

我的能量超乎你想象

课堂 点睛

主编 高明俊 加玉杰

一本点睛·点亮一生

数学 | 七年级
»» 下册



四川大学出版社



我的能量超乎你想象

课堂 点睛

主编 高明俊 加玉杰

一本点睛·点亮一生

数学 | 七年级
>> 下册

 四川大学出版社

项目策划：唐 飞
责任编辑：唐 飞
责任校对：蒋 琦
封面设计：湖北梯田文化传播有限公司
责任印制：王 炜

图书在版编目 (CIP) 数据

课堂点睛·数学七年级·下册 / 高明俊, 加玉杰主编. — 成都: 四川大学出版社, 2019.9
ISBN 978-7-5690-3126-3

I. ①课… II. ①高… ②加… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 232836 号

书名 课堂点睛·数学七年级·下册
KETANGDIANJING · SHUXUEQINIANJI · XIACE

主 编	高明俊 加玉杰
出 版	四川大学出版社
地 址	成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行	四川大学出版社
书 号	ISBN 978-7-5690-3126-3
印 刷	随州市育才印务有限公司
成品尺寸	210mm×295mm
印 张	11
字 数	374 千字
版 次	2019 年 11 月第 1 版
印 次	2019 年 11 月第 1 次印刷
定 价	43.80 元

版权所有 ◆ 侵权必究

- ◆ 读者邮购本书, 请与本社发行科联系。
电话: (028)85408408/(028)85401670/
(028)86408023 邮政编码: 610065
- ◆ 本社图书如有印装质量问题, 请寄回出版社调换。
- ◆ 网址: <http://press.scu.edu.cn>



四川大学出版社
微信公众号

C 目 录

CONTENTS

| 经 | 典 | 教 | 辅 |
JINGDIANJIAOFU

第 6 章 实数

- 6.1 平方根、立方根 (1)
 - 6.1.1 平方根 (1)
 - 6.1.2 立方根 (3)
- 6.2 实数 (5)
 - 第 1 课时 实数的概念及分类 (5)
 - 第 2 课时 实数的运算及大小比较 (7)
- 滚动小专题(一) 实数的有关概念及运算 (9)
- 滚动小专题(二) 实数大小比较的几种常用方法 (10)

第 7 章 一元一次不等式与不等式组

- 7.1 不等式及其基本性质 (11)
- 7.2 一元一次不等式 (13)
 - 第 1 课时 一元一次不等式的有关概念 (13)
 - 第 2 课时 去括号解一元一次不等式 (14)
 - 第 3 课时 去分母解一元一次不等式 (15)
 - 第 4 课时 一元一次不等式的应用 (17)
- 7.3 一元一次不等式组 (19)
 - 第 1 课时 解简单的一元一次不等式组 (19)
 - 第 2 课时 解较复杂的不等式组及简单应用 (21)
- 滚动小专题(三) 一元一次不等式(组)解法专练 (23)
- 滚动小专题(四) 含字母参数的一元一次不等式(组)及不等式组的简单应用 (25)
- 7.4 综合与实践 排队问题 (27)

第 8 章 整式乘法与因式分解

- 8.1 幂的运算 (29)
 - 8.1.1 同底数幂的乘法 (29)
 - 8.1.2 幂的乘方 (30)
 - 8.1.3 积的乘方 (31)
 - 8.1.4 同底数幂的除法 (33)
 - 8.1.5 零指数幂与负整数指数幂 (35)
 - 8.1.6 科学记数法 (36)
- 8.2 整式乘法 (37)
 - 8.2.1 单项式与单项式相乘 (37)
 - 第 1 课时 单项式乘以单项式 (37)
 - 第 2 课时 单项式除以单项式 (38)
 - 8.2.2 单项式与多项式相乘 (39)
 - 第 1 课时 单项式乘以多项式 (39)
 - 第 2 课时 多项式除以单项式 (40)
 - 8.2.3 多项式与多项式相乘 (41)
- 8.3 完全平方公式与平方差公式 (43)
 - 第 1 课时 完全平方公式 (43)
 - 第 2 课时 平方差公式 (45)
 - 第 3 课时 乘法公式的灵活运用 (47)
- 滚动小专题(五) 幂的运算性质与整式乘除运算专练 (48)
- 滚动小专题(六) 完全平方公式与平方差公式的专项训练 (49)



8.4	因式分解	(51)
第1课时	提公因式法	(51)
第2课时	公式法	(53)
第3课时	分组分解法	(55)
滚动小专题(七)	因式分解应用专练	(56)
滚动小专题(八)	因式分解训练营	(57)

第9章 分式

9.1	分式及其基本性质	(59)
第1课时	分式及有理式	(59)
第2课时	分式的基本性质	(61)
第3课时	分式的约分及最简分式	(62)
9.2	分式的运算	(63)
第1课时	分式的乘除、乘方	(63)
第2课时	分式的通分及最简公分母	(65)
第3课时	分式的加减	(67)
第4课时	分式的混合运算	(69)
滚动小专题(九)	分式运算中的易错问题专攻	(71)
滚动小专题(十)	分式运算及化简求值专练	(72)
9.3	分式方程	(73)
第1课时	解分式方程	(73)
第2课时	分式方程的应用	(75)
滚动小专题(十一)	分式方程的解法及应用专练	(77)

第10章 相交线、平行线与平移

10.1	相交线	(79)
第1课时	相交线、对顶角	(79)
第2课时	垂线	(81)
10.2	平行线的判定	(83)
第1课时	平行线、同位角、内错角及同旁内角	(83)
第2课时	平行线的判定(1)	(85)
第3课时	平行线的判定(2)、(3)	(87)
10.3	平行线的性质	(89)
第1课时	平行线的性质	(89)
第2课时	平行线的性质的应用	(91)
滚动小专题(十二)	平行线的性质与判定综合运用专练	(93)
10.4	平移	(95)
滚动小专题(十三)	巧用平行线解“拐点”问题	(97)

双休专练(可以单独拆下使用)

双休作业(一)	(6.1~6.2)	(98)
双休作业(二)	(7.1~7.2)	(100)
双休作业(三)	(7.2~7.4)	(102)
双休作业(四)	(8.1~8.2)	(104)
双休作业(五)	(8.2~8.4)	(106)
双休作业(六)	(9.1~9.2)	(108)
双休作业(七)	(9.2~9.3)	(110)
双休作业(八)	(10.1~10.2)	(112)
双休作业(九)	(10.2~10.4)	(114)
第6章综合测试卷		(116)
第7章综合测试卷		(122)
第8章综合测试卷		(128)
期中综合测试卷		(134)
第9章综合测试卷		(140)
第10章综合测试卷		(146)
期末综合测试卷(一)		(152)
期末综合测试卷(二)		(158)
参考答案		(164)





第6章 实数

6.1 平方根、立方根



开方的定义和表示方法



平方根的概念及性质

6.1.1 平方根

名师讲解

名题引路

例1 已知一个数的两个平方根分别为 $2x+1$ 与 $3-x$, 求这个数.

分析: 根据平方根的性质, 若一个数有两个平方根, 则它们互为相反数, 所以 $2x+1$ 与 $3-x$ 互为相反数, 即 $(2x+1)+(3-x)=0$.

解: 根据题意, 可得 $(2x+1)+(3-x)=0$. 解这个方程, 得 $x=-4$. 当 $x=-4$ 时, $2x+1=-7$, $3-x=7$, 即这个数的两个平方根是 -7 和 7 , 所以这个数是 49 .

名师点睛

由平方根的概念可以得到, 一个正数的两个平方根是互为相反数的, 这点在解题过程当中要学会灵活运用. 0 的平方根是 0 , 负数没有平方根.

易错专攻

没有弄清题意, 错解平方根.

例2 ① $\sqrt{625}$ 的平方根是_____; ②若 a 是 $\sqrt{16}$ 的平方根, b 的一个平方根是 2 , 则 $a+b=_____$.

学生解答:



自主预习

——梳理要点

- 一般地, 如果一个数的平方等于 a , 那么这个数叫做 a 的_____, 也叫做_____.
- 一个正数 a 的平方根有_____, 它们互为_____, 0 的平方根是_____, 负数_____平方根. 如果 x 有平方根, 则 x 为_____.
- 正数 a 的正的平方根叫做 a 的_____.
- 求一个数的_____叫做开平方, 它与_____互为逆运算.



随堂过关

——夯实基础

- (黄冈市中考) 9 的平方根是 ()
A. ± 3 B. $\pm \frac{1}{3}$ C. 3 D. -3
- 下列说法中正确的是 ()
A. 25 的平方根是 5 B. 5 是 25 的平方根
C. 9 的平方根是 -3 D. 0 没有平方根
- $\sqrt{64}$ 的值是 ()
A. 4 B. 8 C. -8 D. ± 8
- $(-6)^2$ 的算术平方根是 ()
A. 6 B. -6 C. ± 6 D. 36
- (青海省中考) $\frac{1}{9}$ 的平方根是_____, 4 的算术平方根是_____.
- 平方根等于它本身的数有_____个, 是_____; 算术平方根等于它本身的数有_____个, 是_____.
- 若 $x^2=100$, 则 $x=_____$, 若 $-\frac{2}{3}$ 是 y 的一个平方根, 则 $y=_____$.
- 求下列各数的平方根和算术平方根.
(1) 49 ; (2) $\frac{64}{225}$; (3) 0.0009 ;

- (4) $(-9)^2$; (5) 23 .



巩固强化 —— 提升能力

9. 下列说法:①5是25的算术平方根;② $\frac{5}{6}$ 是 $\frac{25}{36}$ 的一个平方根;③ $(-4)^2$ 的平方根是-4;④0的平方根与算术平方根都是0. 其中正确的有 ()
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
10. (天津市中考)若一个正方体的表面积为 24dm^2 , 则这个正方体的棱长为 ()
A. 1dm B. 2dm C. 3dm D. 6dm
11. (广东省中考)若 $\sqrt{x+2}+(y-3)^2=0$,则 x^y 的值为 ()
A. -8 B. 8 C. 9 D. $\frac{1}{8}$
12. 下列说法正确的有_____. (填序号)
①2的平方根是 $\sqrt{2}$;② $\sqrt{100}$ 的平方根是 ± 10 ;
③若 x 表示有理数,则 $-x^2$ 一定没有平方根;
④ $\sqrt{16}$ 的平方根是 ± 2 .
13. 用计算器计算: $10\sqrt{3}\approx$ _____ (结果精确到0.01).
14. 若 m, n 满足 $(m-1)^2+|n-2|=0$,则 $\frac{n}{m}$ 的算术平方根是_____.
15. 计算下列各式的值.

$$(1) -\sqrt{\frac{81}{121}} - \sqrt{\frac{4}{25}}; \quad (2) -\sqrt{(-8)^2} + \sqrt{25};$$

$$(3) \pm\sqrt{(-8)\times(-2)\times 16}; \quad (4) 10\times\sqrt{10^4}.$$

16. 求下列各式中 x 的值.

$$(1) x^2 - 81 = 0; \quad (2) 25x^2 - 36 = 0.$$

17. (合肥三十八中单元卷)若 a 是 $(-2)^2$ 的平方根, b 是 $\sqrt{16}$ 的算术平方根,求 a^2+2b 的值.



拓展创新 —— 尖子生挑战

18. 小丽想用一块面积为 400cm^2 的正方形纸片,沿着边的方向裁出一块面积为 300cm^2 的长方形纸片,使它的长宽之比为 $3:2$,不知能否裁出,正在发愁,小玲见了说:“别发愁,一定能用一块面积大的纸片裁出一块面积小的纸片.”你同意小玲的说法吗?小丽能用这块纸片裁出符合要求的纸片吗?



6.1.2 立方根



立方根的概念

名师讲解

名题引路

例1 求下列各数的立方根.

(1) 343; (2) 0.729; (3) $-2\frac{10}{27}$.

分析: 将所给的数化为某数的3次方, 即能求解.

解: (1) 因为 $7^3 = 343$, 所以 343 的立方根是 7, 即 $\sqrt[3]{343} = 7$;

(2) 因为 $0.9^3 = 0.729$, 所以 0.729 的立方根是 0.9, 即 $\sqrt[3]{0.729} = 0.9$; (3) 因为

$(-\frac{4}{3})^3 = -\frac{64}{27} = -2\frac{10}{27}$, 所以 $-2\frac{10}{27}$ 的立方根是 $-\frac{4}{3}$, 即

$\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} = -\frac{4}{3}$.

例2 已知 $4x - 37$ 的立方根为 3, 试求 $2x + 4$ 的平方根.

分析: 根据立方根的概念可知 $4x - 37 = 3^3$, 求出 x 的值以后, 再代入 $2x + 4$ 中求出其平方根.

解: 由题意得: $4x - 37 = 3^3 = 27$, 解得 $x = 16$, $2x + 4 = 36$. 所以 $2x + 4$ 的平方根是 ± 6 .

名师点睛

1. 正数的立方根是正数, 负数的立方根是负数, 0 的立方根是 0.
2. 求一个数的立方根, 要先将这个数化为某数的 3 次幂, 如果被开方数是带分数, 要先化成假分数.

易错专攻

没有弄清题意, 错解立方根.

例3 求 $\sqrt[3]{512}$ 的立方根.

学生解答:



自主预习

——梳理要点

1. 如果一个数的立方等于 a , 那么这个数叫做 a 的 _____, 也叫 _____, 记作: _____.
2. 求一个数的 _____ 的运算叫做开立方, 它与 _____ 互为逆运算.
3. (1) 正数的立方根是 _____; (2) 负数的立方根是 _____; (3) 0 的立方根是 _____.



随堂过关

——夯实基础

1. (酒泉市中考) 64 的立方根是 ()
A. 4 B. ± 4 C. 8 D. ± 8
2. 化简 $\sqrt[3]{8} =$ ()
A. ± 2 B. -2 C. 2 D. $\sqrt{2}$
3. 下列说法正确的是 ()
A. 27 的立方根是 ± 3 B. $-\frac{1}{64}$ 的立方根是 $\frac{1}{4}$
C. -0.5 是 -0.125 的立方根 D. -6 的立方根是 ± 216
4. 下列各式不正确的是 ()
A. $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$ B. $\sqrt[3]{64} = 4$
C. $\sqrt[3]{-81} = -\sqrt[3]{81}$ D. $\pm\sqrt[3]{1} = 1$
5. 一个数的立方根是它本身, 则这个数是 _____.
6. 计算: $\sqrt[3]{0.001} =$ _____, $\sqrt[3]{(-10)^3} =$ _____.
7. -27 的立方根与 81 的算术平方根之和是 _____.
8. 求下列各式的值.

(1) $\sqrt[3]{0.027}$; (2) $-\sqrt[3]{-\frac{125}{216}}$;

(3) $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$; (4) $\sqrt[3]{\frac{37}{64}} - 1$.

9. 将一个体积为 0.216 m^3 的大正方体铝块改铸成 8 个一样大的小正方体铝块, 求每个小正方体铝块的表面积.



巩固强化 —— 提升能力

10. 下列说法:①负数没有立方根;②一个数的立方根不是正数就是负数;③一个正数或负数的立方根和这个数同号,0的立方根是0;④如果一个数的立方根是这个数本身,那么这个数必是1或0.其中错误的是 ()

A. ①②③ B. ①②④ C. ②③④ D. ①③④

11. 下列各组数中互为相反数的一组是 ()

A. $\sqrt{2^2}$ 与 $\sqrt{(-2)^2}$ B. $-\sqrt[3]{8}$ 与 $\sqrt[3]{-8}$

C. $\sqrt[3]{27}$ 与 $\sqrt[3]{-27}$ D. $\sqrt[3]{1}$ 与 $\sqrt[3]{(-1)^2}$

12. 下列说法:① ± 3 都是27的立方根;② $\sqrt[3]{y^3}=y$;③ $\sqrt{64}$ 的立方根是2;④ $\sqrt[3]{(\pm 8)^2}=\pm 4$.其中正确的有 ()

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

13. $-\sqrt[3]{-27}=\underline{\hspace{2cm}}$, $-\sqrt{64}$ 的立方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$, $\sqrt[3]{729}$ 的平方根为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 一个数的立方根与它的算术平方根相等,则这个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (常德市中考)计算: $|-2|-\sqrt[3]{8}=\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 用计算器计算: $\sqrt[3]{6}+\sqrt{64}\approx\underline{\hspace{2cm}}$ (结果精确到0.01).

17. 计算:

$$(1) \sqrt[3]{139-71 \times 5}; \quad (2) \sqrt[3]{4+\frac{17}{27}};$$

$$(3) -\sqrt{\frac{169}{512}-1}; \quad (4) \sqrt[3]{-2^3}+\sqrt[3]{3^3}.$$

18. 求下列各式中的 x .

$$(1) 3(x-5)^3 = -375;$$

$$(2) \frac{1}{7}x^3 - (-7)^2 = 0.$$

19. 已知 $\sqrt{a^3+64}+|b^3-27|=0$,求 $(a-b)^b$ 的立方根.

20. (合肥四十五中单元卷)已知 $2x-1$ 的平方根是 ± 6 , $2x+y-1$ 的算术平方根是5,求 $2x-3y-6$ 的立方根.



拓展创新 —— 尖子生挑战

21. 已知一个小正方体的棱长是6 cm,要做一个大正方体,使它的体积是小正方体体积的3倍,求这个大正方体的棱长(结果精确到0.01 cm).



6.2 实数



第1课时 实数的概念及分类

名师讲解

名题引路

例1 下列说法中,错误的有 ()

- ①正数、负数和0统称为有理数;
②无限小数是无理数;
③实数分为正实数和负实数两类;
④无理数都是实数;
⑤任何实数都有平方根.

- A. 2个 B. 3个
C. 4个 D. 5个

分析: 有理数可分为正有理数、负有理数、零,故①错误;无限小数有无限循环小数和无限不循环小数,而无限循环小数是有理数,故②错误;实数分为正实数、负实数和零,故③错误;负数没有平方根,故⑤错误.

解: C

名师点睛

- 对实数进行分类时,不能将两种方法混淆在一起,分类时要注意做到不重不漏.
- 数轴上的点与实数是一一对应的,应清楚有理数也是实数,实数的分类中不能漏掉0,负数没有平方根.

易错专攻

易错误的认为带有根号的数就是无理数.

例2 下列各数:

0.131131113……, $-\sqrt[3]{8}$, 3.14159, $-\pi$, $\sqrt{25}$, $-\frac{1}{7}$. 其中是无理数的个数有 ()

- A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 4个

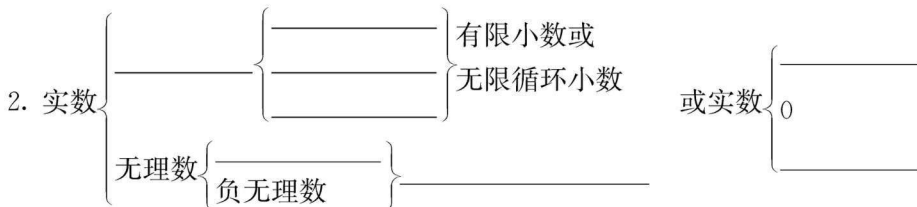
学生解答:



自主预习

——梳理要点

1. 有理数是指 _____, 无理数是指 _____, _____ 和 _____ 统称为实数.



3. 实数与数轴上的点具有 _____ 的关系.



随堂过关

——夯实基础

1. (武汉市中考)在实数 $-\sqrt{3}$, 0, 5, 3中,最小的实数是 ()
A. $-\sqrt{3}$ B. 0 C. 5 D. 3

2. (上海市中考)下列实数中,无理数是 ()
A. 0 B. $\sqrt{2}$ C. -2 D. $\frac{2}{7}$

3. 下列说法正确的是 ()
A. 无限小数是无理数 B. 带根号的数都是无理数
C. 无理数是无限不循环小数 D. 无理数是开不尽方的数

4. 下列说法正确的有 ()
①有理数和无理数统称实数;②无理数都是无限小数;③带根号的数都是无理数;④最小的无理数是 $\sqrt{2}$;⑤ $\frac{\pi}{2}$ 是分数.
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

5. 下列各数: $\frac{3}{7}$, $-\frac{\pi}{3}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{9}$, $-\sqrt[3]{16}$ 中,无理数有 _____ 个.

6. 有下列说法:①带根号的数是无理数;②不带根号的数一定是有理数;③负数没有立方根;④ $-\sqrt{17}$ 是17的平方根,其中正确的是 _____.

7. $0.\dot{7}\dot{5}$ 化成分数为 _____, $\frac{5}{7}$ 化成小数为 _____.

8. 把下列各数分别填入相应的集合内.(只填序号)

① $(-\frac{2}{3})^2$, ② π , ③2.020020002……, ④ $\sqrt{(-6)^2}$, ⑤ $-\sqrt{13}$, ⑥ $-|-3|$,

⑦ $\sqrt[3]{-9}$, ⑧ $\sqrt{7}$, ⑨ $-\sqrt{144}$, ⑩ $0.\dot{2}\dot{1}$.

(1)有理数集合: { _____ };

(2)无理数集合: { _____ };

(3)正实数集合: { _____ };

(4)负实数集合: { _____ }.


巩固强化 —— 提升能力

9. 下列各数化简后,结果是无理数的是 ()

- A. $\sqrt{(-8)^2}$ B. $\sqrt[3]{-27}$
 C. $\sqrt{9}$ D. $\sqrt{12}$

10. 下列结论中正确的是 ()

- A. $\frac{3}{7}$ 是无理数 B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 是分数
 C. $\sqrt[3]{27}$ 是有理数 D. $\sqrt{9}$ 是一个无理数

 11. 在实数:3.14159, $\sqrt[3]{64}$, $4.\dot{2}\dot{1}$, $\pi-3$, 14, $\frac{22}{7}$, 1.010010001 中,
 无理数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

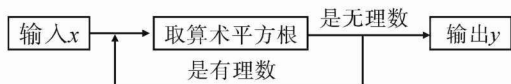
 12. 若 $\sqrt[3]{x+1} = -2$, 则 $(x+1)^3$ 等于 ()

- A. 8 B. ± 8 C. 512 D. -512

 13. (1)(来宾市中考)计算: $(-2)^3 - \sqrt[3]{8}$ 的结果是 _____.

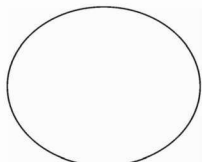
 (2)点 A 在数轴上距原点为 $\sqrt{11}$ 个单位长度,则 A 点表示 _____.

 14. 给出下列命题:①有理数和无理数统称为实数;
 ②整数和分数统称为有理数;③正实数和负实数统称为实数;④有理数与数轴上的点一一对应;
 ⑤实数与数轴上的点一一对应. 请将其中真命题的序号填在横线上 _____.

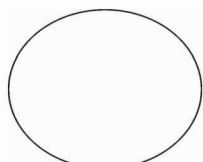
 15. 有一个数值转换器,原理如下,当输入的 x 为 64 时,输出的 y 是 _____.


16. 将下列各数的序号填在相应的集合里.

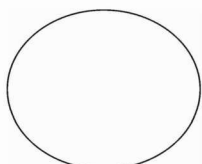
- ①0, ② $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}$, ③3.1415, ④ $\frac{\pi}{5}$,
 ⑤ $-0.35\dot{0}\dot{7}$, ⑥ $-2.3131131113\dots$,
 ⑦ $-\frac{613}{3}$, ⑧ $-\sqrt{8}$, ⑨ $\sqrt{(-4)^2}$, ⑩ $\sqrt{0.9}$.



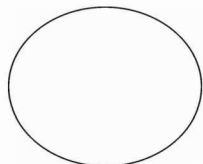
有理数集合



负无理数集合

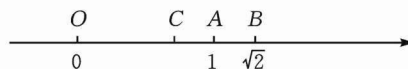


正实数集合



非正实数集合

 17. 已知 $\sqrt{3x-y} + |y-9| = 0$, 试判断 $\sqrt[3]{y}$ 是有理数还是无理数?

 18. 如图,在数轴上表示 1, $\sqrt{2}$ 的点分别是 A, B, 点 C 在 OA 上, 且 $AC=AB$, 试求点 C 所表示的实数.


第 18 题图


拓展创新 —— 尖子生挑战

 19. 设面积为 10π 的圆的半径为 y , 请回答下列问题:

- (1) y 是有理数吗? 请说明你的理由.
 (2)估计 y 的值(结果精确到 0.1), 并用计算器验证你的结论.



第2课时 实数的运算及大小比较

名师讲解

名题引路

例1 计算:(1) $3\sqrt{7}-2\sqrt{7}+4\sqrt{7}$;
(2) $\sqrt{3}\times\sqrt{5}\div\frac{1}{2\sqrt{3}}$.

分析:先注意观察,再求值.

解:(1) $3\sqrt{7}-2\sqrt{7}+4\sqrt{7}=(3-2+4)\sqrt{7}=5\sqrt{7}$;
(2) $\sqrt{3}\times\sqrt{5}\div\frac{1}{2\sqrt{3}}=\sqrt{3}\times\sqrt{5}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times\sqrt{5}=2\times(\sqrt{3})^2\times\sqrt{5}=2\times 3\times\sqrt{5}=6\sqrt{5}$.

例2 比较下列各组数的大小.

(1) $\sqrt{11}$ 与3.3;(2) $\sqrt{5}-1$ 与1.

解:(1)方法一: $\sqrt{11}\approx 3.32$,
 $\sqrt{11}>3.3$;

方法二: $3.3=\sqrt{10.89}$,
 $\sqrt{11}>3.3$.

(2)方法一: $\sqrt{5}-1>\sqrt{4}-1=2-1=1$,
 $\sqrt{5}-1>1$;

方法二: $(\sqrt{5}-1)-1=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$,
 $\sqrt{5}-1>1$;

方法三: $\sqrt{5}-1\approx 2.24-1=1.24>1$,
 $\sqrt{5}-1>1$.

名师点睛

1. 当被开方数与根指数相同时,两个或几个数可以进行合并.

2. 实数的大小比较:①可以根据正数大于0,负数小于0,正数大于负数,两个正数绝对值大的数较大,两个负数绝对值大的数反而小进行比较;②可以取近似值比较;③可以比较被开方数;④可以作差比较等.

易错专攻

没有对绝对值内的数的正负性做出正确判断,导致去绝对值错误.

例3 计算: $|1-\sqrt{2}|+|\sqrt{2}-\frac{\pi}{2}|$.

学生解答:



自主预习

梳理要点

1. 实数和有理数一样,可以进行加、减、乘、_____、_____运算,_____及_____可以进行开平方运算,_____都可以进行开立方运算,而且有理数的_____和_____对于实数仍然适用.
2. 实数大小的比较:在实数范围内,正数_____零,负数_____零,正数_____负数;两个负数,绝对值大的数反而_____.
3. 实数 a 的相反数是_____,绝对值是_____.



随堂过关

夯实基础

1. $-\sqrt{5}$ 是 $\sqrt{5}$ 的 _____ ()
A. 相反数 B. 绝对值 C. 倒数 D. 平方根
2. 在实数 $0, -\sqrt{3}, -\frac{2}{3}, |-2|$ 中,最小的是 _____ ()
A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. 0 D. $|-2|$
3. 下列各组数中互为相反数的一组是 _____ ()
A. $-|-2|$ 与 $\sqrt[3]{-8}$ B. $-\sqrt[3]{2}$ 与 $|\sqrt[3]{-2}|$
C. -4 与 $-\sqrt{(-4)^2}$ D. $-\sqrt{2}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{2}}$
4. (南京市中考)若 $\sqrt{3}<a<\sqrt{10}$,则下列结论中正确的是 _____ ()
A. $1<a<3$ B. $1<a<4$ C. $2<a<3$ D. $2<a<4$
5. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 的相反数是_____, $|1-\sqrt{3}|=_____$.
6. (陕西省中考)在实数 $-5, -\sqrt{3}, 0, \pi, \sqrt{6}$ 中,最大的一个数是_____.
7. 将 $\sqrt[3]{5}, \pi, -4, 0$ 四个数按从小到大排列为_____.
8. 计算:
(1) $3\sqrt{5}-2\sqrt{5}$; (2) $\sqrt{5}-\sqrt{3}+|\sqrt{2}-\sqrt{3}|$;
(3) $\sqrt{2}(\sqrt{2}+2)$; (4) $\sqrt{5}-\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ (精确到0.01).

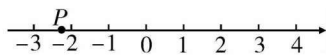


巩固强化 —— 提升能力

9. 下列各组数中,互为相反数的是 ()

- A. -3 和 $\sqrt{3}$ B. $|-3|$ 与 $-\frac{1}{3}$
 C. $|-3|$ 与 $\frac{1}{3}$ D. $|\sqrt{3}|$ 与 $-\sqrt{3}$

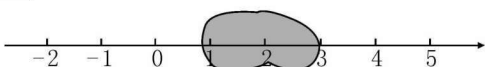
10. (南京市中考)如图,数轴上的点 P 表示的数可能是 ()



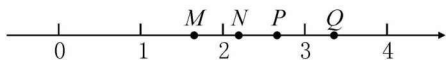
第10题图

- A. $\sqrt{5}$ B. $-\sqrt{5}$ C. -3.8 D. $-\sqrt{10}$
11. (巴彦淖尔中考)四个数 $-2, 0, 2, \sqrt{3}$ 中,最大的数是 ()
 A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 0 D. -2
12. 若 $k-1 < \sqrt{80} < k$ (k 是整数),则 k 等于 ()
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
13. 请写出两个你熟悉的大于 2 且小于 3 的无理数:
 _____.

14. (安庆四中单元卷)若将三个数 $-\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{10}$ 表示在数轴上,其中能被如图所示的墨迹覆盖的数是 _____.



15. (淮安市中考)如图, M, N, P, Q 是数轴上的四个点,这四个点中最适合表示 $\sqrt{7}$ 的点是 _____.



16. 比较下列各组两个数的大小:

- (1) $-\sqrt{7}$ 和 -3 ; (2) 6 和 $\sqrt[3]{215}$;

- (3) 2 和 $\frac{\sqrt{11}+1}{2}$.

17. 计算:

(1) $\sqrt{16} + (-12) \times \frac{1}{2} - (-1)^2$;

(2) $|\sqrt{3}-\sqrt{6}| + |2\sqrt{3}-3\sqrt{5}| - (-3\sqrt{3}+\sqrt{6})$;

(3) $|\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}| - |-\sqrt[3]{3}| + 2\sqrt[3]{2}$.

18. 近似计算(精确到 0.01):

(1) $2\sqrt{3}-3\sqrt{7}+\pi$; (2) $\frac{\sqrt{2}-1}{3}-10\sqrt{5}$.

19. 已知 x, y 是实数,且 $(x+y-1)^2$ 与 $\sqrt{2x-y+4}$ 互为相反数,求 x^2+y^3 的平方根.



拓展创新 —— 尖子生挑战

20. (1) 比较下列各算式的大小:

4^2+3^2 _____ $2 \times 4 \times 3$,

$(-2)^2+1^2$ _____ $2 \times (-2) \times 1$,

$(\sqrt{2})^2+(\frac{1}{\sqrt{2}})^2$ _____ $2 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$,

$(\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2$ _____ $2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$,

.....

(2) 通过观察归纳,用字母表示你发现的规律

_____.



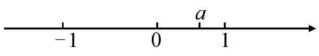
滚动小专题(一)

实数的有关概念及运算

类型 1 平方根、立方根

- $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 ()
 A. ± 4 B. 4 C. ± 2 D. 2
- 下列各式中,正确的是 ()
 A. $\sqrt{(-3)^2} = -3$ B. $-\sqrt{3^2} = -3$
 C. $\sqrt{(\pm 3)^2} = \pm 3$ D. $\sqrt{3^2} = \pm 3$
- 下列说法正确的是 ()
 A. 1 的立方根是 ± 1
 B. $-\frac{1}{81}$ 的立方根是 $-\frac{1}{9}$
 C. $\frac{1}{27}$ 的立方根是 $\frac{1}{3}$
 D. -7 没有立方根
- 若 $m < 0$, 则 m 的立方根是 ()
 A. $\sqrt[3]{m}$ B. $-\sqrt[3]{|m|}$
 C. $-\sqrt[3]{m}$ D. $\sqrt[3]{-m}$
- 已知 x 没有平方根, 且 $|x| = \frac{1}{125}$, 则 x 的立方根为 ()
 A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{25}$ C. $\pm \frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$
- 若 a 是 $(-3)^2$ 的平方根, 则 $\sqrt[3]{a}$ 等于 ()
 A. -3 B. $\sqrt[3]{3}$
 C. $\sqrt[3]{3}$ 或 $-\sqrt[3]{3}$ D. 3 或 -3
- 求下列各式的值.
 (1) $-\sqrt[3]{-0.125}$; (2) $-\sqrt[3]{(-0.001)^3}$;
 (3) $\sqrt{(-3) \times (-27)}$; (4) $\sqrt[3]{-8} - \sqrt{25}$.

类型 2 实数的运算

- (阜阳十五中月考) 估计 $\sqrt{6} + 1$ 的值在 ()
 A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间
 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间
- 已知表示实数 a 的点在数轴上的位置如图所示, 则化简 $|1-a| + \sqrt{a^2}$ 的结果为 ()


第 9 题图

 A. 1 B. -1 C. $1-2a$ D. $2a-1$

- 球的半径是 r cm, 球的体积是 500cm^3 (球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$), 当 π 取整数 3 时, 球的半径 r 是 ()
 A. 3 cm B. 4 cm C. 5 cm D. 6 cm

11. 若 $a^2 = 25$, $|b| = 3$ ($b < 0$), 则 $a+b =$ _____.

12. 计算 $|-5| + \sqrt{16} - 3^3$ 的值是 _____.

13. 计算:

$$(1) -|\sqrt[3]{8}| - \sqrt{(-6)^2} \div \left(\frac{1}{2}\right)^2;$$

$$(2) \sqrt[3]{27} - \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}} \times \sqrt[3]{3};$$

$$(3) \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{5}{2}} \times \sqrt[3]{-\frac{1}{125}} - \sqrt{49} - \sqrt[3]{64};$$

$$(4) 6\sqrt{2\frac{7}{9}} - \frac{2}{3}\sqrt{36} + 10\sqrt{0.04}.$$

- 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, x 是 2 的平方根, 求 $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} - \sqrt{2cd} + x$ 的值.



滚动小专题(二)

实数大小比较的几种常用方法

类型 1 利用数轴比较实数大小

【例 1】 在数轴上作出表示下列各数的点,比较它们的大小,并用“<”连接它们.

$$0, \pi, -\sqrt{2}, \frac{2}{3}, |-1|, \sqrt[3]{8}, \sqrt{4^2}.$$

【解答】

【规律总结】 利用数轴比较实数大小时,首先应找到实数在数轴上对应的位置,再根据“数轴上右边的点所表示的数总是大于左边的点所表示的数”比较大小即可.

【对应训练】

1. 在数轴上表示下列各数,再用“>”把它们连接起来.

$$-3, \frac{1}{2}, -\sqrt{3}, |-4|, \sqrt{9}, \sqrt[3]{-64}.$$

类型 2 利用平方法比较实数大小

【例 2】 比较 3 和 $\sqrt{10}$ 的大小.

【解答】

【规律总结】 比较含有无理数的式子的大小时,先将要比较的两个数分别平方,再根据“在 $a > 0, b > 0$ 时,可由 $a^2 > b^2$ 得到 $a > b$ ”比较大小.也就是说,两个正数比较大小时,如果一个数的平方比另一个数的平方大,则这个数大于另一个数.

【对应训练】

2. 比较 $-\sqrt[3]{26}$ 和 -3 的大小.

类型 3 利用作差法比较实数大小

【例 3】 比较 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 和 $\frac{1}{2}$ 的大小.

【解答】

【规律总结】 对于含有无理数的分数或小数比较大小时,通常用作差法.设 a, b 为任意两个实数,先求出

a 与 b 的差,再根据“当 $a-b < 0$ 时, $a < b$; 当 $a-b = 0$ 时, $a = b$; 当 $a-b > 0$ 时, $a > b$ ”来比较 a 与 b 的大小.

【对应训练】

3. 比较 $1-\sqrt{2}$ 和 $1-\sqrt{3}$ 的大小.

类型 4 利用近似值法比较实数的大小

【例 4】 比较 $-\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{\sqrt{6}}{4}$ 的大小.

【解答】

【规律总结】 在比较两个实数的大小时,如果有计算器,可以先用计算器求出它们的近似值,不过取近似值时,要使它们的精确度相同,再通过比较它们的近似值的大小,从而确定它们的大小.

【对应训练】

4. 比较 π 和 $\frac{\sqrt{39}}{2}$ 的大小.

类型 5 “夹逼”比较法

5. 比较大小.

(1) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 与 $\frac{1}{2}$;

(2) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 $\frac{7}{8}$.



第7章

一元一次不等式与不等式组

7.1 不等式及其基本性质



不等号表示不等式



不等式的概念、解集及基本性质、解法

名师讲解

名题引路

例1 下列式子哪些是不等式?

- ① $-3 < 0$; ② $4x + 3y > 0$;
③ $x = 3$; ④ $x^2 + xy + y^2$;
⑤ $x \neq 5$; ⑥ $x + 2 > y + 3$.

分析:不等式的定义是:用不等号连接的式子是不等式,由此观察分析每一个式子是否符合不等式的定义.

解:①②⑤⑥都是用不等号连接的式子,是不等式,其余的都不是不等式.

例2 利用不等式的基本性质将下列不等式化为“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式:

- (1) $x - 8 > -2$; (2) $-6x < 9$;
(3) $2x > 3 - x$.

分析:本题主要考查用不等式的基本性质来将不等式化为“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式,其目的是说明解不等式步骤的依据,正确理解不等式的基本性质是解题的关键.

解:(1)根据不等式的基本性质1,两边都加上8,不等号方向不变,得 $x > 6$;(2)根据不等式的基本性质3,两边同除以 -6 ,不等号方向改变,得 $x > -\frac{3}{2}$;(3)根据不等式的基本性质1,两边同加上 x ,得 $3x > 3$,根据不等式的基本性质2,两边同除以3,得 $x > 1$.

名师点睛

- 用不等号表示不等关系的式子叫做不等式.
- 运用不等式的性质对不等式进行变形时,要特别注意性质3.在乘(除)以同一个数时,必须先弄清这个数是正数还是负数,如果是负数,要记得不等号的方向一定要改变.

易错专攻

错误理解“不大于”.

例3 列不等式: x 的3倍与5的差不大于3.

学生解答:



自主预习

——梳理要点

- 用_____表示不等关系的式子叫做_____,其中不等号包括_____.
- 不等式的基本性质:
 - 如果 $a > b$,那么 $a \pm c$ _____ $b \pm c$;
 - 如果 $a > b, c > 0$,那么 ac _____ $bc, \frac{a}{c}$ _____ $\frac{b}{c}$;
 - 如果 $a > b, c < 0$,那么 ac _____ $bc, \frac{a}{c}$ _____ $\frac{b}{c}$;
 - 如果 $a > b$,那么 b _____ a ;
 - 如果 $a > b, b > c$,那么 a _____ c .



随堂过关

——夯实基础

- 下列数学表达式中是不等式的是 ()

A. $5x = 4$ B. $2x + 5y$ C. $6 < 2x$ D. 0
- x 的2倍与3的差不大于1,列出不等式是 ()

A. $2x - 3 \leq 1$ B. $2x - 3 \geq 1$ C. $2x - 3 < 1$ D. $2x - 3 > 1$
- 把不等式 $-3x > -6$ 变形为 $x < 2$ 的依据是不等式的 ()

A. 基本性质1 B. 基本性质2 C. 基本性质3 D. 以上都不是
- 下列变形过程正确的是 ()

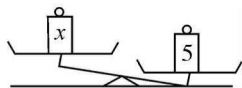
A. $-x < -5$ 的两边都乘以 -1 ,得 $x > 5$
B. $-x \geq -5$ 的两边都除以 -1 ,得 $x \geq 5$
C. $-x \leq -5$ 的两边都乘以 -1 ,得 $x \leq 5$
D. $-x > -5$ 的两边都除以 -1 ,得 $x > 5$
- (株洲市中考)已知实数 a, b 满足 $a + 1 > b + 1$,则下列选项可能错误的是 ()

A. $a > b$ B. $a + 2 > b + 2$ C. $-a < -b$ D. $2a > 3b$
- 用“ $<$ ”或“ $>$ ”号填空:
 - 如果 $a - 1 > b - 1$,那么 a _____ b ;
 - 如果 $3a > 3b$,那么 a _____ b ;
 - 如果 $a < b$ 且 $c > 0$,那么 $ac + c$ _____ $bc + c$;
 - 若 $a > b, c < 0$,则 $(a - b)c$ _____ 0.
- 某种品牌面粉袋上标明质量 40 ± 0.02 kg,其中任意一袋面粉的质量 x (kg)所满足的不等式是_____.
- 用不等式表示下列数量关系:
 - x 的 $\frac{1}{3}$ 比 $x + 5$ 小; (2) x 的绝对值与2的和不小于3;
 - x 的一半与 x 的2倍的差是非负数; (4) x 与4的和的20%不大于-2.



巩固强化 —— 提升能力

9. “ x 不小于 2”用不等式表示为 ()
 A. $x \leq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x < 2$ D. $x > 2$
10. (芜湖九中单元卷)高钙牛奶的包装盒上注明“每 100 克内含钙 ≥ 150 毫克”,它的含义是指 ()
 A. 每 100 克内含钙 150 毫克
 B. 每 100 克内含钙不低于 150 毫克
 C. 每 100 克内含钙高于 150 毫克
 D. 每 100 克内含钙不超过 150 毫克
11. 若由 $x < y$ 可得到 $ax > ay$, 则 a 满足的条件是 ()
 A. $a \geq 0$ B. $a \leq 0$ C. $a > 0$ D. $a < 0$
12. 若 $a > b, c \neq 0$, 则下列关系一定成立的是 ()
 A. $ac > bc$ B. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
 C. $c - a > c - b$ D. $c + a > c + b$
13. 下列说法中正确的是 ()
 A. 若 $a > b$, 则 $a - 1 < b - 1$
 B. 若 $a > b$, 且 $c \neq 0$, 则 $ac > bc$
 C. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$
 D. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$
14. 如图, x 和 5 分别是天平上两边的砝码, 请你用 “ $>$ ” 或 “ $<$ ” 填空: x _____ 5.



第 14 题图

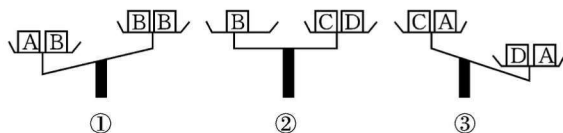
15. 已知 $-a < -b$, 用 “ $<$ ” 或 “ $>$ ” 填空:
 (1) $-a - 2$ _____ $-b - 2$;
 (2) $-3a + 1$ _____ $-3b + 1$;
 (3) $\frac{3}{2}a - 1$ _____ $\frac{3}{2}b - 1$.
16. 若 $a < 0, b < 0$, 且 $a < b$, 则 ab _____ b^2 . (选填 “ $>$ ” “ $<$ ” 或 “ $=$ ”)
17. 根据不等式的基本性质, 把下列不等式化成 “ $x > a$ ” 或 “ $x < a$ ” 的形式:
 (1) $x - 2 < 3$;

(2) $6x > 5x - 1$;

(3) $\frac{3}{4} < 2x - \frac{1}{4}$;

(4) $\frac{2}{3}x - 1 > \frac{5}{3}x + 3$.

18. 若 “ $\square A$ 、 $\square B$ 、 $\square C$ 、 $\square D$ ” 表示四种质量不同的物体, 根据三个天平的平衡关系, 利用不等式的性质推断它们四者之间的关系.



第 18 题图



拓展创新

—— 尖子生挑战

19. 一个两位数, 个位数字为 a , 十位数字为 b , 如果把把这个两位数的个位与十位上的数对调, 得到的两位数大于原来的两位数, 那么 a 与 b 哪个大?