根据新版义务教育课程标准编写

暑假新动向

SHUJIA XINDONGXIANG

《暑假新动向》编写组 编

期末+假期+衔接

数学

七年级

电子科技大学出版社

根据最新版义务教育课程标准编写

暑假新动向

SHUJIA XINDONGXIANG

《暑假新动向》编委会 编

数学

七年级

电子科技大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

暑假新动向．数学．七年级/《暑假新动向》编写组主编．—成都：电子科技大学出版社，2015.4

ISBN 978-7-5647-2931-8

Ⅰ．①暑… Ⅱ．①暑… Ⅲ．①中学数学课—初中—习题集 Ⅳ．①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 070041 号

暑假新动向　数学　七年级

《暑假新动向》编委会　编

出版发行： 电子科技大学出版社
（成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦　邮编：610051）
策划编辑： 杜　倩
责任编辑： 李述娜
主　　页： www.uestcp.com.cn
电子邮箱： uestcp@uestcp.com.cn
印　　刷： 成都翔川印务有限责任公司
成品尺寸： 205mm×280mm
印　　张： 8
字　　数： 200 千字
版　　次： 2015 年 4 月第一版
印　　次： 2015 年 4 月第一次印刷
书　　号： ISBN 978-7-5647-2931-8
定　　价： 25.00 元

第一部分　期末快速复习

相交线与平行线

知识回顾

1. 如果$\angle A$与$\angle B$是对顶角,则其关系是:________________.
   如果$\angle C$与$\angle D$是邻补角,则其关系是:________________.
   如果$\angle\alpha$与$\angle\beta$互为余角,则其关系是________________.
2. 垂直
   (1)定义:________________;
   (2)性质:①过一点________________;
   ②连接直线外一点与直线上各点的所有线段中,________最短.
3. 点到直线的距离是:________________;
   两点间的距离是:________________.
4. 在同一平面内,两条直线的位置关系有________种,它们是________________.
5. 平行公理是指:________________
   推论:如果两条直线都与第三条直线平行,那么这两条直线也________.即:如果$a\parallel b$,$c\parallel b$,那么________.
6. 平行线的判定方法有:
   (1)________________;
   (2)________________;
   (3)________________;
   (4)________________.
7. 平行线的性质有:
   (1)________________;
   (2)________________;
   (3)________________.
   (4)如果一个角的两边分别平行于另一个角的两边,那么这两个角________.
   (5)如果一个角的两边分别垂直于另一个角的两边,那么这两个角________.
8. 命题是指________________.
   每一个命题都可以写成________的形式,“对顶角相等”的题设是________,结论是________.
9. 平移
   (1)定义:把一个图形整体沿着某一________移动________,图形的这种移动,叫做平移变换,简称平移.
   (2)图形的平移方向________是水平的.
   (3)平移后得到的新图形与原图形的________和________完全相同.
   (4)新图形中的每一点与原图形中的对应点的连线段________且________.

温馨提示: 1. 对顶角的概念与对顶角的性质不能混淆:对顶角的概念是确定两角的位置关系,对顶角的性质是确定两角的数量关系.

2. 在同一平面内,两条直线只有两种位置关系,垂直只是相交的特殊情形.

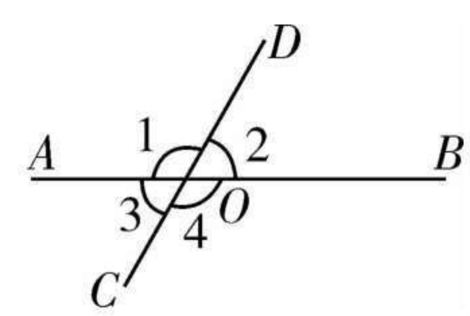
3. 点到直线的距离和点到点的距离都是线段的长度,不是图形本身.

4. 平行线的判定和性质是角的数量关系和两直线位置关系的相互转换(数形结合思想).

典例剖析

题型一:对顶角、邻补角、垂直性质的应用

【例1】 如图,直线AB与CD交于点O,$\angle 1-\angle 2=20°$,求$\angle 1$,$\angle 2$,$\angle 3$,$\angle 4$的度数.



【分析】由图知，$\angle1$，$\angle2$ 互为邻补角，所以 $\angle1+\angle2=180°$，又有 $\angle1-\angle2=20°$，用方程思想易得 $\angle1$，$\angle2$ 的度数，而 $\angle1$ 与 $\angle4$，$\angle2$ 与 $\angle3$ 互为对顶角，由对顶角相等，易得 $\angle3$，$\angle4$ 的度数.

解：因为 $\angle1$，$\angle2$ 互为邻补角，设 $\angle1=x°$，由邻补角的定义，可得 $\angle2=180°-x°$.

又因为 $\angle1-\angle2=20°$，

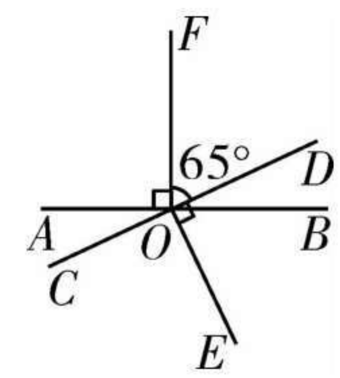
所以 $x-(180-x)=20$，解得 $x=100$.

所以 $\angle1=100°$，$\angle2=80°$.

由对顶角相等，可得

$\angle3=\angle2=80°$，$\angle4=\angle1=100°$.

【例 2】 如图，直线 AB 与 CD 相交于点 O，$OE\perp CD$，$OF\perp AB$，$\angle DOF=65°$，求 $\angle BOE$ 和 $\angle AOC$ 的度数.



【分析】要求 $\angle BOE$ 和 $\angle AOC$ 的度数，可以先求得 $\angle BOD$ 的度数.

解：$\because OF\perp AB$，$OE\perp CD$（已知），

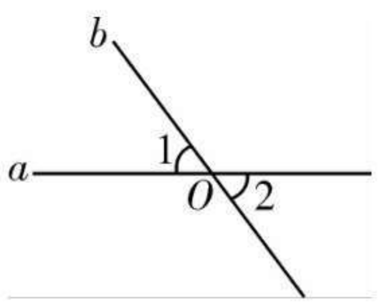
$\therefore \angle BOF=\angle DOE=90°$（垂直定义）.

$\therefore \angle BOD=\angle BOF-\angle DOF=90°-65°=25°$.

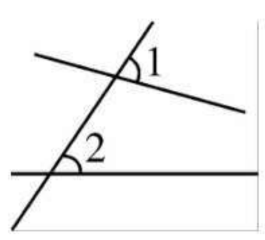
$\therefore \angle AOC=\angle BOD=25°$.

$\therefore \angle BOE=\angle DOE-\angle BOD=90°-25°=65°$.

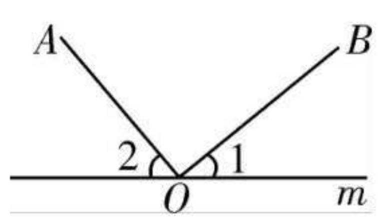
【练习】 **1.**［2014·钦州］如图，直线 a、b 相交于点 O，$\angle1=50°$，则 $\angle2=$________.



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

2.［2014·漳州］如图，$\angle1$ 与 $\angle2$ 是　（　　）

A. 对顶角　　B. 同位角

C. 内错角　　D. 同旁内角

3. 如图，点 O 是直线 m 上一点，当 $\angle1$ 和 $\angle2$ 满足____________时，能使 $OA\perp OB$.

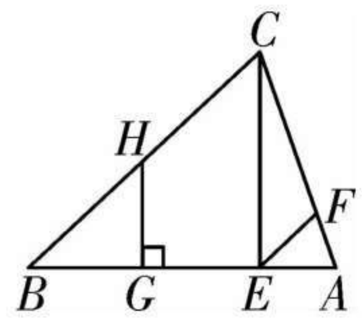
4. 点 P 是直线 m 外一点，点 A、B、C 是直线 m 上三点，$PA=4$ cm，$PB=5$ cm，$PC=2$ cm，则点 P 到直线 m 的距离是　（　　）

A. 4 cm　　B. 2 cm

C. 小于 2 cm　　D. 不大于 2 cm

题型二：平行线的判定和性质的应用

【例 3】 已知，如图，$\angle AEF=\angle B$，$\angle FEC=\angle GHB$，$HG\perp AB$ 于 G，求证：$CE\perp AB$.



【分析】要证明 $CE\perp AB$，需要证明 $GH\parallel CE$ 即可.

证明：$\because \angle AEF=\angle B$（已知），

$\therefore BC\parallel EF$（同位角相等，两直线平行），

$\therefore \angle BCE=\angle CEF$（两直线平行，内错角相等）.

$\because \angle FEC=\angle GHB$（已知），

$\therefore \angle BCE=\angle GHB$（等量代换）.

$\therefore GH\parallel CE$（同位角相等，两直线平行）.

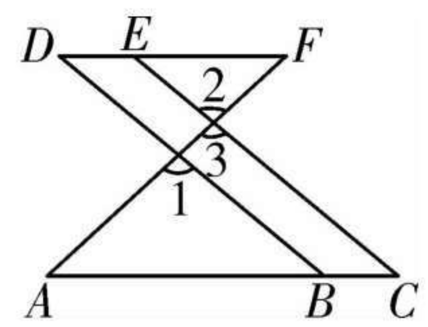
$\therefore \angle AEC=\angle AGH$（两直线平行，同位角相等）.

又 $\because GH\perp AB$（已知），

$\therefore \angle AEC=\angle AGH=90°$（垂直定义）.

$\therefore CE\perp AB$（垂直定义）.

【例 4】 如图所示，点 B、E 分别在 AC、DF 上，BD、CE 均与 AF 相交，$\angle1=\angle2$，$\angle C=\angle D$，求证：$\angle A=\angle F$.



【分析】因为 $\angle A$，$\angle F$ 是一对内错角，要说明 $\angle A=\angle F$，只需说明 $AC\parallel DF$，从而需要说明 $\angle ABD=\angle D$ 或 $\angle C=\angle CEF$，由已知条件易得 $BD\parallel EC$，从而得证.

证明：$\because \angle1=\angle2$（已知），

$\angle2=\angle3$（对顶角相等），

$\therefore \angle1=\angle3$（等量代换）.

$\therefore BD\parallel CE$（同位角相等，两直线平行）.

$\therefore \angle C=\angle ABD$（两直线平行，同位角相等）.

又 $\because \angle C=\angle D$（已知），

$\therefore \angle D=\angle ABD$（等量代换）.

$\therefore AB\parallel EF$（内错角相等，两直线平行）.

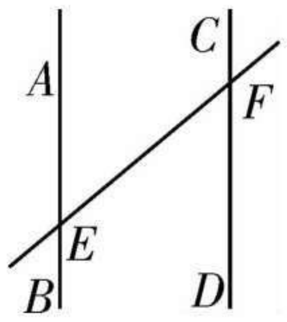
$\therefore \angle A=\angle F$（两直线平行，内错角相等）.

【点悟】此题比较复杂，涉及的角较多，解题时要细心一点.

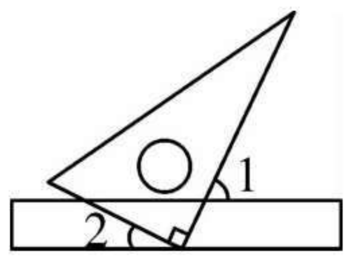
【练习】5. [2014·重庆]如图，直线 $AB/\!/CD$，直线 EF 分别交 AB、CD 于点 E、F，若 $\angle AEF=50^\circ$，则 $\angle EFC$ 的大小是（　　）

A. 40°　　B. 50°

C. 120°　　D. 130°



第 5 题图



第 6 题图

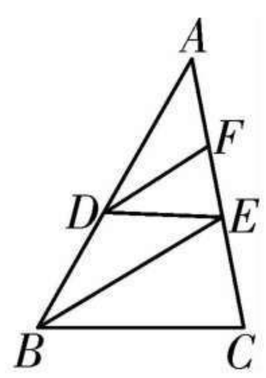
6. [2014·吉林]如图，将三角板的直角顶点放在直尺的一边上，若 $\angle 1=65^\circ$，则 $\angle 2$ 的度数为（　　）

A. 10°　　B. 15°

C. 20°　　D. 25°

7. 命题“同旁内角互补”的题设是________________________________，结论是________________________________，这个命题是________命题(填“真”或“假”)

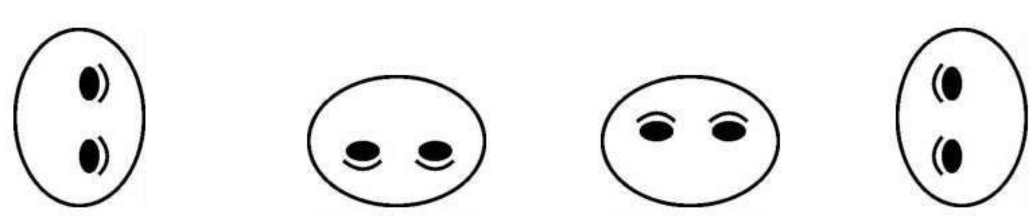
8. 如图，已知 $DE/\!/BC$，DF、BE 分别平分 $\angle ADE$ 和 $\angle ABC$. 试说明 $\angle FDE=\angle DEB$.



题型三：平移

【例 5】观察下面图案，在 A、B、C、D 四幅图案中，能通过该图案 1 平移得到的是（　　）

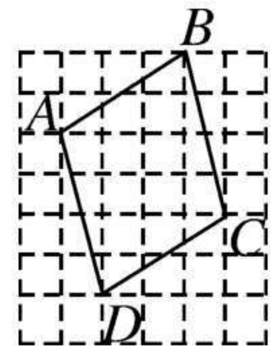

图 1



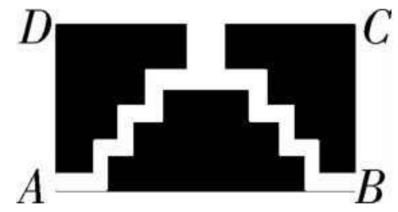
A　　B　　C　　D

【答案】C

【练习】9. 如图，线段 BC 是线段 AD 经过向右平移 3 格，再向上平移________格得到的.



第 9 题图



第 10 题图

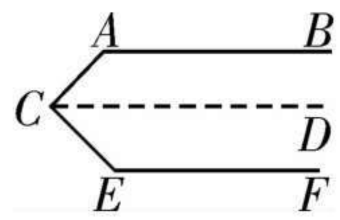
10. 如图是一块长方形 $ABCD$ 的场地，长 $AB=102$ m，宽 $AD=51$ m，从 A、B 两处入口的中路宽都为 1 m，两小路汇合处路宽为 2 m，其余部分种植草坪，则草坪面积为（　　）

A. 5 050 m^2　　B. 4 900 m^2

C. 5 000 m^2　　D. 4 998 m^2

拓展提高

【例 6】如图，$AB/\!/EF$，AC，CE 交于点 C，求 $\angle BAC+\angle ACE+\angle CEF$ 的度数.



【分析】虽然 $AB/\!/EF$，但并没有可用的同位角、内错角、同旁内角，因此过点 C 作 $CD/\!/AB$，构造出同旁内角.

解：过点 C 作 $CD/\!/AB$.

$\therefore \angle BAC+\angle ACD=180^\circ$(两直线平行，同旁内角互补).

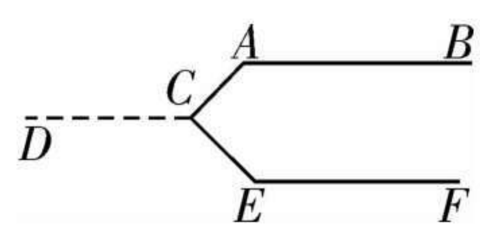
又 $\because AB/\!/EF$(已知).

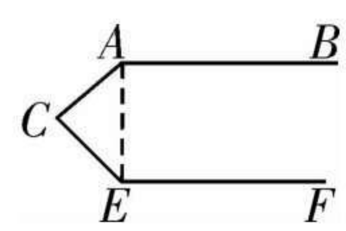
$\therefore CD/\!/EF$(平行于同一直线的两直线平行).

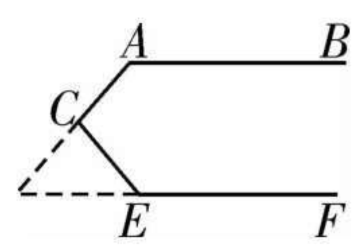
$\therefore \angle CEF+\angle DCE=180^\circ$(两直线平行，同旁内角互补).

$\therefore \angle BAC+\angle ACE+\angle CEF=\angle BAC+\angle ACD+\angle CEF+\angle DCE=360^\circ$.

其他添加辅助线的方法：



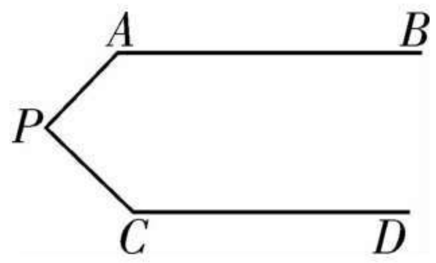




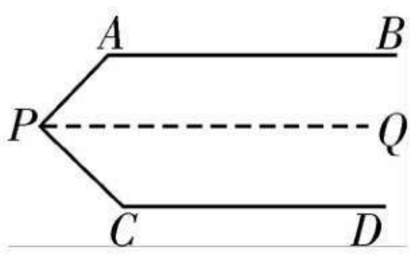
……

【点悟】解决这类问题一般思路是构造出“三线八角”，方法多种多样，但其中过“拐点”作平行线，构造出一组平行线，是解决这类问题的通式通法。

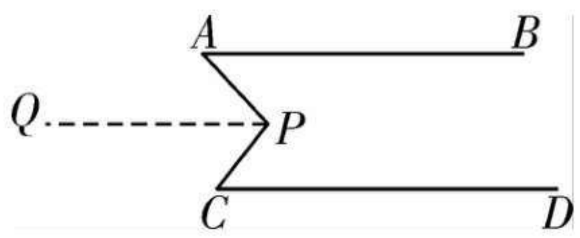
【例 7】 已知,如图,AB,CD 是两根钉在木板上的平行木条($AB/\!/CD$),将一根橡皮筋固定在 A,C 两点,点 P 是橡皮筋上一点,拽动 P 点将橡皮筋拉紧后,请你探索$\angle APC$,$\angle PAB$,$\angle PCD$ 之间有怎样的关系?并说明理由.



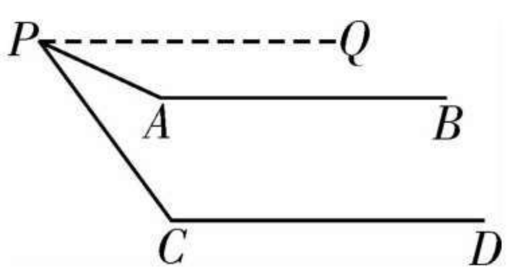
【分析】 这是一道结论开放的探究性问题,由于点 P 的位置的不确定性,可以对点 P 不同位置分类讨论(如夹在 AB、CD 之间或之外、内折或外折等),这是解本例的关键.



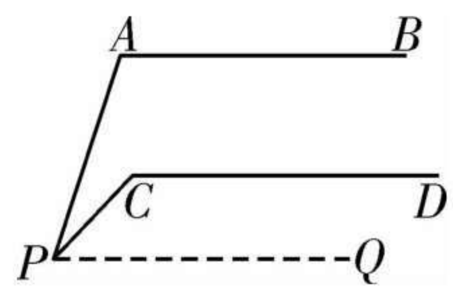
(1)



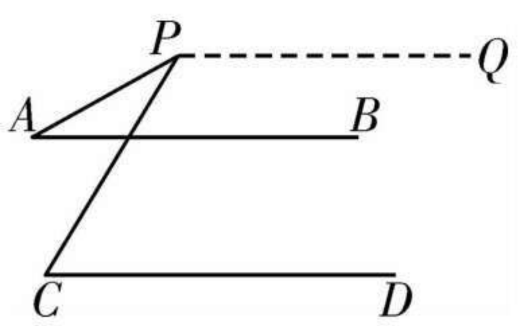
(2)



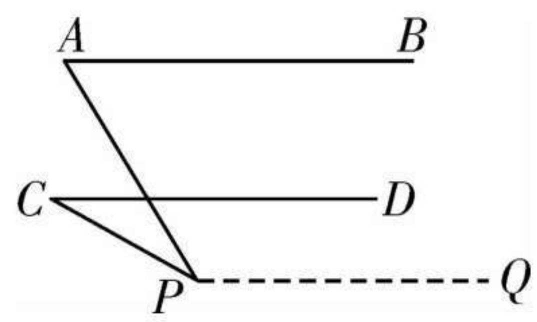
(3)



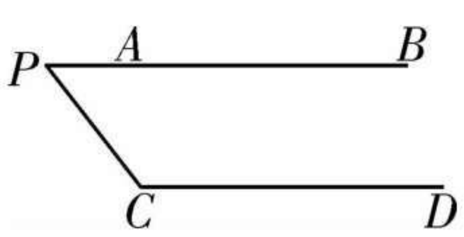
(4)



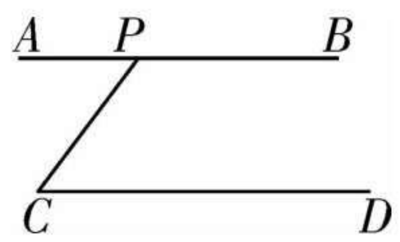
(5)



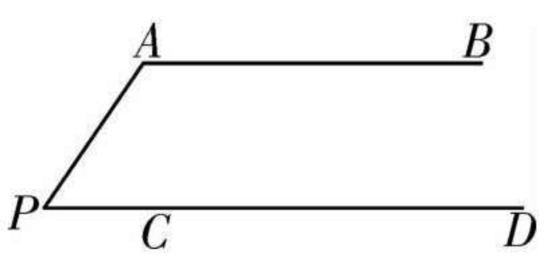
(6)



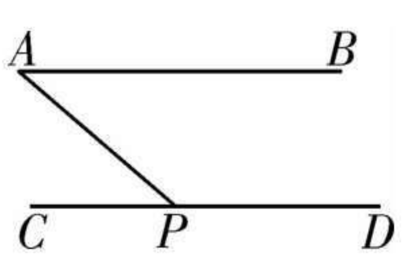
(7)



(8)



(9)



(10)

解:(1)如图(1),点 P 在夹 AB、CD 之间且外折,
$\angle PAB+\angle PCD+\angle APC=360^\circ$.

(2)如图 2,点 P 夹在 AB、CD 之间且内折,
$\angle PAB+\angle PCD=\angle APC$.

(3)如图 3,点 P 在 AB 上方且外折,
$\angle PAB=\angle PCD+\angle APC$.

(4)如图 4,点 P 在 CD 下方且外折,
$\angle PCD=\angle PAB+\angle APC$.

(5)如图 5,点 P 在 AB 上方且内折,
$\angle PCD=\angle PAB+\angle APC$.

(6)如图 6,点 P 在 CD 下方且内折,
$\angle PAB=\angle PCD+\angle APC$.

(7)如图 7,点 P 在直线 AB 上且外折,
$\angle PCD+\angle APC=\angle PAB=180\ ^\circ$.

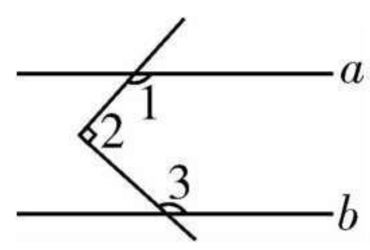
(8)如图 8,点 P 在直线 AB 上且内折,
$\angle PCD=\angle APC$,$\angle PAB=0^\circ$.

(9)如图 9,点 P 在直线 CD 上且外折,
$\angle PAB+\angle APC=\angle PCD=180^\circ$.

(10)如图 10,点 P 在直线 CD 上且内折,
$\angle PAB=\angle APC$,$\angle PCD=0^\circ$.

理由略.

【练习】11. [2014·张家界] 如图,已知直线 $a/\!/b$,$\angle 1=130^\circ$,$\angle 2=90^\circ$,则$\angle 3=$　　(　　)

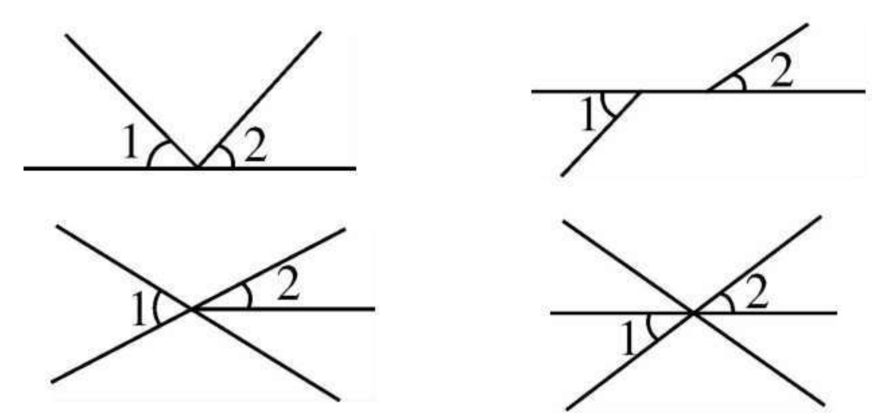


A. 70°　　B. 100°
C. 140°　　D. 170°

课后作业

[基础训练]

1. 下面四个图形中,$\angle 1$ 与$\angle 2$ 是对顶角的图形的个数是　　(　　)



A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

2. 下列三个命题:①同位角相等,两直线平行;②两点之间,线段最短;③过两点有且只有一条直线. 其中真命题有　　(　　)

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

3. [2014·嘉兴] 如图,$AB/\!/CD$,EF 分别交 AB,CD 于点 E,F,$\angle 1=50^\circ$,则$\angle 2$ 的度数为　　(　　)

A. 50°　　B. 120°

C. 130°　　D. 150°

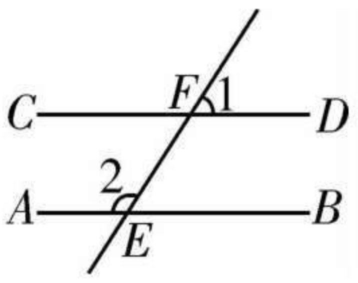
4. [2014·滨州] 如图,是我们学过的用直尺画平行线的方法示意图,画图原理是　　(　　)

A. 同位角相等,两直线平行

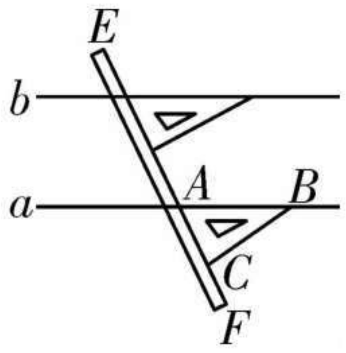
B. 内错角相等,两直线平行

C. 两直线平行,同位角相等

D. 两直线平行,内错角相等



第 3 题图



第 4 题图

5. [2014·荆州] 如图, $AB\parallel ED$, AG 平分 $\angle BAC$, $\angle ECF=70^\circ$,则 $\angle FAG$ 的度数是　　(　　)

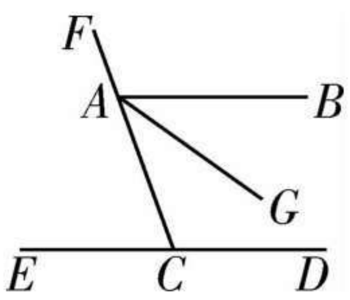
A. 155°　　B. 145°

C. 110°　　D. 35°

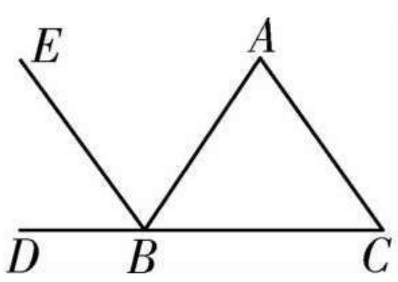
6. [2014·汕尾] 如图,能判定 $EB\parallel AC$ 的条件是　　(　　)

A. $\angle C=\angle ABE$　　B. $\angle A=\angle DBE$

C. $\angle C=\angle ABC$　　D. $\angle A=\angle ABE$



第 5 题图



第 6 题图

7. 同一平面内的四条直线满足 $a\perp b, b\perp c, c\perp d$,则下列式子成立的是　　(　　)

A. $a\parallel b$　　B. $b\perp d$

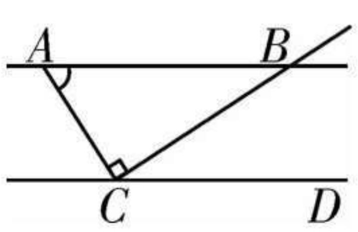
C. $a\perp d$　　D. $b\parallel c$

8. 如图, $AB\parallel CD$, $AC\perp BC$,图中与 $\angle CAB$ 互余的角有　　(　　)

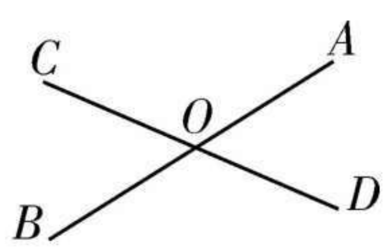
A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

9. [2014·泉州] 如图,直线 AB 与 CD 相交于点 O, $\angle AOD=50^\circ$,则 $\angle BOC=$ ________.



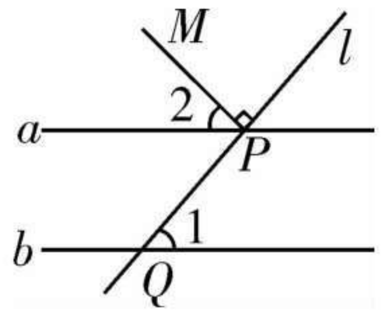
第 8 题图



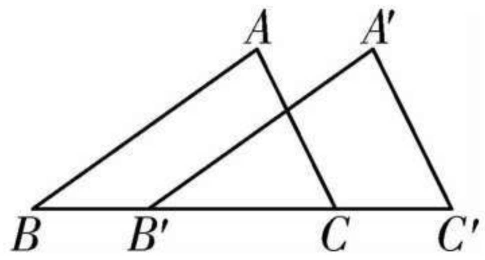
第 9 题图

10. [2014·沈阳] 如图,直线 $a\parallel b$,直线 l 与 a 相交于点 P,与直线 b 相交于点 Q, $PM\perp l$ 于点 P,若 $\angle 1=50^\circ$,则 $\angle 2=$ ________.

11. 如图,三角形 $A'B'C'$ 是三角形 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 3 个单位得到的,则点 A 与点 A' 的距离等于________个单位.



第 10 题图



第 11 题图

12. 如图,若 $AB\parallel CD$, EF 与 AB、CD 分别相交于点 F、E, $\angle 1=40^\circ$, FC 平分 $\angle EFA$,则 $\angle EFC$ $=$ ________.

13. 填空:如图, $AD\perp BC$ 于点 D, $EG\perp BC$ 于点 G, $\angle E=\angle 1$,可得 AD 平分 $\angle BAC$. 理由如下:

∵ $AD\perp BC$ 于点 D, $EG\perp BC$ 于点 G(已知),

∴ $\angle ADC=\angle EGC=90^\circ$(　　　　　　).

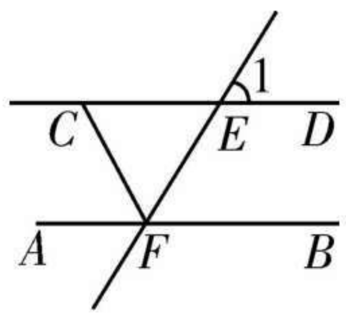
∴ $AD\parallel EG$(　　　　　　　　).

∴ $\angle 1=$(　　　　), $\angle E=\angle 3$(　　　　).

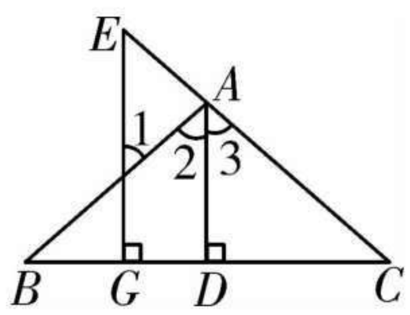
又∵ $\angle E=\angle 1$(已知),

∴ $\angle 2=\angle 3$(等量代换).

∴ AD 平分 $\angle BAC$(　　　　).

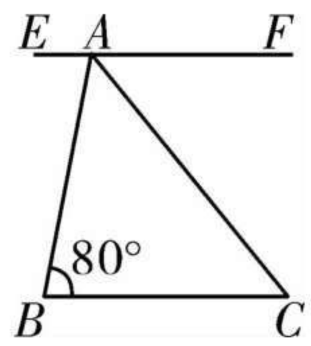


第 12 题图

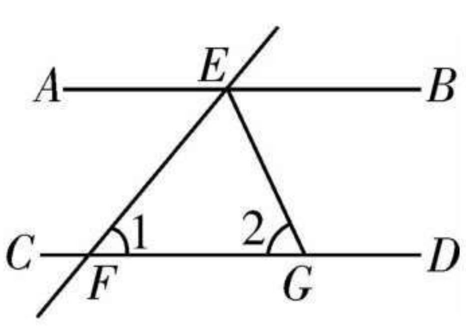


第 13 题图

14. [2014·益阳] 如图, $EF\parallel BC$, AC 平分 $\angle BAF$, $\angle B=80^\circ$. 求 $\angle C$ 的度数.



15. 如图,直线 EF 分别交直线 AB、CD 于点 E、F, EG 平分 $\angle BEF$,若 $\angle 1=50^\circ$, $\angle 2=65^\circ$,试判断直线 AB 与 CD 的位置关系,并说明理由.



[培优训练]

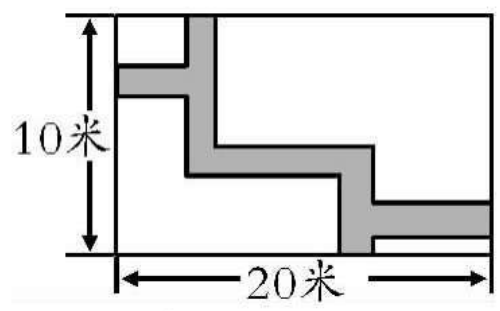
16. 两个角的两边互相平行，其中一个角是另一个角的 3 倍，则这两个角的度数分别是________和________.

17. 如图，在长方形草地内修建了宽为 2 米的道路，则草地面积为________米^2.

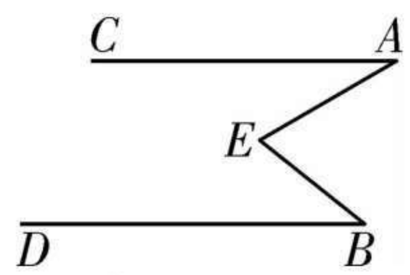
18. [2014·常德] 如图，已知 $AC // BD$，$\angle CAE = 30°$，$\angle DBE = 45°$，则$\angle AEB$ 等于　　(　　)

A. $30°$　　B. $45°$

C. $60°$　　D. $75°$



第 17 题图



第 18 题图

19. [2014·咸宁] 如图，直线 $l // m$，等边$\triangle ABC$ 的顶点 B 在直线 m 上，$\angle 1 = 20°$，则$\angle 2$ 的度数为　　(　　)

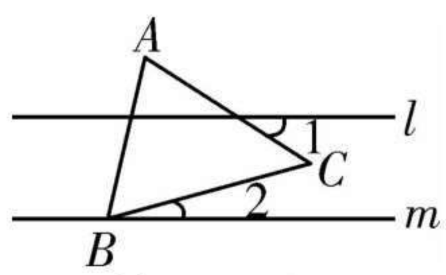
A. $60°$　　B. $45°$

C. $40°$　　D. $30°$

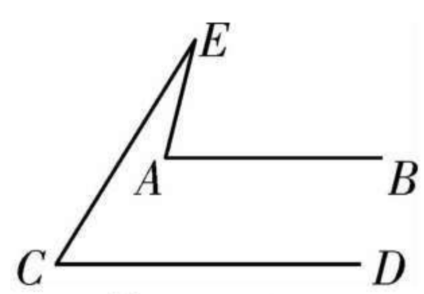
20. 如图所示，$AB // CD$，$\angle E = 27°$，$\angle C = 52°$，则$\angle EAB$ 的度数为　　(　　)

A. $25°$　　B. $63°$

C. $79°$　　D. $101°$



第 19 题图

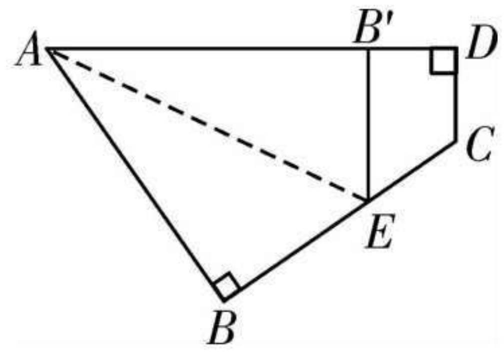


第 20 题图

21. 如图所示，一个四边形纸片 $ABCD$，$\angle B = \angle D = 90°$，把纸片按如图所示折叠，使点 B 落在 AD 边上的 B'点，AE 是折痕.

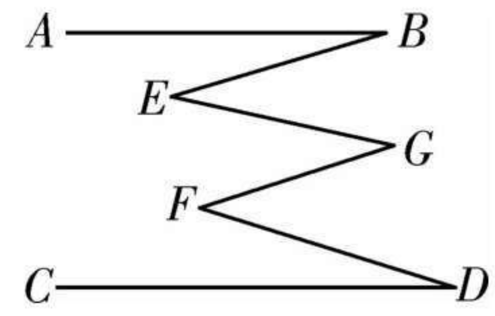
(1)试判断 $B'E$ 与 DC 的位置关系；

(2)如果$\angle C = 130°$，求$\angle AEB$ 的度数.



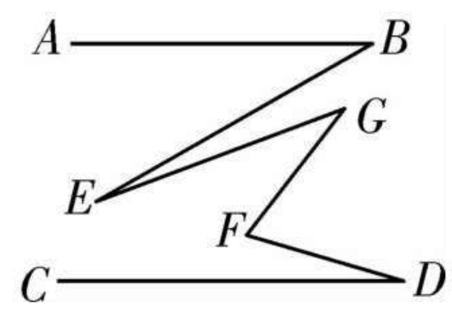
22. 如图甲，已知 $AB // CD$.

(1)求证：$\angle B + \angle G + \angle D = \angle E + \angle F$；



甲

(2)若将图甲变形成图乙，上面的关系式是否仍成立，写出你的结论并说明理由.



乙

实数

知识回顾

1. 算术平方根及有关概念

(1)一般来说,如果一个______ x 的平方等于 a,即______,那么这个______ x 叫做 a 的算术平方根. a 的算术平方根记为________. 读作______,a 叫做______.

(2)规定:0 的算术平方根是______.

2. 平方根以及有关概念

(1)平方根的定义:如果一个数的平方等于 a,那么这个数叫做 a 的______,即如果 $x^2=a$,那么 x 叫做 a 的______.

(2)开平方:求一个数 a 的______的运算,叫做开平方,______与平方互为逆运算.

(3)平方根的性质

正数有______个平方根,它们______;0 的平方根是______;负数______.

(4)一个正数 a 的正平方根,用______表示(读作"根号 a"),又叫做 a 的______;a 的负平方根用______表示,读作"负根号 a";合起来,一个正数 a 的平方根就用______来表示,读作"正负根号 a".

3. 立方根

(1)立方根的定义:

一般来说,如果一个数的立方等于 a,那么这个数叫做 a 的______. 用符号______表示,读作______,其中 a 叫做______. 3 叫______.

(2)开立方:求一个数的______的运算,叫做开立方. ______与立方互为逆运算.

(3)立方根的性质:

正数的立方根是______数,负数的立方根是______数,0 的立方根是______.

(4)利用开立方和立方互为逆运算关系,求一个数的立方根,就可以利用这种互逆关系,检验其正确性.

4. 实数

(1)无理数:______叫无理数.

(2)实数:______和______统称为实数.

(3)实数分类

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\0\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\text{有限小数或无限循环小数}\\\text{无理数}\begin{cases}\text{正有理数}\\\text{负有理数}\end{cases}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

5. 实数与数轴:实数与数轴上的点______对应.

6. 实数的相反数、倒数、绝对值:实数 a 的相反数为______;若 a,b 互为相反数,则 $a+b=$________;非零实数 a 的倒数为______$(a\neq0)$;若 a,b 互为倒数,则 $ab=$______.

7. $|a|=\begin{cases}\text{\_\_\_\_\_\_}(a\geqslant0),\\\text{\_\_\_\_\_\_}(a<0).\end{cases}$

8. 实数的运算

实数和有理数一样,可以进行加、减、乘、除、乘方运算,而且有理数的运算法则与运算定律对实数仍然适用.

温馨提示: 1. 算术平方根 $\sqrt{a}$ 有双重非负性,其一是被开方数是非负数;其二是算术平方根本身是非负数.

2. 只有非负数才有平方根和算术平方根(即负数没有平方根和算术平方根),平方根中包含算术平方根,算术平方根是平方根中的非负数的那一个,零的平方根和算术平方根都是零.

3. 平方根用 $\pm\sqrt{a}$ 表示,算术平方根用 $\sqrt{a}$ 表示.

4. 任何数都有立方根,并且只有一个立方根.

5. 一个数的相反数的立方根,等于这个数立方根的相反数,即 $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$.

6. 无理数是无限小数且不循环.

典例剖析

题型一:利用算数平方根的非负性求字母的取值范围

【例 1】已知 $\sqrt{x+2}+\sqrt{y-\sqrt{3}}=0$，求 $\sqrt{x^2-y}$ 的值.

【分析】$\sqrt{a}$ 表示 a 的算术平方根，根据算术平方根的意义，它是一个正数或零即非负数，而非负数的和为零，只需每一个加数为零.

解：$\because \sqrt{x+2}\geqslant 0, \sqrt{y-\sqrt{3}}\geqslant 0$，

由 $\sqrt{x+2}+\sqrt{y-\sqrt{3}}=0$，

有 $\sqrt{x+2}=0$ 且 $\sqrt{y-\sqrt{3}}=0$，

$\therefore x+2=0$ 且 $y-\sqrt{3}=0$，

$\therefore x=-2, y=\sqrt{3}$，

$\therefore \sqrt{x^2-y}=1$.

【点悟】这里运用算术平方根的非负性质，以及几个非负数的和为零，则每一个非负数都为零. 到目前为止我们学过的非负数有平方数、绝对值、算术平方根等.

【练习】1. [2014·济南] 4 的算术平方根是　(　　)

A. 2　　B. -2

C. ± 2　　D. 16

2. [2014·甘孜州] 使代数式 $\sqrt{x+5}$ 有意义的 x 的取值范围是　(　　)

A. $x\geqslant 0$　　B. $-5\leqslant x<0$

C. $x\geqslant 5$　　D. $x\geqslant -5$

3. [2014·沈阳] 计算：$\sqrt{9}=$________.

4. 若 x、y 满足 $|x+2|+\sqrt{y-3}=0$，则 $(x+y)^{2015}$ 的值为________.

题型二:利用平方根的性质解决问题

【例 2】已知一个正数的两个平方根分别为 $2a+5$ 和 $3a-15$.

(1)求出这个正数；

(2)请估算 $30a$ 的算术平方根在哪两个整数之间.

【分析】直接利用正数的两个平方根互为相反数这一性质求解.

解：(1)$\because$ 一个正数有两个平方根，它们互为相反数，$\therefore$ 有 $(2a+5)+(3a-15)=0$.

$\therefore a=2$.　$\therefore (2a+5)^2=9^2=81$.

$\therefore$ 这个正数是 81.

(2)$\because 30a=60, 7^2<60<8^2$，

$\therefore 30a$ 的算术平方根在 7 与 8 两个整数之间.

【练习】5. [2014·营口] 估计 $\sqrt{30}$ 的值　(　　)

A. 在 3 到 4 之间　　B. 在 4 到 5 之间

C. 在 5 到 6 之间　　D. 在 6 到 7 之间

题型三:利用开方解方程

【例 3】解方程：$\frac{1}{3}(x-1)^2=27$.

【分析】根据平方根的定义，如果 $x^2=a(a\geqslant 0)$，那么 x 就叫做 a 的平方根，所以只需将方程转化成 $x^2=a(a\geqslant 0)$ 的形式，利用平方根的意义求解.

解：$\because \frac{1}{3}(x-1)^2=27$.

在两边同时乘以 3，得 $(x-1)^2=81$.

$\therefore x-1=\pm\sqrt{81}$. 即 $x-1=\pm 9$.

$\therefore x-1=9$ 或 $x-1=-9$. $\therefore x=10$ 或 $x=-8$.

【点悟】把$(x-1)$看成一个整体，它是 81 的平方根，这就是数学上常见的换元法. 换元法是化归(转化)这一重要数学思想的一种应用.

【练习】6. 解方程：

(1)$4(x-3)^2-25=0$；

(2)$\frac{1}{6}(2x-3)^3-36=0$.

题型四:平方根与立方根的综合运用

【例 4】 已知$\sqrt{x-y+10}=4$,$\sqrt[3]{x+y-3}=3$,求$(y-x)^3$.

【分析】 直接根据开方与乘方互为逆运算求解.

解: ∵ $\sqrt{x-y+10}=4$,$\sqrt[3]{x+y-3}=3$,

∴$x-y+10=4^2=16$,$x+y-3=3^3=27$.

∴$x=18$,$y=12$.

∴$(y-x)^3=-216$.

【练习】 **7.** 若$\sqrt{b^2}=4$,则$b=$ ( )

A. 2

B. ± 2

C. 4

D. ± 4

8. 若$4x^2=25$,$(y+1)^3=\frac{1}{8}$,求$x-y$的值.

题型五:无理数的识别

【例 5】 下列各数哪些是有理数?哪些是无理数?

3.14,π,$\frac{3}{2}\pi$,$\frac{1}{3}$,$\sqrt{2}$,0.12,$-\sqrt[3]{343}$,$1.1515515551\cdots$

解: $-\sqrt[3]{343}=-7$,

所以有理数有:3.14,$\frac{1}{3}$,0.12,$-\sqrt[3]{343}$;

无理数有:π,$\frac{3}{2}\pi$,$\sqrt{2}$,$1.1515515551\cdots$.

【点悟】 判断一个数是有理数还是无理数,可以看该数是有限小数还是无限小数,对于无限小数,要看它是循环小数还是不循环小数;对于方根,要注意它是否是不尽方根,不尽方根是无理数,否则是有理数.

【练习】 **9.** [2014·连云港] 下列实数中,是无理数的是 ( )

A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 3.14

10. [2014·凉山州] 在实数$\sqrt{5}$,$\frac{22}{7}$,0,$\frac{\pi}{2}$,$\sqrt{36}$,-1.414中,有理数有 ( )

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

题型六:实数的相关概念和运算

【例 6】 (1)$1-\sqrt{3}$的相反数是$\underline{\sqrt{3}-1}$,$|1-\sqrt{3}|=\underline{\sqrt{3}-1}$.

(2)计算:$2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt[3]{27}=\underline{5\sqrt{3}-3}$.

【点悟】 在实数范围内,相反数、倒数、绝对值的意义和有理数范围内的相反数、倒数、绝对值的意义完全一样.实数的运算顺序和有理数的运算顺序也一样.

【练习】 **11.** 计算:$2-\sqrt{9}=$ ( )

A. 5 B. 3 C. -3 D. -1

12. $2\sqrt{5}-\sqrt{21}$的绝对值是________.

拓展提高

【例 7】 $\sqrt{2}$是无理数,而无理数是无限不循环小数,因此$\sqrt{2}$的小数部分我们不可能全部地写出来,因为$\sqrt{2}$的整数部分是1,将这个数减去其整数部分,差就是小数部分,于是用$\sqrt{2}-1$来表示$\sqrt{2}$的小数部分.请解答:

(1)$\sqrt{17}$的整数部分是$\underline{4}$;小数部分是$\underline{\sqrt{17}-4}$.

(2)$\sqrt[3]{9}$的整数部分是$\underline{2}$;小数部分是$\underline{\sqrt[3]{9}-2}$.

(3)已知$10+\sqrt{3}=x+y$,其中x是整数,且$0<y<1$,求$x-y$的值.

解: 由题意知x是$10+\sqrt{3}$的整数部分,

y是$10+\sqrt{3}$的小数部分,

∴$x=11$,$y=10+\sqrt{3}-11=\sqrt{3}-1$,

∴$x-y=11-(\sqrt{3}-1)=12-\sqrt{3}$.

【练习】 **13.** 若$3+\sqrt{10}$的小数部分为a,$4-\sqrt{10}$的小数部分为b,求$a+b$的值.

课后作业

[基础训练]

1. [2014·咸宁] 下列实数中,属于无理数的是 (　　)

A. -1　B. 3.14　C. $\frac{1}{3}$　D. $\sqrt{3}$

2. 下列各式计算正确的是 (　　)

A. $\sqrt{81}=\pm 9$

B. $|3.14-\pi|=\pi-3.14$

C. $\sqrt[3]{-27}=\pm 3$

D. $\sqrt{5}-\sqrt{3}=\sqrt{2}$

3. $\sqrt[3]{-27}$ 等于 (　　)

A. 9　B. -9　C. 3　D. -3

4. $\frac{1}{4}$ 的算术平方根是 (　　)

A. $-\frac{1}{2}$　B. $\frac{1}{2}$　C. $\pm\frac{1}{2}$　D. $\frac{1}{16}$

5. 下列各组数的比较,错误的是 (　　)

A. $-\sqrt{5}>-\sqrt{6}$　B. $\sqrt{3}-1.732>0$

C. $1.414>\sqrt{2}$　D. $\pi>3.14$

6. 请写出一个比 $\sqrt{5}$ 小的整数________.

7. 和数轴上的点一一对应的数是________.

8. 当 x ________时,$\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义.

9. 大于 $-\sqrt[3]{17}$ 且小于 $\sqrt[3]{10}$ 的整数有________.

10. [2014·河北] a、b 是两个连续整数,若 $a<\sqrt{7}<b$,则 a、b 分别是 (　　)

A. 2、3　B. 3、2　C. 3、4　D. 6、8

11. 将下列各数填在相应的大括号内:

$\frac{\sqrt{2}}{3}$, 3.14, 0.21, $\sqrt[3]{-27}$, $1-\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{-3}+\sqrt[3]{3}$

有理数集合{　　　　　　　　　　};

整数集合{　　　　　　　　　　};

分数集合{　　　　　　　　　　};

无理数集合{　　　　　　　　　　}.

12. 计算下列各式的值.

(1) $\sqrt{(-12)^2+5^2}$;

(2) $\sqrt[3]{-1}-(\sqrt[3]{8}+4)\div\sqrt{(-6)^2}$.

13. 求下列各式中的 x.

(1) $|x-3|=\sqrt{5}$;　(2) $(x-2)^3=-0.125$.

14. $a-1$ 的平方根是 ± 3,$3a+b-1$ 的平方根是 ± 4,求 $a+2b$ 的值.

[培优训练]

15. 已知实数 a 满足 $|2004-a|+\sqrt{a-2005}=a$,则 $a-2004^2=$________.

16. 观察下列各式:

$\sqrt{1+\frac{1}{3}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{2+\frac{1}{4}}=3\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}}$ …请你将发现的规律用含自然数 n $(n\geqslant 1)$ 的等式表示出来____________.

17. 根据爱因斯坦的相对论,当地球上过去 1s 时,宇宙飞船内只经过 $\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}$ s(公式内的 c 指光速:3×10^5 km/s,v 指宇宙飞船的速度).假定在公元 9000 年时,人类制造出了速度极高的宇宙飞行器,这时有一对 25 岁和 28 岁的亲兄弟,哥哥乘坐速度高达光速的 98%飞行的宇宙飞船,做了 5 年科学考察后回到地球,这个 5 年指地面上的 5 年,所以弟弟的年龄已是 30 岁.请你用上述公式推导一下,哥哥在这段时间内长了几岁?此时哥哥的年龄是多少?(目前的宇宙飞行器的速度一般不超过光速的 $\frac{1}{10\ 000}$)

平面直角坐标系

知识回顾

1. 平面直角坐标系:在平面内画两条______、______的数轴,组成平面直角坐标系.

2. 平面直角坐标系中点的特点

(1)四个象限中的点的坐标的符号特征:

第一象限(+,+),第二象限(　　),第三象限(　　),第四象限(　　),已知坐标平面内的点 $A(m,n)$ 在第四象限,那么点 (n,m) 在第______象限.

(2)坐标轴上的点的特征:x 轴上的点______为 0,y 轴上的点______为 0;如果点 $P(a,b)$ 在 x 轴上,则 $b=$______;如果点 $P(a,b)$ 在 y 轴上,则 $a=$______;如果点 $P(a+5,a-2)$ 在 y 轴上,则 $a=$____;P 的坐标为______;当 $a=$____时,点 $P(a,1-a)$ 在横轴上,P 点坐标为______;如果点 $P(m,n)$ 满足 $mn=0$,那么点 P 必定在______轴上.

(3)象限角平分线上的点的特征:

一、三象限角平分线上的点横坐标与纵坐标______;二、四象限角平分线上的点横坐标与纵坐标______;如果点 $P(a,b)$ 在一、三象限的角平分线上,则 $a=$______;如果点 $P(a,b)$ 在二、四象限的角平分线上,则 $a=$______;如果点 $P(a,b)$ 在原点,则 $a=$____$=$____. 已知点 $A(-3+b,2b+9)$ 在第二象限的角平分线上,则 $b=$______.

(4)平行于坐标轴的点的特征:

平行于 x 轴的直线上的所有点的______坐标相同,平行于 y 轴的直线上的所有点的______坐标相同,如果已知点 $A(a,-3)$,点 $B(2,b)$ 且 $AB\parallel x$ 轴,则______,如果点 $A(2,\mathrm{m})$,点 $B(n,-6)$ 且 $AB\parallel y$ 轴,则______.

3. 点 $P(x,y)$ 到 x 轴的距离为______,到 y 轴的距离为______;点 $A(-2,-3)$ 到 x 轴的距离为______,到 y 轴的距离为______;点 $B(-7,0)$ 到 x 轴的距离为______,到 y 轴的距离为______;P 到 x 轴的距离为 2,到 y 轴的距离为 5,则 P 点的坐标为____.

4. 平面直角坐标系中点的平移规律:左右移动点的______坐标变化,(向右移动______,向左移动______);上下移动点的______坐标变化(向上移动______,向下移动______).把点 $A(4,3)$ 向右平移两个单位,再向下平移三个单位得到的点坐标是______;将点 $P(-4,5)$ 先向______平移______单位,再向______平移______个单位就可得到点 $P'(2,-3)$.

5. 平面直角坐标系中图形平移规律:图形中每一个点平移规律都相同:左右移动点的______坐标变化,(向右移动______,向左移动______),上下移动点的______坐标变化(向上移动______,向下移动______).

温馨提示: 1. 有序数对是指一对有先后顺序的数的整体. 它的表示形式是 (a,b). 若 $a\neq b$,则 (a,b) 与 (b,a) 表示两个不同的有序数对.

2. 在平面直角坐标系中,图形的平移可以用坐标的变化来刻画.

典例剖析

题型一:平面直角坐标系中点的坐标特征

【例 1】(1)若 $P(m,3-m)$ 是第二象限内的点,则 m 必须满足条件是______.

(2)已知点 $m(x,y)$,①若 $xy=0$,则点 m 在______;②若 $xy>0$,则点 m 在______;③若 $xy<0$,则点 m 在______;④若 $\frac{x}{y}=0$,则点 m 在______.

【分析】(1)根据第二象限内点的坐标的符号特征，可知该点的横坐标小于零，纵坐标大于零，即可求出答案.

(2)①由两数之积为0，至少有一因数为0的性质得$x=0$或$y=0$. 分情况讨论，求得m点大致位置；②③两小题可由两数相乘同号得正、异号得负的乘法法则，得到m点横、纵坐标符号情况，即可确定m点的位置；④由于分式值为零，只可能分子为0，分母不为0，得到x、y的取值情况. 再判断m点的位置.

解：(1)∵$P(m,3-m)$在第二象限，

则m为负数，$3-m$为正数，

∴m必须满足条件$m<0$.

(2)①∵$xy=0$，∴$x=0$或$y=0$.

当$x=0$时，m点坐标为$(0,y)$，m在y轴上；

当$y=0$时，m点坐标为$(x,0)$，m在x轴上.

综上所述，点m在x轴或y轴上.

②∵$xy>0$，∴x、y必为同号.

∴m点在第一象限或第三象限.

③∵$xy<0$，∴x、y必为异号.

∴m点在第二象限或第四象限.

④∵$\frac{x}{y}=0$，∴$x=0$且$y\neq0$. 由点m横坐标为0，得m在y轴上，又$y\neq0$，∴点m不可能在原点.

∴点m的位置应在y轴上(原点除外).

【点悟】通过此题让学生体会如何利用各象限内点的坐标的符号特征，即：第一、二、三、四象限内点的坐标的符号依次为：(+，+)，(-，+)，(-，-)，(+，-)解决问题.

【练习】**1.** 已知点$P(3a-8,a-1)$.

(1)点P在x轴上，则P点坐标为________；

(2)点P在第二象限，并且a为整数，则P点坐标为________；

(3)Q点坐标为$(3,-6)$，并且直线$PQ//x$轴，则P点坐标为________.

2. 已知点P在第四象限，且到x轴距离为3，到y轴距离为2，则点P的坐标为________.

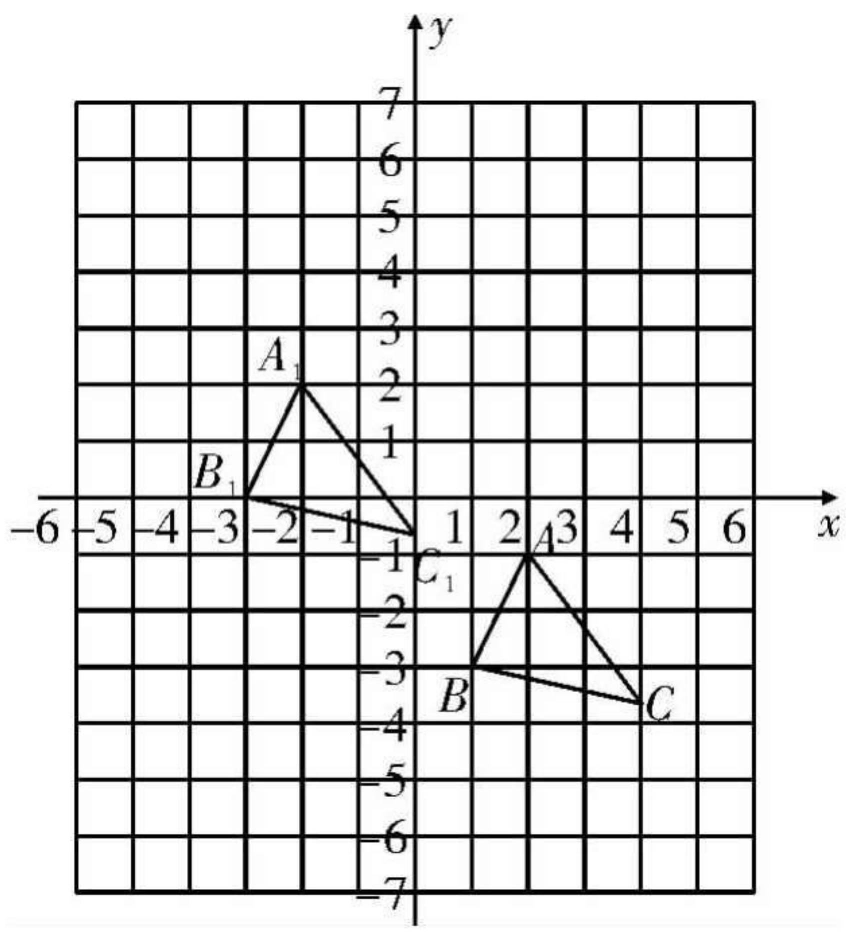
3. 已知点$A(4,y)$和点$B(x,-3)$，过点A、B的直线平行于x轴，且$AB=5$，则$x=$________，$y=$________.

题型二：平面直角坐标系中的平移变换

【例2】三角形ABC三个顶点A、B、C的坐标分别为$A(2,-1)$，$B(1,-3)$，$C(4,-3.5)$

(1)把三角形$A_1B_1C_1$向右平移4个单位，再向下平移3个单位，恰好得到三角形ABC，试写出三角形$A_1B_1C_1$三个顶点的坐标；

(2)求出三角形$A_1B_1C_1$的面积.



【分析】(1)三角形$A_1B_1C_1$向右平移4个单位，再向下平移3个单位，恰好得到三角形ABC，相当于三角形ABC向左平移4个单位，再向上平移3个单位得到三角形$A_1B_1C_1$，从而容易求得坐标.(2)可把它补成一个梯形减去两个三角形.

解：(1)点$A_1(-2,2)$，点$B_1(-3,0)$，点$C_1(0,-0.5)$.

(2)补成梯形DEC_1B_1，

$$S_{\triangle A_1B_1C_1}=S_{梯形DEC_1B_1}-S_{\triangle A_1B_1D}-S_{\triangle A_1C_1E}$$

$$=\frac{1}{2}(2.5+2)\times3-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times2\times2.5$$

$$=6.75-1-2.5=3.25$$

【练习】**4.** [2014·绵阳]线段EF是由线段PQ平移得到的，点$P(-1,4)$的对应点为$E(4,7)$，则点$Q(-3,1)$的对应点F的坐标为　　(　　)

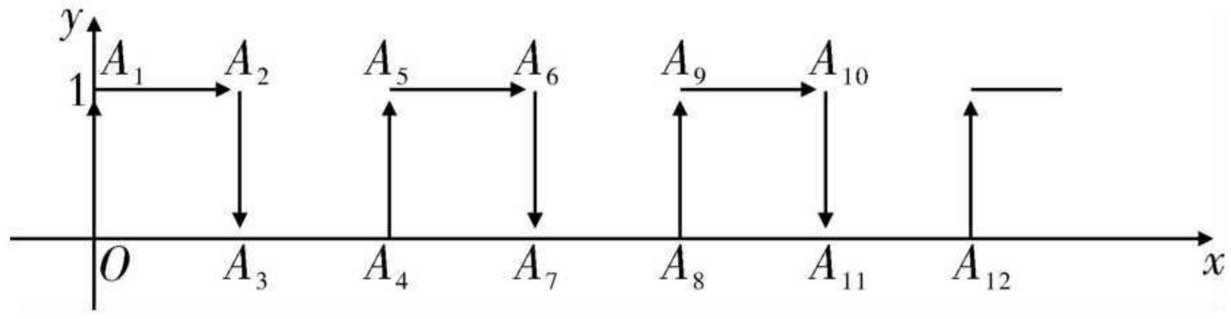
A. $(-8,-2)$　　B. $(-2,-2)$

C. $(2,4)$　　D. $(-6,-1)$

5. 已知三角形ABC中任意一点$P(-2,2)$经过平移后得到的对应点为$P_1(3,5)$，原三角形三点坐标分别是$A(-2,3)$，$B(-4,-2)$，$C(1,-1)$. 问平移后三点坐标分别为________.

拓展提高

【例 3】在平面直角坐标系中,一蚂蚁从原点 O 出发,按向上、向右、向下、向右的方向依次不断移动,每次移动 1 个单位,其行走路线如下图所示.



(1)填写下列各点的坐标:A_1(________,________)、A_3(________,________)、A_{12}(________,________);

(2)写出点 A_{4n}的坐标(n 是正整数);

(3)指出蚂蚁从点 A_{100}到点 A_{101}的移动方向.

【分析】计算出前几次移动后,点 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5,A_6,A_7, A_8 的坐标,可得出规律,继而可求出点 A_{4n}的坐标.

解:(1)$A_1(0,1)$　$A_3(1,0)$　$A_{12}(6,0)$

(2)$A_n(2n,0)$　(3)向上

【点悟】本题考查了点的坐标的规律变换,解答本题的关键是求出前几次平移后点的坐标,总结出一般规律.

【练习】6. [2013·乌鲁木齐]对平面上任意一点(a,b),定义 f,g 两种变换:$f(a,b)=(a,-b)$,如 $f(1,2)=(1,-2)$;$g(a,b)=(b,a)$,如 $g(1,2)=(2,1)$.据此得 $g(f(5,-9))=$ (　　)

A. $(5,-9)$　　B. $(-9,-5)$
C. $(5,9)$　　D. $(9,5)$

课后作业

[基础训练]

1. 若点 $A(m+3,m-2)$在 x 轴上,则 $m=$______.

2. 点 $P(m+2,m-1)$在 y 轴上,则点 P 的坐标是________.

3. 点 P 到 x 轴的距离是 2,到 y 轴的距离是 3,且在 y 轴的左侧,则 P 点的坐标是____________.

4. [2013·柳州]在下列所给出坐标的点中,在第二象限的是 (　　)

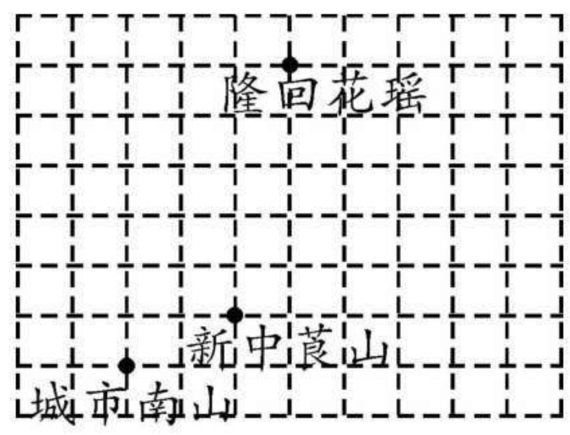
A. $(2,3)$　　B. $(-2,3)$
C. $(-2,-3)$　　D. $(2,-3)$

5. [2013·厦门]在平面直角坐标系中,将线段 OA 向左平移 2 个单位,平移后,点 O、A 的对应点分别为点 O_1、A_1.若点 $O(0,0)$,$A(1,4)$,则点 O_1、A_1 的坐标分别是 (　　)

A. $(0,0)$,$(1,4)$　　B. $(0,0)$,$(3,4)$
C. $(-2,0)$,$(1,4)$　　D. $(-2,0)$,$(-1,4)$

6. 已知点 $A(m,-2)$,点 $B(3,m-1)$,且直线 $AB∥x$轴,则 m 的值为________.

7. [2013·邵阳]如图是我市几个旅游景点的大致位置示意图,如果用$(0,0)$表示新宁莨山的位置,用$(1,5)$表示隆回花瑶的位置,那么城市南山的位置可以表示为 (　　)



A. $(2,1)$　　B. $(0,1)$
C. $(-2,-1)$　　D. $(-2,1)$

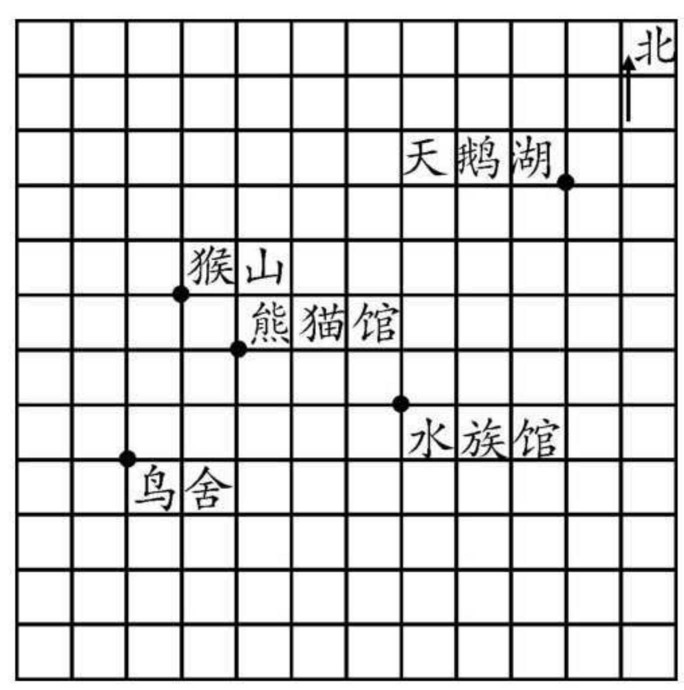
8. 在平面直角坐标系中,点$(-1,m^2+1)$一定在 (　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限
C. 第三象限　　D. 第四象限

9. 过 $A(4,-2)$和 $B(-2,-2)$两点的直线一定 (　　)

A. 垂直于 x 轴
B. 与 y 轴相交但不平于 x 轴
C. 平行于 x 轴
D. 与 x 轴、y 轴平行

10. 如图所示,是动物园几个游览景点的示意图(图中每个小正方形的边长为 1 个单位长度),请以某景点为原点,画出直角坐标系,并用坐标表示其他景点的位置.

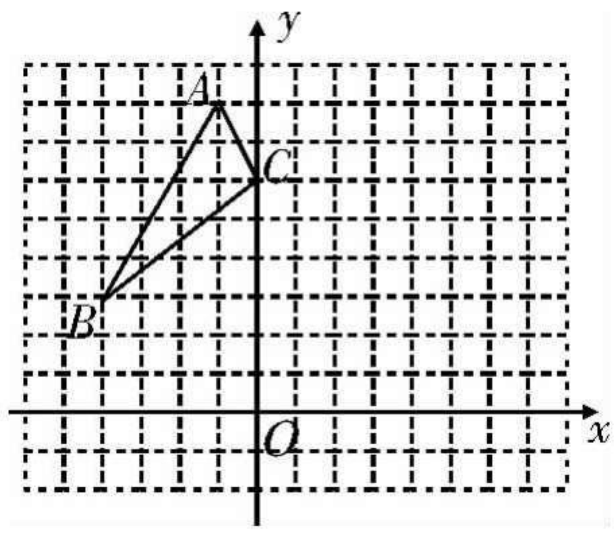


11. 如图,在为 1 个单位的正方形网格图中,建立了直角坐标系 xOy,按要求解答下列问题:

(1)写出三角形 ABC 三个顶点的坐标;

(2)画出三角形 ABC 向右平移 6 个单位后的图形三角形 $A_1B_1C_1$;

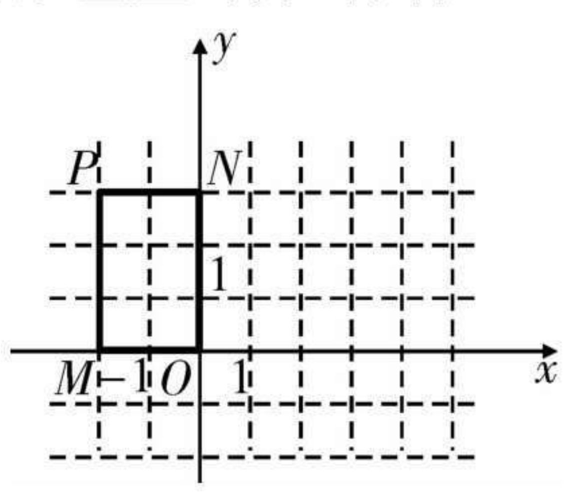
(3)求三角形 ABC 的面积.



12. 如图,长方形 $PMON$ 的边 OM,ON 分别在坐标轴上,且点 P 的坐标为$(-2,3)$,将长方形 $PMON$ 沿 x 轴正方向平移 1 个单位,得到长方形 $P'M'O'N'$($P\to P'$,$M\to M'$,$O\to O'$,$N\to N'$).

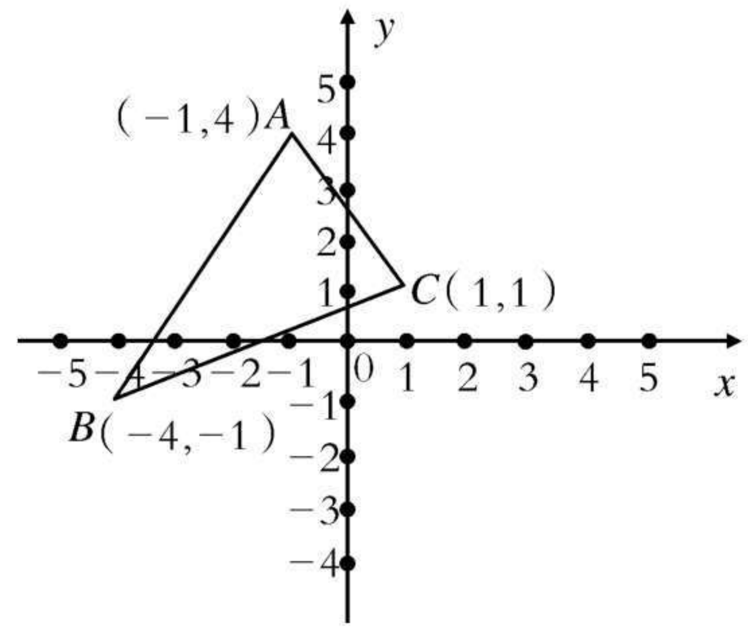
(1)请在下图的直角坐标系中画出平移后的图形;

(2)求平移前后两个长方形重叠部分的面积.



[培优训练]

13. 如图,三角形 ABC 中任意一点 $P(x_0,y_0)$,经平移后对称点为 $P_1(x_0+3,y_0-5)$,将三角形作同样平移得到三角形 $A_1B_1C_1$,求 A_1、B_1、C_1 的坐标,并在图中画出 $A_1B_1C_1$ 的位置.



14. 已知甲运动方式为:先竖直向上运动 1 个单位长度后,再水平向右运动 2 个单位长度;乙运动方式为:先竖直向下运动 2 个单位长度后,再水平向左运动 3 个单位长度.在平面直角坐标系内,现有一动点 P 第 1 次从原点 O 出发按甲方式运动到点 P_1,第 2 次从点 P_1 出发按乙方式运动到点 P_2,第 3 次从点 P_2 出发再按甲方式运动到点 P_3,第 4 次从点 P_3 出发再按乙方式运动到点 P_4……依此运动规律,则经过第 11 次运动后,动点 P 所在位置 P_{11} 的坐标是________.