空间（固定时间）求偏导数就能计算应变必定是唯一的、可求的，用位移表示应变的方程称作几何关系或运动学关系。当固定空间位置时，位移对时间求偏导数，就可以获得质点运动的速度、加速度等。

在连续介质理论中，由于协调性（或称无矛盾条件、相容条件）的要求，使得几何关系中的6个应变分量必须满足一定的约束条件，即在几何关系中消除位移量，这组方程就叫协调方程，其本质是任何一个物质质点上只能有一个位移，即位移必须是单值的。几何关系在连续介质力学中占有非常重要的地位，在小变形问题中，一般略去位移对空间的导数的高阶项，从而使问题变得简单；对于大变形问题，必须区分参考构型来定义应变，从而导致几何关系含有非线性项。

1.1.3 本构方程或应力应变关系

本构方程是连续介质力学中最难建立的方程，影响本构关系的因素非常多。人们研究问题的惯用做法是针对不同介质材料的本构关系分别进行研究。因此，人们根据材料本构方程形式的不同，将力学分为理论力学、材料力学、弹性力学、塑性力学、粘弹性力学、粘塑性力学、流体力学等，这样使得讨论问题非常深入清晰。一般来说，质量、动量、能量守恒定律对所有物质都适用，连续介质力学以各种微分方程，如连续方程、运动方程、平衡方程等为主要研究手段。通常，这些方程中的动力学量、运动学量（有时还包括热力学量）都是未知函数，其数目多于体现上述守恒定律的方程的个数。为了求解反映守恒定律的方程组，添加了本构方程，使自变量的数目同总的方程数目相等。所以，本构方程是解决连续介质力学问题中的质量、动量、能量守恒定律的必要补充。客观上存在的流体、固体多种多样，运动的环境也千差万别，为了对问题进行深入的研究，本构方程只能反映介质性质的主要方面，否则将使问题过于复杂。本构方程必须反映介质和运动环境的主要特点，但又要求简单，使所列出的方程便于进行数学计算。材料力学中的广义胡克定律（Hooke's law）是最简单的本构方程，给出了应力表示应变或应变表示应力的6个线性方程组。实际材料显示了各种不同的性质。几种理想化的材料模型被构造出来，用以代表材料性质的不同方面。对于弹性材料，应力与应变之间有着——对应关系。许多材料在一定条件下显示了塑性流动现象，具体表现如下：

- (1) 在达到屈服极限以前，材料是弹性的。
- (2) 屈服之后，在应力不增加的情况下，仍可能产生额外的应变。
- (3) 这个额外的应变是不可恢复的，也就是在应力去掉后，应变仍然保留下来。

(4) 应变对时间的导数不出现在本构方程中。

但是人们又发现,有些材料对应变率非常敏感,表现出粘性性质。这类材料受力后的变形有一个随时间而变化的过程,卸载后的恢复又是一个延迟过程。这类材料的应力不仅与当时的应变有关,而且与应变的全部变化历史有关,这时应力和应变之间的一一对应关系就不存在了,人们把这类材料称为粘弹性材料。高分子材料、复合材料、地质材料、高温下的金属材料都具有粘弹性。粘弹性材料随时间而变化的变形过程,表现出以下四个主要特点。

(1) 蠕变:在载荷不变的条件下,变形会随时间逐渐增加。

(2) 应力松弛:在应变不变的条件下,应力会逐渐减小。

(3) 迟滞:在交变载荷作用下,材料的应变响应滞后于应力,致使在一个加卸载过程中的应力应变曲线形成迟滞回线,迟滞回线下的面积代表一个载荷循环过程的能量损失。

(4) 应变率敏感:在变形体力学中,材料的变形是外载荷作用的后果。当外载荷的加载速率变化时,材料的力学行为往往是不一样的。人们通常用应变率来表征加载速率的快慢程度。材料的应力—应变曲线对不同的应变率是不一样的,这种现象通常称为材料的抗力不同。反映材料力学性能的物理量,如杨氏模量、剪切模量、泊松比等,一般也与应变率有关。这里要注意,不是所有的材料对应变率都是敏感的。准静态条件下的弹塑性力学的应力—应变关系忽略了应变率效应,一般来讲,这是一种假设,是在非常有限的条件下成立的本构规律。在低应变率(蠕变和松弛)和高应变率(爆炸与冲击)条件下,材料的应力—应变关系必须考虑应变率效应。

粘弹性材料是弹性固体和粘性流体的综合体。许多实际材料则展示出介于弹性和粘性极端性质的按某种相对比例组合起来的性质。粘弹性一词来源于模型理论,即这种性质可以用由弹性元件和粘性元件串联或并联所组合而成的某种模型加以描述,如 Maxwell 模型、Kelvin 模型、标准线性模型等。在描述粘弹性材料的性能时,经常会遇到蠕变、松弛、粘性、阻尼、内摩擦、滞弹性等性质,这些性质都可以称为材料的粘弹性。

当前关于弹性固体和粘性流体这两类特定类型的材料已经研究得比较多。弹性固体具有确定的形状,在外力作用下可以变形,并具有新的平衡状态下的形状,当除去外力后,它能完全恢复原来的形状;弹性固体能将形变过程中由于外力做功产生的能量全部储存起来,除去外力以后,又能将储存的能量全部释放,使本身恢复原状。与此相反,粘性液体没有确定的形状,在外力作用下可以发生不可逆的流动。粘弹性则具有介于二者之间的所有性质,这是高聚物的重要特征之一。另外,金属材料(或高温合金)在高温条件下也表现出粘弹性。材料的粘弹性将决定材料的正常工作状态,甚至是材料的服役寿命。

关于粘弹性问题的研究可以分为两个大的方面,即基于现象学的连续介质力学法和基于微观尺度的分子理论法。后者是从分子结构出发推导出整体的粘弹性;而前者则不考虑物体的分子结构,以宏观模型和数学解析的办法描述粘弹性物体的行为。这里讲的粘弹性力学就是属于这种研究体系,简单来说,就是研究粘弹性物体由于受外力作用或温度改变等原因而发生的应力、形变和位移的科学。这两种方法各有优缺点,前者相对

比较简单，但很难及时观察材料在服役过程中内部微结构的演化过程，从而很难从更深层次揭示材料的变形与失效机理；而后者引入的因素太多，内变量的演化过程相当复杂，建立方程时往往比较困难。两种方法的结合代表了当前该领域的一个发展趋势。

材料粘弹性的本构表现主要体现在对时间（或应变率）和温度有强烈的依赖性。一方面，粘弹性体的形变不仅和当时作用的外力大小、时间有关，而且与材料内部的抗力及其演化过程有密切的关系；另一方面，粘弹性体的形变温度和温度历史都有关系。因此，粘弹性可以定义为某些材料在一定温度范围内和一定加载条件下呈现的兼具粘性和弹性效应的特性。粘弹性力学就是要在充分反映材料的粘弹性的前提下，建立应力和应变分量的本构关系（constitutive relations），从而解决粘弹性体的应力和形变分析问题。

1.2 粘弹性行为特征和研究方法

各种材料在外载作用下的响应表现出不同的行为特性。我们先从响应特性的角度来阐述不同介质的性能，通过材料在不同载荷条件下的不同表现，对材料进行科学的分类，揭示材料的粘性和粘弹性特征。

1.2.1 弹性介质（elasticmedia）

在突加应力作用下将产生突加的应变，而在连续变化的应力作用下将产生连续变化的应变。仅从加载作用考虑是不能判断材料是处于弹性状态还是非弹性状态的。如果载荷卸除后，形变可以完全恢复，则将材料定义为弹性材料。根据材料应力和应变之间的函数关系，可以将弹性材料分成线性弹性材料和非线性弹性材料两大类。非线性弹性材料理论上又可分为柯西（Cauchy）弹性材料、超弹性材料和次弹性材料三种。

加载情况：在突加应力 τ 作用下将产生突加的应变，而在连续变化的应力作用下将产生连续变化的应变。

卸载情况：卸载时，应变回复，一般无耗散。但也有弹性体虽然卸载后能几何回复，但仍存在耗散。

弹性介质在应力作用下的响应特性如图 1-1 所示。

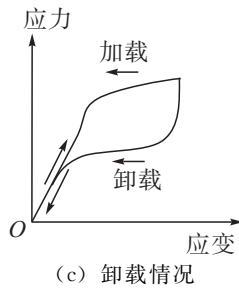
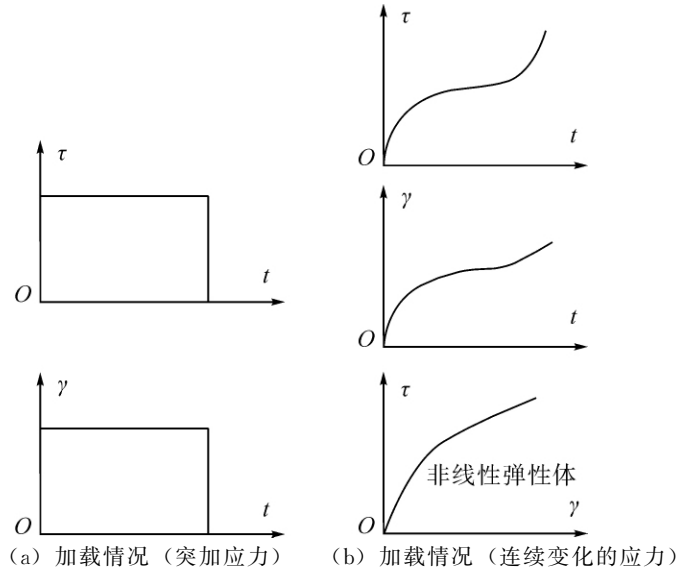


图 1-1 弹性介质在应力加载和卸载作用下的响应特性

(1) 柯西 (Cauchy) 弹性材料: 其本构方程的一般表达式为

$$\sigma_{ij} = F_{ij}(\epsilon_{kl}) \quad (1.1)$$

上式表明应力是应变的函数, 应力-应变关系是可逆的, 与应力路径无关。

材料八面体正应力与八面体正应变、八面体剪应力与八面体剪应变的关系曲线如图 1-2 所示。材料的本构方程为

$$\begin{cases} \sigma_m = K_s \epsilon_{kk} \\ S_{ij} = 2G_s e_{ij} \end{cases} \quad (1.2)$$

式中, K_s 为割线体积变形模量; G_s 为割线剪切变形模量。

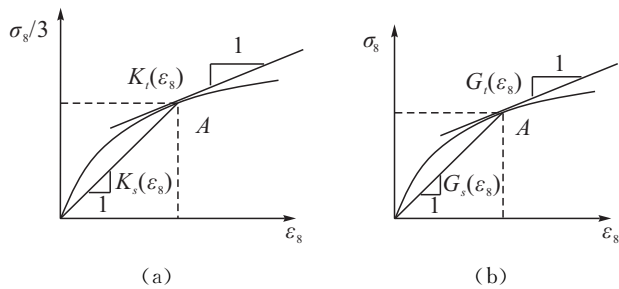


图 1-2 八面体应力与八面体应变的关系曲线

(2) 超弹性材料 (hyperelastic material): 又称 Green 超弹性材料, 它通过材料的应变能函数来建立材料的本构方程。引入的应变能函数 $W(\epsilon_{ij})$ 仅是应变的函数:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon_{ij}} \quad (1.3)$$

(3) 次弹性材料 (hypoelastic material): 次弹性模型用来描述应力状态不仅与应变状态有关, 还与达到该状态的应力路径有关。其本构方程的一般表达式为

$$\dot{\sigma}_{ij} = F_{ij}(\dot{\epsilon}_{kl}, \sigma_{mn}) \quad (1.4)$$

对各向同性材料, 上式可以表示成下列形式:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} = & \alpha_0 \delta_{ij} + \alpha_1 \epsilon_{ij} + \alpha_2 \epsilon_{ik} \epsilon_{kj} + \alpha_3 \sigma_{ij} + \alpha_4 \sigma_{ik} \sigma_{kj} + \\ & \alpha_5 (\dot{\epsilon}_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} \dot{\epsilon}_{kj}) + \alpha_6 (\dot{\epsilon}_{ik} \dot{\epsilon}_{km} \sigma_{mj} + \sigma_{ik} \dot{\epsilon}_{km} \dot{\epsilon}_{mj}) + \alpha_7 (\dot{\epsilon}_{ik} \sigma_{km} \sigma_{mj} + \sigma_{ik} \dot{\sigma}_{km} \dot{\epsilon}_{mj}) + \\ & \alpha_8 (\dot{\epsilon}_{ik} \dot{\epsilon}_{km} \sigma_{mn} \sigma_{nj} + \dot{\epsilon}_{mn} \dot{\epsilon}_{nj} \sigma_{ik} \sigma_{km}) \end{aligned} \quad (1.5)$$

1.2.2 牛顿流体 (Newton fluid) 与非牛顿粘性流体 (non-Newtonian fluid)

加载情况: 突然加载引起突加的应变率以造成连续流动 (图 1-3); 变化的应力造成变化的应变率 ($\dot{\gamma} = k\tau(t)$), 从而使造成应变是应力历史的函数:

$$\gamma = \int_0^t \dot{\gamma} dt = \int_0^t k\tau(t) dt \quad (1.6)$$

这意味着应变值不仅取决于当时的应力值 $\tau(t)$, 而更重要的是取决于应力的历史或路径, 如图 1-3 所示。

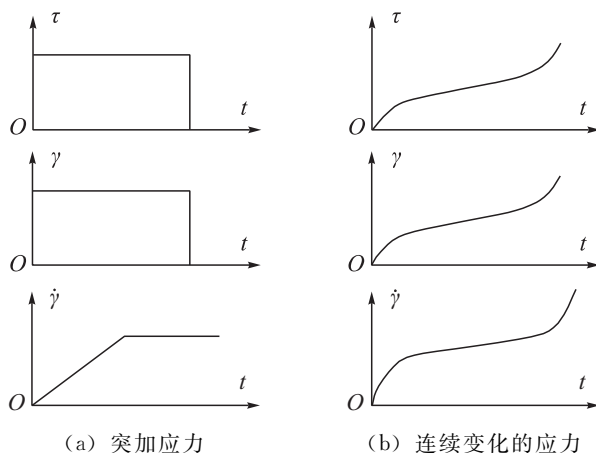


图 1-3 非牛顿粘性流体在应力作用下的响应特性

卸载情况: 卸载时, 牛顿流体既无应变恢复又无热力学恢复, 所供给的能量转化为流体内能以克服内部阻力, 最后转化成热能损失了, 因而是一个不可逆的热力学过程。

非牛顿粘性流体与牛顿流体的最大区别是其粘性系数不再保持常数, 即存在下述关系:

$$\tau = \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (1.7)$$

随 $\mu(\dot{\gamma})$ 的特性不同, 非牛顿粘性流体又分为拟塑性流体 (或触变体), 它的粘性系数 m 随 $\dot{\gamma}$ 增加而减小, 越搅越省力 (如血浆); 胀粘流体 (触稠体), m 随 $\dot{\gamma}$ 加大而加大, 越搅越稠; 刚塑性牛顿流体, 开始时 $\mu(\dot{\gamma})$ 是无穷大, 然后再保持常数, 这就是只有在 $\tau > \tau_c$ 后才会产生切应变 (如泥浆)。

1.2.3 粘弹性介质 (Viscoelasticmedia)

对一般工程问题而言, 构件受到外加载荷的作用, 在单元体上产生应力和应变。单元体上载荷的施加可由应力控制 (或应变控制), 导致的响应为应变响应 (或应力响应)。对于恒定的应力, 材料应变将不断增加而构成蠕变问题; 对于恒定的应变, 材料应力将不断减少而构成应力松弛问题。施加变化的应力, 则造成变化的瞬时应变和瞬时应变率, 从而使应变是应力历史的函数, 如果材料有粘性, 那么应变将滞后于应力而形成滞后现象。总而言之, 粘性是需要时间才能表现出来的。

对于弹性体, 由于应力的突然增加, 导致应变的突然增加, 工程中一般称为瞬时加载; 反之, 应力的突然减小, 将导致应变的突然减小, 工程中一般称为瞬时卸载。这里必须指出: 蠕变或松弛需要较长时间才能表现出来, 而弹性的响应快, 但其也需要时间, 只是弹性体经历的时间相对于蠕变或松弛较短。

对于粘弹性体, 如果突加应力, 则会产生突加的弹性应变并随之产生连续的流动; 施加变化的应力则造成变化的瞬时应变和瞬时应变率, 从而使应变是应力历史的函数, 如图 1-4 所示。卸载后, 弹性应变立即恢复, 并随时间恢复, 但一般不能完全恢复原状, 存在热力学的损耗, 因而是不可逆的过程。

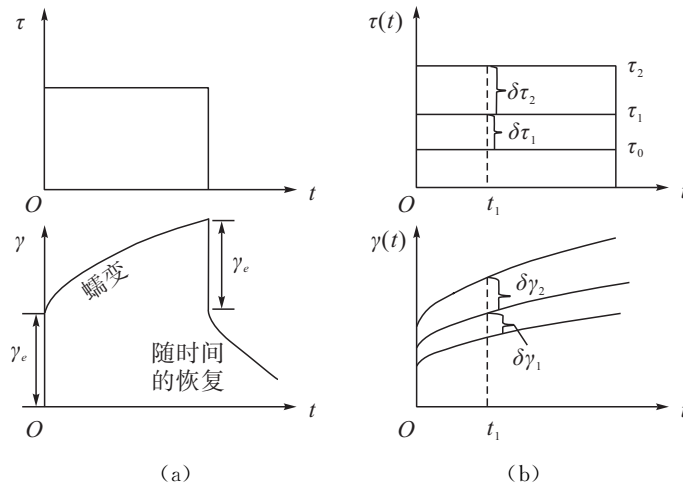


图 1-4 粘弹性介质在应力作用下的响应特性

在工程中应用较广泛的是线性粘弹性体, 它的特点是任一瞬时的载荷与变形之间保持线性关系, 但应力与应变的比值及其模量却随着时间和频率而变化 (但模量与当时的应力和应变值无关)。一般粘弹性体在小变形时常可近似假设为线性粘弹性体。以图 1-4 (b) 为例, 在任一瞬时 t , 下式成立:

$$\frac{\Delta\tau_2}{\Delta\gamma_2} = \frac{\Delta\tau_1}{\Delta\gamma_1} = E(t) \quad (1.8)$$

1.2.4 塑性介质 (plasticmedia)

塑性介质的应力响应与应变率无关，即在不同的应变率作用下，其应力—应变曲线是一样的，这是它与粘弹性体及粘塑性体的根本区别，如图 1—5 (a) 所示。卸载时存在残余变形，其卸载应力—应变曲线与加载应力—应变曲线不重合，应力是应变历史或加载路径的函数，这些构成了它与非线性弹性体的区别，如图 1—5 (b) 所示。

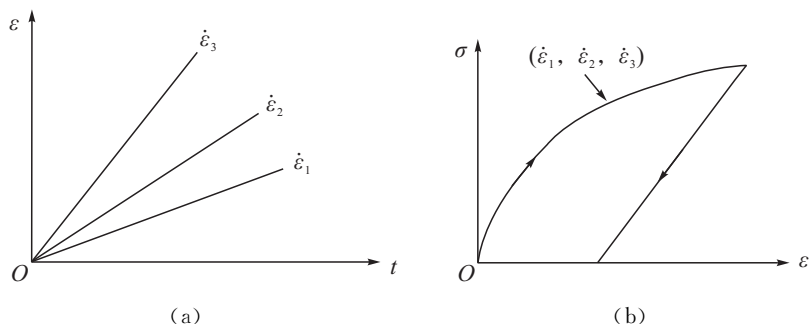


图 1—5 塑性介质在应力作用下的响应特性

1.2.5 粘塑性介质 (viscoplasticmedia)

粘塑性介质的应力响应与应变率相关，卸载时有残余变形，其粘性抗力不再与应变率呈线性关系，基本特性与非牛顿粘性流体很类似，不过一个是固体，一个是流体。

这里顺便指出的是，就粘弹（塑）性固体与牛顿（非牛顿）流体的应力—应变关系而言，虽然存在很多相似之处，但它们的属性却有很大的区别：流体有无穷多种可能的初始构形，而固体则只有一种自然构形；在松弛实验条件下，流体中的应力可以完全松弛而消失，而固体中的应力松弛后趋向稳定以使构件维持平衡；流体中的力学响应一般是各向同性的，而固体则可以是各项异性的。另外，由于用途不同，在工程上对固体与流体提出的分析要求也是根本不同的。通常把用流体方法处理的流变问题归为流变学，而把用固体力学处理的流变问题称为粘塑性或粘弹性力学。

应该指出：流变物质有两个最显著的特点是蠕变和应力松弛。

1.2.6 蠕变 (creep) 与松弛 (relax)

通过观察拉伸载荷下材料的变形规律，发现在温度不变的条件下，许多材料的变形随着时间的增加而缓慢增大，材料的这种现象叫作蠕变。对于大多数金属材料而言，蠕变在室温下通常很小，可以忽略不计；但对于某些金属材料，如铅、铝等，则不能忽略，同样，对于高分子聚合物如有机玻璃、橡胶等也是如此。在高温情况下，所有材料都必须考虑蠕变。另外，材料的机械性能伴随着温度的升高有显著的变化。例如，钢和铁在温度超过 300℃ 时，其弹性模量、屈服极限、强度极限等都有明显下降，并且在同一温度下还受加载速率的影响。于是，金属材料在高温下受载将会产生显著的塑性流

动，以致一定时间后部件破坏。蠕变现象对建筑材料与塑料同样有实际意义。

1.2.6.1 蠕变力学的发展与研究

在“弹性力学”“塑性力学”等课程中，当对构件进行强度分析时，均未涉及加载时间对构件强度的影响。实际上，有许多构件长期在高温下工作，其性质随温度而发生改变，其应力也随温度与时间的双重影响而重新分配。因此，在分析长期处于高温状态下工作的构件强度时，必须考虑蠕变。这一问题在现代工业中显得十分重要，如蒸汽透平、喷气发动机、蒸汽锅炉、石油工业设备及核反应堆的热端部件、化工容器和热工仪表等都存在蠕变问题。

在实际工程中，由于材料的蠕变而破坏机组正常运行的例子数不胜数。例如，蒸汽透平叶片与涡轮机叶片的径向位移超出了叶片与机壳的间隙，蒸汽管道接头部分联结螺栓的松脱，叶片根部因长期蠕变而断裂，等等。1974年6月19日，在美国田纳西州，一台蒸汽涡轮机的一个低压转子在 565°C 下运转，当转速达到 3400 r/min 时发生爆炸，断裂的碎片多达30多片。该转子是由Cr-Mo-V合金钢锻造的，自1957年5月开始运行直到事故发生，此转子经过106000小时，运转83次，热启动105次，冷启动5次超速跳闸。经力学分析并考察破坏机理后，断定转子的破坏是由蠕变与低周疲劳交互作用而引起的。对蠕变问题的研究随着动力机械、化工机械与航空航天技术的发展，显示出日益重要的地位，同时也促进了蠕变力学的形成与发展。

从历史上看，早在18世纪，蠕变现象就已经引起了人们的注意。1883年，法国的维卡特曾对钢索进行了实验，并做了定量分析；1910年，英国物理学家安德雷德(Andrade)发表了对蠕变的基本理论研究成果，并首次提出了蠕变这个名词。随后，蠕变这个专门术语一直沿用至今。随着工业的发展，蠕变的研究大致从两方面着手：一方面是从微观角度出发，研究蠕变机理及冶金因素对蠕变特性的影响，以提高金属的蠕变抗力，致力于高温耐热合金的制造；另一方面是从唯象研究的途径出发，以宏观实验为基础，从观察宏观现象着手，在实验的基础上分析研究所得的实验数据，建立描述蠕变规律的理论，研究构件在蠕变情况下的应力与应变计算方法及其寿命的估计方法。前一方面属于金属物理学的研究范畴，而后一方面属于连续介质力学的研究范畴。

1.2.6.2 蠕变实验和蠕变曲线

材料的蠕变计算以单向应力状态的蠕变实验结果为基础。图1-6为MTS(Material Testing System)高级材料试验机进行静态蠕变和循环蠕变实验的现场照片。

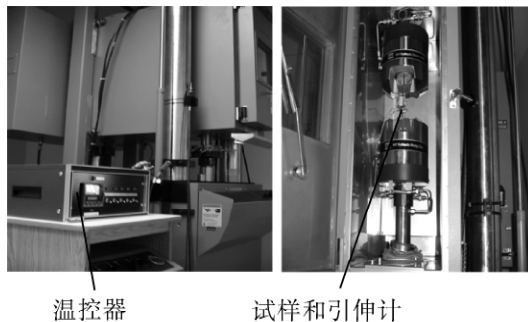


图 1-6 MTS809 材料试验机

材料试验机分为两路控制系统：一路为位移和载荷控制系统，另一路为温度控制系统。将试件放入保温箱的高温炉内，采用力控制加载方式装夹试件。先升温到设定值，控制温度不变，将载荷和引伸计的初值置零，然后加载到设定值，保持载荷，测量（数据采集系统）应变随时间的变化曲线如图 1-7 所示。

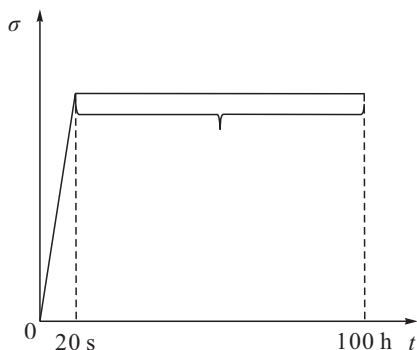


图 1-7 静态蠕变加载方式

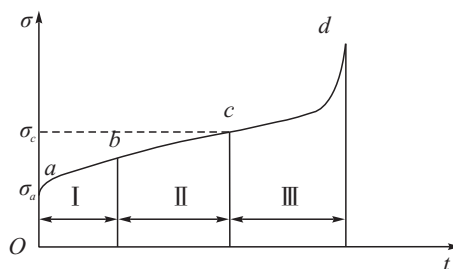


图 1-8 典型的静态蠕变曲线

图 1-8 为典型的静态蠕变曲线。图中， ϵ_a 为瞬态应变， ϵ_c 为蠕变应变。安德雷德描述了蠕变过程，并根据蠕变变形的快慢特征将蠕变分为以下三个阶段。

第一阶段：图 1-8 中的 ab 段，蠕变速率逐渐下降，材料表现出对蠕变的抗力随时间逐渐增强。人们习惯称这一阶段为不稳定蠕变阶段或瞬态蠕变阶段。

第二阶段：图 1-8 中的 bc 段，蠕变曲线近似为一条直线，蠕变速率降到最小值，并很稳定地保持为常数。在这一阶段材料经历的时间较长，设计人员容易把握材料的变形规律。在工程设计中，工程技术人员对这一阶段的性能比较感兴趣。人们习惯称之为第二阶段蠕变或稳态蠕变阶段。

第三阶段：图 1-8 中的 cd 段，蠕变速率急剧上升，材料的蠕变抗力显著降低。这一阶段往往伴随材料内部的空洞损伤、颈缩或微裂纹的发展。人们习惯称之为第三阶段蠕变或破坏阶段。

上述为典型的恒应力作用下的蠕变规律，如果施加的应力比较小，第三阶段蠕变往往开始得比较晚，甚至不出现第三阶段蠕变。相反，如果施加应力较大，蠕变的第二阶段将不会出现，蠕变将直接由第一阶段进入第三阶段。图 1-9 为金属材料在 540℃ 和不同应力下的蠕变曲线。

1.2.6.3 应力松弛实验和应力松弛曲线

粘弹性材料在总应变不变的条件下，由于试样内部的粘性应变（或粘塑性应变）分量随时间不断增长，使回弹应变分量随时间逐渐降低，从而导致变形恢复力（回弹应力）随时间逐渐降低。测定应力松弛曲线是测定松弛模量的实验基础。高温下的紧固零件，其内部的弹性预紧应力随时间衰减，会造成密封泄漏或松脱事故。应力松弛过程也会引起超静定结构中内力随时间重新分布。用振动法消除残余应力就是设法加速应力松弛过程，以便消除材料微结构变形不协调引起的内应力，使流动的粘弹性流体速度呈梯度减小或突然降为零。流体中的应力逐渐降低或消失的过程也称为应力松弛。

假设试件在拉伸载荷作用下的初始应力小于屈服极限，试件的总应变在整个实验过