

国家自然科学基金71561022

陈 纲 

不完全合作 对策解 研究

的

BUWANQUAN
HEZUO
DUICEJIEDE
YANJIU



黄河出版传媒集团
阳光出版社

不完全合作 对策解 的研究



BUWANQUAN
HEZUO
DUICEJIEDE
YANJIU

陈 纲



光明出版社
光明日报社

图书在版编目 (CIP) 数据

不完全合作对策解的研究 / 陈纲著. -- 银川: 阳光出版社, 2017.11

ISBN 978-7-5525-3994-3

I. ①不… II. ①陈… III. ①合作对策-研究 IV. ①0225

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第281229号

不完全合作对策解的研究

陈纲 著

责任编辑 贾莉

封面设计 晨皓

责任印制 岳建宁



黄河出版传媒集团
阳光出版社

出版发行

出版人 王杨宝

地址 宁夏银川市北京东路139号出版大厦 (750001)

网址 <http://www.ygchbs.com>

网上书店 <http://shop129132959.taobao.com>

电子信箱 yangguangchubanshe@163.com

邮购电话 0951-5014139

经销 全国新华书店

印刷装订 宁夏凤鸣彩印广告有限公司

印刷委托书号 (宁) 0007109

开本 720mm×980mm 1/16

印张 9.5

字数 150千字

版次 2017年11月第1版

印次 2017年11月第1次印刷

书号 ISBN 978-7-5525-3994-3

定价 32.00元

版权所有 翻印必究

前 言

合作对策的一个核心问题是如何将合作所获得的收益在参与者之间合理有效的进行分配,而分配就称之为合作对策的解不同于非合作对策的 Nash 均衡解,合作对策有众多解.而针对现实中,很多合作受到各种因素的限制和影响,形成的是不完全的合作,本书考虑了具有交流结构的、具有联盟结构的和联盟是模糊的三种不完全合作对策及其扩展对策,研究了这些不完全合作对策收益分配的问题,即解的问题.主要的研究成果如下.

(1) 考虑了在具有交流结构的合作对策中,由于局中人因不同的谈判能力或代表着不同的团体等因素,用权重来反映局中人的不同地位的这类不完全合作对策解的问题.首先,提出了具有边际贡献权重的位置值这一新的合作对策解的概念,并在分配权重成比例的图对策中,利用分支有效性和均衡贡献性,刻画了它.其次,考虑了正的系统权重(不影响对策的特征函数)反映局中人在合作中的地位情形下,具有交流结构的合作对策的收益分配问题,定义了权重平均树解,并在交流结构不含圈的图对策中,刻画了权重平均树解.最后,将以上两个解应用于河流水资源分配问题上.

(2) 考虑了当局中人以一定的参与度参与合作,且合作受到局中

人的参与度和交流结构的共同限制这类不完全合作对策解的问题. 利用模糊图反映此类不完全合作对策联盟结构, 根据局中人参与到合作中的不同方式, 即一类是局中人可以分配他们对应顶点和边的参与度以求形成尽可能大的合作联盟 (cg- 模糊模型), 另一类是局中人对对应顶点和边的参与度不可分, 且只和自己参与度相同的顶点和边形成合作联盟 (pg- 模糊模型), 定义了两类模糊图限制下的合作对策模型的平均树解, 并用公理化的条件刻画了它.

(3) 考虑了联盟是模糊的这类不完全合作对策中, 两类解模糊联盟谈判集和模糊核心之间关系的问题. 首先, 提出了一个新的模糊合作对策, 称为连续的几乎凸模糊合作对策, 因为它的所有真子对策仍然是连续的凸模糊对策. 在此类模糊联盟合作对策上, 证明了它的谈判集和 Aubin 核心是相等的. 其次, 利用 Choquet 积分, 在具有 Choquet 积分形式的模糊对策上定义了谈判集, 并讨论了谈判集和模糊核心之间的关系, 并证明了当该模糊合作对策为凸的时, 谈判集和模糊核心是相等的.

(4) 考虑了局中人以一定的参与度加入到优先联盟中的具有联盟结构的这类不完全合作对策解的问题. 定义了具有联盟结构的模糊联盟合作对策的模糊联盟 τ 值, 提出了模糊联盟 τ 值满足的一些性质, 并用公理化的条件刻画了它.

(5) 考虑了在局中人的合作局势中, 同时存在有交流结构和联盟结构, 并且二者相互依存和影响的这类不完全合作对策, 对该对策的解进行了研究. 利用 Myerson 值, 位置值, 平均树解等已有的图对策的解, 运用二阶段法定义了二个新的解, 并分别用公理化的条件刻画了它们.

目 录

第 1 章	绪 论 / 001
1.1	选题背景及意义 / 001
1.2	研究现状与分析 / 006
1.3	本书的研究内容、结构和创新点 / 014
第 2 章	模糊数学、图论和对策论的基本概念 / 021
2.1	模糊数学的基本概念 / 021
2.2	图和模糊图的基本概念 / 023
2.3	合作对策的基本概念 / 028
2.4	不完全合作对策的基本概念 / 034
2.5	本章小结 / 045
第 3 章	具有权重的图对策的解 / 046
3.1	具有边际贡献权重的位置值 / 046
3.2	图对策上的权重平均树解 / 054
3.3	在河流水资源分配问题中的应用 / 067
3.4	本章小结 / 070
第 4 章	模糊图对策的平均树解 / 072
4.1	两类模糊图限制下的合作对策模型 / 072
4.2	模糊图对策上的平均树解 / 076

4.3	算例分析 / 080
4.4	本章小结 / 083
第 5 章	模糊联盟合作对策的核心与谈判集 / 084
5.1	几乎凸模糊合作对策的 Aubin 核心与谈判集 / 084
5.2	Choquet 积分形式的模糊凸合作对策的模糊核心 和谈判集 / 091
5.3	本章小结 / 099
第 6 章	具有联盟结构模糊合作对策的值 / 101
6.1	模糊联盟 τ 值的定义 / 101
6.2	模糊联盟 τ 值的性质和公理化刻画 / 103
6.3	算例分析 / 112
6.4	本章小结 / 114
第 7 章	具有二级交流结构的合作对策的解 / 115
7.1	具有二级交流结构的合作对策的基本概念 / 115
7.2	具有二级交流结构的合作对策解的定义与刻画 / 117
7.3	本章小结 / 132
结语	/ 134
参考文献	/ 136

第1章 绪 论

合作常常会给人们带来益处,因此,人与人、企业与企业、党派与党派、国家与国家之间都存在合作的可能性与必要性,然而现实中这种“合作”,往往受到很多客观或主观因素的影响,从而合作是有限制的,形成的合作是不完全合作. 不完全合作介于合作与不合作之间,是一类重要的合作博弈模型,研究其收益分配问题有着重要的理论价值和实践意义. 本书针对一些不完全合作对策,对其收益分配问题进行了研究.

1.1 选题背景及意义

1.1.1 对策论的产生与发展

对策论又被称为博弈论(game theory),是研究具有斗争或竞争性质现象的理论与方法,它既是现代数学的一个新分支,也是运筹学的一个重要学科. 对策论起源于对赌博、棋和扑克等一类游戏中的个体的预测行为和实际行为,并研究它们的优化策略.

对策论的研究最早可追溯到18世纪初. 1713年, Waldegrave 就提出了最早的两个博弈的极大极小混合策略解,研究了关于寡头间通过产量决策和价格进行竞争的模型,这是早期对策论研究中的经典模型.

近代对于对策论的研究,开始于 Zermelo, Borel 及 von Neumann 等人的研究. 1928 年, von Neumann 证明了对策论的基本原理,从而宣告了对策论的正式诞生. 1944 年, von Neumann 和 Morgenstern^[1] 共著 *Theory of games and economic behavior* 出版,该著作总结以往对策论的研究成果,定义了对策论研究中的基本概念,提出了较系统的对策理论,并将对策论系统地应用于经济领域,从而奠定了这一学科的基础和理论体系.

20 世纪 40 年代末期到 20 世纪 50 年代中期,是对策论迅速发展的时期. 一方面,合作对策在此期间发展到鼎盛. 1950 年, Nash^[2] 提出了“讨价还价”模型, Shapley^[3] 定义了合作对策中重要的单值解——Shapley 值,以及 Gillies^[4] 提出了合作对策中重要的集合解的概念“核心”(core)等都大大完善了合作对策的研究. 另一方面,非合作对策也开始创立. 1950 至 1951 年, Nash 利用不动点定理证明了均衡点的存在,为对策论的一般化奠定了坚实的基础. Nash 的开创性论文 *Equilibrium points in n -Person games*^[5], *Non-cooperative games*^[6] 等,给出了“纳什均衡”的概念和均衡存在定理,以及 Tucker 定义的“囚徒困境”,他们两人的著作是当代非合作对策论的基石,也为对策论的深入研究和广泛应用提供了坚实的理论基础.

20 世纪六七十年代,对策论进入发展与完善时期. 1959 年, Aumann^[7] 定义了“强均衡”,他与 Peleg^[8] 讨论了 NTU (Non-transferable utility) 对策下 V - N - M 稳定集,并提出了“有限理性”的概念,研究了重复博弈中有限理性参与者的策略. 1960 年, Schelling^[9] 引进了“焦点”(focus point) 的概念. Harsanyi 建立了不完全信息博弈理论,在 1967—1968 年他的三篇论文^[10—12] 中首先提出了关于不完全信息静态博弈的贝叶斯 Nash 均衡的概

念,这三篇论文在现代经济学和博弈论中占极其重要的地位,是信息经济学的奠基石. Selten 定义了“子博弈完美 Nash 均衡”的概念,开辟了动态对策理论研究新方向. Harsanyi 和 Selten^[13]的关于不完全信息博弈理论工作进一步完善了非合作博弈理论. 1971 年, Friedman^[14]确立了微分博弈的理论基础,使微分博弈日趋完善. 20 世纪 70 年代“进化博弈”(evolutionary game theory)有了重大的发展, Smith 在 1972 年提出了“进化稳定策略”(evolutionary stable strategy).

20 世纪八九十年代至今是博弈论走向成熟的时期. 这一时期重要进展包括: 1981 年, Elon Kohlberg 提出“顺归纳法”(forward induction); 1982 年, Kreps 和 Wilson^[15]提出了“序列均衡”(sequential equilibria); 1982 年, Smith^[16]出版了 *Evolution and the theory of games*; 1988 年, Harsanyi 和 Selten^[17]提出了在非合作和合作博弈中均衡选择的一般理论和标准; 1991 年, Fudenberg 和 Tirole^[18]提出了“完美贝叶斯均衡”(perfect Bayesian equilibrium). 经过多年的发展和完善, 博弈论已作为一种分析方法广泛应用于经济学、政治学、生物学、统计学等多门学科中, 尤其在经济学中, 博弈论占据了核心地位, 从博弈论学者不断斩获诺贝尔经济学奖即可看出其在经济学中的地位. 例如诺贝尔经济学奖 1994 年授予了 Nash, Harsanyi 和 Selten, 表彰他们在博弈论的发展及其在经济学领域的应用中所做出的开创性贡献; 2005 年授予 Aumann 和 Schelling, 两位经济学家利用博弈论理论研究人与人, 国与国之间冲突或合作关系的产生原因; 2007 年授予 Hurwicz, Myerson 和 Maskin, 表彰他们奠定机制设计理论基础; 2012 年授予 Roth 和 Shapley, 奖励他们在“稳定配置理论和市场设计中的实践”研究中取得的贡献.

目前,对策论已与其他理论结合呈现出多元化发展趋势,涌现出许多对策论分支,如进化对策 (evaluation game)、微分对策 (differential game)、协调对策 (coordination game)、量子对策 (quantum game)、元对策和冲突分析 (meta game and conflict analysis)、超对策 (hyper game)、图对策 (graph game) 等.

1.1.2 不完全合作对策解的研究意义

合作对策是对策论的重要组成,而在合作对策理论的研究中,一个重点问题就是合作对策的解是什么,即合作所获得的支付将如何分配. 例如 1953 年,Shapley^[3] 定义的著名的合作对策的单值解 Shapley 值,它是将 n 人合作带来的最大收益进行分配的一种方案. 这种分配方案是从全部参与人是理性的假设出发,根据联盟中各参与人给联盟带来的边际贡献进行合理分配,使得集体理性与个体理性达到均衡. 但从计算过程看,该分配方法把联盟内的每个个体作为分析对象,个体之间的合作是完全的,没有考虑到许多实际的合作中,参与到大联盟中局中人之间所具有的性质与差别,以及他们之间结盟方式,从而由此所引起的对大联盟分割所带来的影响. 对于 Shapley 值的很多扩展都是针对这一点而提出的,其中比较有代表的是 Myerson 值和 Owen 值.

由于局中人之间存在矛盾、竞争等因素的影响,他们之间的合作不是任意的,而是存在某种限制. 比如在现实生活中世界各国之间,有些国家间由于国家政策、信仰的不同,从而没有经济等方面往来;有些国家通过和其他国家相互交流而间接联系,形成联盟达成合作. 可以看到联盟中的国家都是直接或间接可以相互联系的. 为此,1977 年,Myerson^[19] 通过引入图论中的图来反映合作对策中具有交流结构的可行结构,并称这

样的合作对策为具有交流结构的合作对策(a game with communication structure),即图对策(a graph game).在图对策中,局中人看作是图的结点,图中的边表示与其关联的结点代表的局中人可直接合作,只有那些通过边直接或间接连接形成连通分支中的局中人才可以结成联盟,这合理、有效地反映了联盟中局中人的交流关系和联盟结构.例如在政党体系中,边可以看作是局中人在政治上有的密切关系.

Myerson 在图对策上定义了图限制对策,并将图限制对策的 Shapley 值作为图对策的解(学者们将其称作 Myerson 值).用图来反映局中人的交流合作结构,为对策论的研究开辟了新的研究方向,也引起了广大对策论学者的关注,成为对策论一个重要的分支.

Owen 值是 1977 年 Owen^[20] 提出的具有联盟结构的合作对策的解.联盟结构是指参与对策的全体局中人的一个划分,其中的元素称为优先联盟.具有联盟结构合作对策(a game with coalition structure)的收益分配问题,一般基于两个层面来进行讨论,一是在各优先联盟之间进行收益分配,二是在各优先联盟内部局中人之间进行收益分配.此类不完全合作对策有较广泛的应用背景,比如某一工程项目需要由几个企业合作完成,参与此项目的所有企业可视为联盟结构,而各企业为优先联盟,所有企业中的职工可以看成是对策中的局中人,项目完成后的收益如何在各企业之间和企业的员工间进行合理的分配可以看作是基于联盟结构的合作对策的收益分配问题.在具有联盟结构的合作对策中,由于联盟的组织 and 形成规则不同,联盟间相互作用的复杂性,使得具有联盟结构的对策较经典的合作对策更难以处理.但是由于经典合作对策在实际处理问题中的限制及其局限性,且具有联盟结构的合作对策的背景更符合实

际,所以越来越多的对策论学者关注于具有联盟结构的合作对策问题.

以上具有交流结构的合作对策和具有联盟结构的合作对策是位于不合作对策和合作对策之间,属于一类不完全合作对策,它们能够反映出合作中局中人之间的合作结构和其具有的先前合作信息.然而,随着具有联盟结构合作对策理论和具有交流结构合作对策理论研究的深入,遇到一些实际问题都难以用上述理论加以满意的描述.如在具有联盟结构的合作对策中,每一个优先联盟中的局中人之间的合作方式和结构,以及合作有什么限制,在 Owen 合作博弈模型中并没有提及;在具有交流结构合作对策中,如何反映直接合作的两人在该交流结构中的不同地位,交流结构的稳定性以及相同局中人形成不同结构的连通分支对特征函数有何影响在图限制对策模型中也没有涉及.另外,区别于经典合作对策,在很多现实问题中的对策原型中,由于人们对客观事物认识和周围环境往往存在有很多未知和不确定因素影响,在考虑问题时需要加入不确定的因素.因此,对具有联盟结构和交流结构的合作对策模型进行扩展和将模型模糊化,具有重要的理论意义,又有重要的现实价值.

1.2 研究现状与分析

1.2.1 具有交流结构的合作对策解的研究现状

目前基于具有交流结构合作对策的研究内容是在给定某种结盟形式,定义该对策的单值解并以公理化形式刻画它,以及单值解与经典的集合解核心之间的关系是其研究的主要方向和内容.1977年,Myerson^[19]定义了图限制对策,并将其 Shapley 值定义为解(称作 Myerson 值),还证明了 Myerson 值是具有分支有效性和公平性的唯一解.关于 Myerson 值的刻

画, Myerson^[21], Borm 等^[22]和 Slikker, van den Nouweland^[23]都给出了关于 Myerson 值的其他刻画. Meessen^[24]和 Borm 等^[22]利用 Shapley 算子和导出边限制对策定义了一个新的解,称为位置值. 2005 年, Slikker^[25]用分支有效性和边均衡贡献性刻画了位置值. 2007 年, Casajus^[26]利用超图对策下的 Myerson 值刻画了图对策下的位置值. 1999 年, Hamiache^[27]定义了一个新的图对策的解,称为 Ham 值. 2006 年, Bilbao^[28]也讨论了 Ham 值. 近来, Herings et al.^[29]在无圈图对策上,利用图限制对策和有向树定义了平均树解,并用分支有效性和分支公平性刻画了平均树解. 2010 年, Herings 等^[30]进一步推广了平均树解的定义,将其定义在任意的交流结构的图对策下. 对于平均树解的刻画, 2010 年, Mishra 和 Talman^[31]证明了当交流结构是树时,平均树解可以通过有效性、哑元性、线性、强对称性和独立性来刻画. 2011 年, Baron 等^[32]给出了任意图对策下,平均树解的另一种表达形式. 2007 年, van den Brink^[33]将平均树解定义推广到准许树结构中,并给出平均树准许值及其刻画公理. 另外,在文献^[34]中, Brink 等人研究了线图对策的四条去边性质,并给出满足这些性质的唯一解. 2012 年, Beal 等^[35]在图对策中提出了逐分支平等解, van den Brink 等^[36]通过研究不满足有效性的 Myerson 值,给出图对策一个新的有效解. 王文文等^[37]研究了图对策的 τ 值,证明了分支有效性、 S 均衡下的相对不变性和限制成比例性,这三条性质唯一确定了 τ 值. 马雪婷和孙浩^[38]定义了图对策的 Solidarity 值,并用分支有效性等四个性质刻画了 Solidarity 值的唯一性. 王文娜等^[39]在图限制合作对策下定义了 α -协调值和 α -一致值,并用公理化条件刻画了它们. 2014 年, Khmel'nitskaya^[40]对双层结构的图对策进行了研究,并给出图对策解刻画的统一框架.

对于上述具有交流结构的合作对策的解和核心之间的关系, van den Nouweland 和 Borm^[41] 证明了当图对策是凸对策, 且对应的图是无圈图时, Myerson 值在核心中. 2008 年, Herings 等^[29] 证明了如果无圈的图对策具有超可加性, 平均树解在核心中. Talman 和 Yamamoto^[42] 证明了无圈的图对策在弱于超可加性的条件下, 平均树解在核心中. 在文献^[30] 中, Herings 等提出了图对策的连接凸性的概念, 它是比凸性弱的条件, 他们进一步地还证明了, 对于任意的具有连接凸性的图对策, 平均树解在核心中. 关于具有交流结构的合作对策解研究的其他进展, 可参见文献^[43~45].

1.2.2 具有联盟结构对策解的研究现状

在许多情形下, 有些局中人以前有过合作关系或者局中人为了获得一个更好的谈判地位, 往往会形成一个联盟. 通过联盟结构[或称为优先联盟结构(priori union structure)], 即所有局中人的划分, 就可反映局中人间的可能的前信息. 在文献中, 有两种不同的关于先前关系信息的解释. 一种为, 1974 年, Aumann 和 Dreze^[46] 建立了 Aumann-Dreze 模型的联盟结构对策形式. 在该模型中, 他们假设各联盟间相互独立, 互不影响, 某一局中人的收益分配只与其所属联盟有关, 而与其他联盟无关. 另一种为, 1977 年, Owen^[20] 建立了 Owen 联盟结构模型, 在 Owen 联盟结构模型的对策的收益分配问题中, 一般基于各优先联盟之间和各优先联盟内部局中人之间两个层面或步骤来进行讨论, 而在优先联盟内部收益分配的谈判中, 优先联盟中局中人总威胁若得不到满意的分配将脱离该联盟, 于是其余的局中人就要考虑这种威胁. 作为 Shapley 值的一种扩展, Owen 定义了 Owen 值, 它是具有联盟结构的合作对策的一种收益分配方

法. 基于 Owen 值在许多应用情形下的限制, 对 Owen 值的改进是近年来具有联盟结构合作对策研究所关注的问题之一.

1983 年, Hart 和 Kurz^[47] 给出无限多个局中人时 Owen 值的形式. 1989 年, Peleg^[48] 在 Owen 值公理体系的基础上, 去掉了联盟对称性, 增加了商博弈性质来表示 Owen 值所满足的一系列公理化条件. 1992 年, Winter^[49] 研究了 Owen 值的势函数和一致性问题. 1997 年, Vazquez-Brage 等^[50] 给出一种较简单的公理化方法, 提出两个新的性质: 商对策性和平衡贡献性. 1999 年, Hamiache^[51] 提出一种较复杂的公理化 Owen 值的方法, 公理化条件需满足可加性、不相关参与人独立性、有效性、对称性、严格正数性以及相关一致性. 2007 年, Khmelnitskaya 和 Yanovskaya^[52] 基于 Young 的思想, 利用边际贡献性代替可加性和零元性对 Owen 值进行刻画. 2008 年, Albizuri^[53] 在无有效性的限制下利用哑元性、可加性、匿名性等给出刻画 Owen 值的三种方法. 2009 年, López 和 Saboya^[54] 研究了 Shapley 值和 Owen 值之间的关系, 说明 Shapley 值是所有联盟结构类型相同的 Owen 值的平均. Bergantinos 等^[55] 和 Albizuri 等^[56] 分别将 Owen 值推广到不同的联盟结构模型上. 2012 年, Meng 和 Zhang^[57] 考虑了凸几何上的具有联盟结构的合作对策, 它是具有联盟结构的合作对策的推广, 并给出了这类对策的广义 Owen 值的解析表达式. 2013 年, 孙红霞和张强^[58] 通过引入一种格结构, 研究了各优先联盟以优先约束形式进行合作时的收益分配问题, 通过两个阶段的分配方法给出了限制 Owen 值的定义, 并证明了限制 Owen 值满足可加性、有效性、联盟内部对称性、哑元性等性质.

关于具有联盟结构的合作对策其他解及联盟稳定性的研究, Hart 和

Kurz^[47]运用 Owen 值从非合作的观点考虑了联盟结构的稳定性问题. 他们依据 Owen 值, 运用强均衡的概念找到那些稳定的联盟结构, 其中的局中人没有更好的结盟选择. 另外, 核心概念是研究联盟稳定性的主要指标. 对具有联盟结构的合作博弈, Aumann 和 Dreze^[46]给出了联盟核心的概念, 在此核心中, 虽然考虑了各联盟中局中人之间合作的可能性, 但是结构联盟之间的效用是不可转移的. 2003 年, Casas-Mendez 等^[59]提出在具有联盟结构合作对策下的 τ 值的分配方案. 2009 年, Pulido 和 Sanchez-Soriano^[60]给出联盟核心和联盟韦伯集的概念, 并讨论了联盟凸对策下联盟核心和联盟韦伯集的关系. 关于具有联盟结构合作对策解的其他进展, 还可参见文献^[61~64].

1.2.3 联盟是模糊的不完全合作对策解的研究现状

文献^[65,66]中介绍的联盟是模糊的合作对策是一种描述局中人以不同的参与度形成可能的合作局势的一种模型, 不同于非合作对策和合作对策, 局中人在此类合作对策中所能获得的收益往往由其参与度决定. 而一个模糊联盟可以用每一局中人的参与度来描述. 模糊联盟的合作对策及其应用已经引起越来越多的对策论学者的关注.

相似地, 在模糊联盟合作对策理论中, 研究模糊联盟合作对策解的概念及它们的性质、结构和它们之间的关系也是一重要的课题. 而把经典合作对策中的概念和结果转换到模糊对策上是一很自然思路, 但正如 Azrieli 和 Lehrer 在文献^[67]中所述, 在经典合作对策和模糊合作对策之间有着巨大的差异, 这也是研究模糊合作对策的困难之处. Butnariu^[68]定义了模糊联盟合作对策下的 Shapley 函数, 并给出具有比例值的模糊对策下的 Shapley 函数表达式. Butnariu 和 Kroupa^[69]扩展了具有比例值的模