



冲压工艺与模具设计

(第4版)

● 主编 魏春雷 徐慧民

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

冲压工艺与模具设计

(第4版)

主 编 魏春雷 徐慧民
副主编 安家菊 钟慧萍 赵 昌

 北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书共分八个模块,从工程力学入手,讲述了冲压变形的基础理论,并将理论知识与生产实践相结合,详细讲述了冲压工艺及模具设计的基本方法,分析了冲压工艺、设备、模具、材料、冲压件质量和冲压件经济性之间的关系。

本书是高等院校、成人高校机械设计及相关专业的教学用书,也可供有关工程技术人员参考。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

冲压工艺与模具设计 / 魏春雷, 徐慧民主编. —4 版. —北京: 北京理工大学出版社, 2016. 9

ISBN 978-7-5682-2887-9

I. ①冲… II. ①魏… ②徐… III. ①冲压-生产工艺-高等学校-教材 ②冲模-设计-高等学校-教材 IV. ①TG38

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 197266 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)

(010) 82562903 (教材售后服务热线)

(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京国马印刷厂

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 17

字 数 / 399 千字

版 次 / 2016 年 9 月第 4 版 2016 年 9 月第 1 次印刷

定 价 / 49.00 元

责任编辑 / 赵 岩

文案编辑 / 赵 岩

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 马振武

图书出现印装质量问题, 请拨打售后服务热线, 本社负责调换

前 言

由于采用模具进行生产能提高生产效率、节约原材料、降低生产成本，在一定的尺寸精度范围内能够保证产品零件的互换性，因此其在我国各行各业得到广泛的应用。模具是机械、电子、轻工、国防等行业生产的重要工艺装备。由此可见，模具设计与制造技术在国民经济中的地位十分重要。现代工业技术的迅速发展，对模具的使用寿命、尺寸精度和表面质量等不断提出新的、更高的要求。而大力提高模具工业的人才素质并加强人才的培养，则成为振兴我国模具工业的根本任务之一。

本书以必需、够用为前提，以模具设计为主线，从工程力学入手，详细地介绍了金属塑性变形的基本理论；以通俗易懂的文字和丰富的图表，分析了各类冲压成形规律、计算方法及相应模具的设计要领；尤其列举了大量的各类模具典型结构与用途，以扩大知识面，且每章安排有思考题。在内容编排上，强调理论知识与生产实践相结合，内容力求适应应用型教学要求，注重能力的培养。本书的主要特点如下。

(1) 作为一门专业课，本书将冲压工艺与冲压模具紧密结合，使读者能综合掌握冲压技术。

(2) “冲压工艺与模具设计”具有极强的实践性特点，本书力求理论联系实际，引用了大量的实例，对典型模具结构进行分析，加深读者对课程内容的理解。

(3) 本书在编写过程中，严格遵循“实用性、综合性、先进性和创新性”的原则。

(4) 根据应用能力为本位的思想，省略了一些烦琐的理论推导及复杂计算，而注重实际应用知识和拓展读者知识面。

本书由魏春雷、徐慧民任主编，安家菊、钟慧萍、赵昌任副主编。全书共八个模块：模块一 概述；模块二 冲压变形基础；模块三 冲裁；模块四 弯曲；模块五 拉深；模块六 其他冲压成形工艺；模块七 多工位级进模设计；模块八 冲压工艺设计及案例分析。其中魏春雷编写模块二，徐慧民编写模块三，安家菊编写模块五、模块八，钟慧萍编写模块一、模块四，赵昌编写模块六、模块七。本书由陈智刚担任主审。

由于编者水平有限，本书难免还存在一些缺点和错误，恳请广大读者批评指正。

编 者



目 录

模块一 概述	001
思考题	005
模块二 冲压变形基础	006
学习单元一 力与变形	006
学习单元二 塑性变形时应力与应变的关系	016
学习单元三 材料的冲压成形性能及加工硬化现象	018
思考题	022
模块三 冲裁	023
学习单元一 冲裁过程的分析	024
学习单元二 冲裁模间隙	027
学习单元三 凸、凹模刃口尺寸的计算	033
学习单元四 排样	039
学习单元五 冲裁力	048
学习单元六 冲裁模分类及结构分析	054
学习单元七 冲裁模零部件结构	074
学习单元八 冲裁件的工艺性	113
思考题	116
模块四 弯曲	117
学习单元一 弯曲变形过程	118
学习单元二 最小弯曲半径	123
学习单元三 弯曲件的回弹	125
学习单元四 弯曲件的工艺计算	130
学习单元五 弯曲力的计算和设备选择	132
学习单元六 弯曲件的工艺性和工序安排	133
学习单元七 弯曲模工作部分设计	137
学习单元八 弯曲模的典型结构	141
思考题	148



模块五 拉深	149
学习单元一 圆筒形件拉深的变形过程	149
学习单元二 圆筒形件拉深的工艺计算及模具设计	157
学习单元三 阶梯形状零件的拉深	197
学习单元四 曲面形状零件的拉深	198
思考题	207
模块六 其他冲压成形工艺	208
学习单元一 胀形	208
学习单元二 翻边	216
学习单元三 缩口	227
学习单元四 校形与整形	232
学习单元五 旋压	235
思考题	239
模块七 多工位级进模设计	240
学习单元一 概述	240
学习单元二 多工位级进模的排样设计与工位安排	242
思考题	248
模块八 冲压工艺设计及案例分析	249
学习单元一 工艺方案的制定	249
学习单元二 冲压工艺实例	255
参考文献	265



模块一 概述

📖 内容提要：

本章讲述冲压及模具的概念；冲压的特点、发展及应用；冲压工序的分类及基本冲压工序。

📖 目的与要求：

1. 掌握冲压及模具的概念。
2. 了解冲压的特点、发展及应用。
3. 掌握冲压工序的分类，认识基本冲压工序。

📖 重点：

冲压及模具的概念，冲压的特点、发展及应用，冲压工序的分类。

📖 难点：

冲压基本工序。

一、冲压概念

冲压：利用冲压模具（凸模与凹模及结构附件）安装在压力机（如冲床、油压机等设备）或其他相关设备上，对材料（在常温下）施加压力，使其产生分离或塑性变形，从而获得一定形状和尺寸零件的一种加工方法。

冲压不仅可以加工金属材料，而且还可以加工非金属材料。

冲压模具：用于实现冲压工艺的一种工艺装备，简称工装。

冲压加工的三要素：合理的冲压工艺、先进的模具、高效的冲压设备。

冲压加工的三要素是决定冲压质量、精度和生产效率的关键因素，是不可分割的。先进的模具只有配备先进的压力机和合理的冲压工艺，才能充分发挥作用，做出一流产品，取得较高的经济效益。

二、冲压工序的分类

冲压工艺按其变形性质可分为分离工序与成形工序两大类，每一类中又包括许多不同的工序，如冲裁方面的工序，弯曲方面的工序，拉深方面的工序，成形方面的工序等，统称基



本工序，见表1-1。

分离工序：冲压成形时，变形材料内部的应力超过强度极限 σ_b ，使材料发生断裂而产生分离，从而成形零件。分离工序主要有剪裁和冲裁等。

成形工序：冲压成形时，变形材料内部应力超过屈服极限 σ_s ，但未达到强度极限 σ_b ，使材料产生塑性变形，从而成形零件。成形工序主要有弯曲、拉深、翻边等。

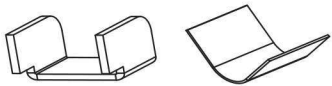
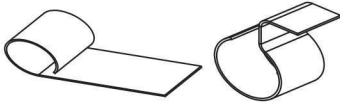
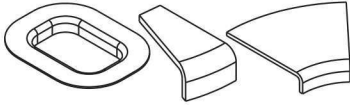
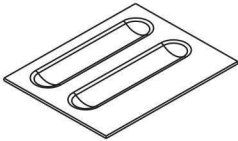
当大批量生产各种产品时，仅靠上述两类基本工序，是满足不了生产需要的，还得采用组合形式的工序，就是把两个或两个以上的单独基本工序组合起来灵活运用，进行设计。

表 1-1 冲压工序分类表

工序分类	工序特征	工序名称	说 明	工 序 简 图
分离工序	冲裁	落料	将材料沿封闭轮廓分离，被分离下来的部分大多是平板形的工件或工序件	
		冲孔	将废料沿封闭轮廓从材料或工序件上分离下来，从而在材料或工序件上获得需要的孔	
		切断	将材料沿敞开轮廓分离，被分离下来的部分大多是平板形的工件或工序件	
		切边（俗称飞边）	将制件（零件）边缘处不规则的形状部分冲裁下来（圆形和方形以及其他形状皆是）	
		剖切	将对称形状的半成品沿着对称面切开，成为制件	
		切舌	切口不封闭，并使切口内板料沿着未切部分弯曲	



续表

工序分类	工序特征	工序名称	说 明	工 序 简 图
变形工序	弯	压弯 (俗称成型、轧型)	将平板冲压成弯曲形状制件(零件)	
		卷边 (俗称卷圆、卷缘)	将板料的一端弯曲成接近圆筒形状	
	拉深	拉深 (俗称引申)	将板料冲压成形开口空心形状	
	成形	翻边	将平板边缘弯曲成竖立的曲边形状或直线形状或将孔附近的材料变成有限高度的圆筒形状	
		缩口	使管子形状的端部直径缩小	
		胀形	使空心件中间部分的形状胀大	
		起伏 (俗称压筋)	使板料局部凹隐或凸起	
		扭弯		



三、冲压工艺的特点及其应用

冲压生产过程的主要特点如下。

- (1) 依靠冲模和冲压设备完成加工，便于实现自动化，生产率很高，操作简便。
- (2) 冲压所获得的零件一般无须进行切削加工，故节省能源和原材料。
- (3) 冲压所用原材料的表面质量好，且冲件的尺寸公差有冲模保证，故冲压产品尺寸稳定，互换性好。
- (4) 冲压产品壁薄，质量轻，刚度好，可以加工成形状复杂的零件，小到钟表的秒针、大到汽车纵梁等。

四、冲压工艺的应用

冲压与其他加工方法相比，具有独到的特点，所以在工业生产中，尤其在大批量生产中应用十分广泛。在汽车、拖拉机、电器、电子产品、仪表、国防用品、航空航天用品以及日用品中随处可见到冲压产品。如不锈钢饭盒、搪瓷盆、高压锅、汽车覆盖件、冰箱门板、电子电器上的金属零件、枪炮弹壳等。

五、冲压技术现状与发展方向

1. 我国冲压技术现状

目前，我国的冲压技术、冲压模具与工业发达国家相比还有一定的差距，主要表现在：

- ① 冲压基础理论与成形工艺落后；
 - ② 模具标准化程度低；
 - ③ 模具设计方法和手段、模具制造工艺及设备落后；
 - ④ 模具专业化水平低。
- 结果导致我国模具在寿命、效率、加工精度、生产周期等方面与工业发达国家的模具相比差距相当大。

2. 冲压技术发展方向

随着我国计算机技术和制造技术的迅速发展，冲压模具设计与制造技术正由手工设计、依靠人的经验和常规机械加工技术向以计算机辅助设计（CAD/三维软件）、数控加工（CNC）制造技术转变。计算机辅助设计软件与模具设计和制造技术相结合的模具设计在我国已迅速发展，目前，我国已有相当多的厂家普及了计算机绘图、CAD/CAE/CAM。UG、Pro-E、SolidWorks、SolidCAM 等著名软件，在中国模具工业应用已相当广泛。

虽然我国的模具工业和技术在过去的十多年得到了快速发展，未来的十年，中国模具工业和技术的主要发展方向包括以下方面。

- (1) 提高模具的设计制造水平，使其朝着大型化、精密化、复杂化、长寿命化发展。
- (2) 在模具设计制造中更加普及和应用国产的 CAD/CAE/CAM 技术。
- (3) 发展快速成形和快速制造模具的技术。
- (4) 提高模具标准化水平和模具标准件的使用率。
- (5) 研究和开发优质的模具材料和先进的表面处理技术。
- (6) 研究和开发模具的抛光技术和设备。



- (7) 研究和普及模具的高速测量技术与逆向工程。
- (8) 研究和开发新的成形工艺和模具。

思考题

1. 什么是冲压？冲压的特点是什么？
2. 试比较分离工序和成形工序的不同之处。



模块二 冲压变形基础

📖 内容提要：

本章讲述冲压变形的基础知识。涉及变形、弹性变形、塑性变形、塑性、塑性条件、变形抗力、最小阻力定理、主应力、主应力状态、主应变、主应变状态、全量理论等概念；冲压成形基本原理和规律；冲压成形性能。

学习单元一 力与变形

📖 目的与要求：

1. 掌握变形、弹性变形、塑性变形、塑性、变形抗力等概念。
2. 掌握主应力状态、主应变状态等概念。
3. 掌握最小阻力定律、塑性变形体积不变条件的应用。

📖 重点与难点：

主应力状态、主应变状态等概念。

物质是由原子构成的，根据原子在物质内部的排列方式不同，可将固态物质分成为晶体和非晶体两大类。而所有固态金属和合金都是晶体。在没有外力作用时，金属中的原子处于稳定的平衡状态，金属物体保持已有的形状和尺寸。但当物体受到外力作用时，原子间原有的平衡状态便可能会遭到破坏，引起原子排列畸变，从而产生金属形状与尺寸的变化，也就是我们常说的变形。

变形：物体在外力作用下，所产生形状和尺寸的改变。

物体的变形都是施加于物体的外力所引起的内力作用或由内力直接作用的结果。然而，由于外力的作用状况、物体的尺寸以及模具的形状千差万别，物体各点的受力状况与变形情况也各不相同。

将低碳钢 Q235 制成的标准试件（如图 2-1 所示）安装在拉伸试验机的上、下夹头中，对其缓慢加载拉伸，直至把试件拉断为止。图 2-2 所示为在拉伸试验机上进行拉伸并利用



自动记录仪记录的实验结果，绘出拉伸过程中的应力与应变之间的关系曲线，即单向拉伸时得到的应力与应变曲线。我们可以将该曲线分为三个阶段。

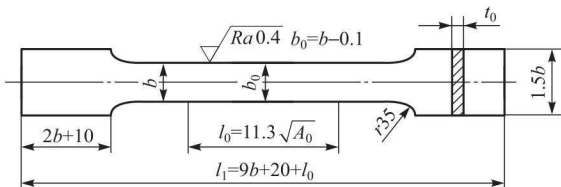


图 2-1 单向拉伸试件

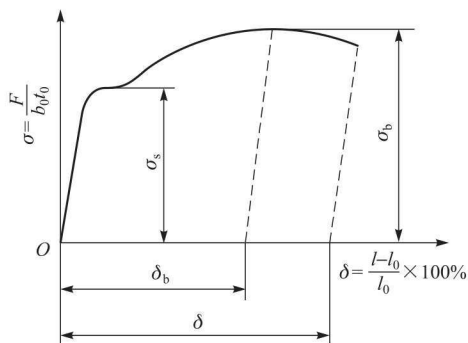


图 2-2 单向拉伸时的应力与应变曲线

1. 弹性变形阶段

当拉伸应力低于 σ_s 时，其变形的特点是应力 σ 与应变 δ 成正比；且当外力去除后，变形即消失，试样完全恢复到原来的形状和尺寸，此阶段为弹性变形阶段。

弹性变形：外力取消后物体能恢复原状（形状和尺寸恢复到原来的状态）的变形。

2. 塑性变形阶段

当拉伸应力超过 σ_s 后，应力 σ 就不再与应变 δ 成正比，且当外力去除后，变形只能恢复一部分，而不能完全恢复到原来的形状和尺寸，即仍有一部分的变形被保留下来。此阶段为塑性变形阶段。 σ_s 即为屈服极限。

塑性变形：外力取消后物体不能恢复原状的变形。

3. 断裂分离阶段

当拉伸应力小于 σ_b 时，试件各部分的变形是均匀的。但当拉伸应力增大到 σ_b 点时，在试件的某一局部，变形会急剧增加，横截面面积显著变小，出现颈缩现象； σ_b 点的应力为最大，随后应力下降直至被拉断。

金属的变形可分为三个连续阶段：弹性变形阶段、塑性变形阶段、断裂分离阶段。

一、塑性

塑性：是指固体材料在外力作用下发生塑性变形，而不破坏其完整性的能力。

塑性不仅取决于变形物体的种类，并且与变形方式（应力和应变状态）和变形条件（变形温度和变形速度）有关。

塑性指标：是以金属材料开始破坏时的塑性变形量来表示。

为了衡量金属塑性的高低，需要一种数量上的指标来表示，即塑性指标。塑性指标可以通过各种实验方法求得，各种实验方法均有其特定的受力状况和变形条件，所以塑性指标也只是具有相对的意义。常用的塑性指标有

$$\text{伸长率: } \delta = \frac{L_K - L_0}{L_0} \times 100\% \quad (2-1)$$



断面收缩率:

$$\psi = \frac{A_0 - A_K}{A_0} \times 100\% \quad (2-2)$$

式中 L_0 ——拉伸试样的原始标距长度;

L_K ——拉伸试样破断后标距间的长度;

A_0 ——拉伸试样的原始断面面积;

A_K ——拉伸试样破断处的断面面积。

二、变形抗力

物体发生变形是需要外力的。而外力又可以分成两类,一类是作用在物体表面上的力,称为面力,它可以是集中力,但更一般的是分布力;另一类是作用在物体每个质点上的力,例如重力、磁力等,称为体力。冲压成形时,体力相对面力而言是很小的,可以忽略不计。

变形力: 使金属产生变形的外力。

变形抗力: 金属抵抗变形的力。

变形抗力反映了使材料产生变形的难易程度;变形抗力和变形力数值相等,方向相反,一般以作用在金属和工具接触面上的平均单位面积上的变形力表示其大小。

最小阻力定律: 在塑性变形过程中,外力破坏了金属的平衡而强制金属发生流动,当金属有几个质点或每个质点有几个方向移动的可能时,它总是在阻力最小的地方且沿阻力最小的方向移动(弱区先变形)。

三、应力状态

应力: 单位面积上的内力。

点的应力状态: 物体内每一点上的受力情况。

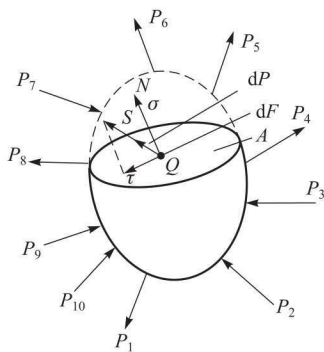


图 2-3 面力、内力和应力

在材料力学中,为了求得物体内的应力,常常采用切面法,即假想把物体切开,在一定条件下,直接利用内力和外力的平衡条件求得切面上的应力分布。

图 2-3 所示为一物体受外力系 P_1 、 P_2 、 $\dots$ 、 P_9 、 P_{10} 的作用而处于平衡状态,设物体内有任意一点 Q ,过 Q 点作法线为 N 的平面 A ,将物体切开并移去上半部,这时 A 面即可看成是下半部的外表面, A 面上作用的内力应该与下半部其余的外力保持平衡。这样,内力的问题就可以转化为外力来处理。

在 A 面上围绕 Q 点取一很小的面积 ΔF ,设该面积上内力的合力为 ΔP ,且定义 A 面上 Q 点的全应力 S 为

$$S = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{dP}{dF} \quad (2-3)$$

全应力 S 可以分解成两个分量,一个垂直于 A 面,为正应力,一般用 σ 表示;另一个平行于 A 面,为切应力,用 τ 表示;面积 dF 为 Q 点在 N 方向上的微分面, S 、 σ 、 τ 则分别



为 Q 点在 N 方向微分面上的全应力、正应力、切应力。

通过 Q 点可以做无限多的切面，在不同方向的切面上， Q 点的应力显然是不同的。现以单向均匀拉伸（如图 2-4 所示）进行分析，设一断面积为 F_0 的均匀截面棒料承受拉力 P ，通过棒料内一点 Q 作一切面 A ，其法线 N 与拉伸轴成 θ 角，将棒料切开并移去上半部。由于是均匀拉伸，故 A 面上的应力是均匀分布的。设 Q 点在 A 面上的全应力为 S ，则 S 的方向一定平行于拉伸轴，且大小为

$$S = \frac{P}{F_0 \cos \theta} = \frac{P}{F_0} \cos \theta = \sigma_0 \cos \theta \quad (2-4)$$

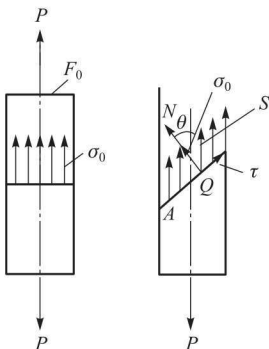


图 2-4 单向拉伸时的应力

式中 σ_0 ——与拉伸轴垂直的切面上的正应力。

正应力分量及切应力分量则分别为

$$\sigma = S \cos \theta = \sigma_0 \cos^2 \theta \quad (2-5)$$

$$\tau = S \sin \theta = \frac{1}{2} \sigma_0 \sin^2 \theta \quad (2-6)$$

在单向均匀拉伸的情况下，只要知道 Q 点任意一个切面上的应力，就可以通过上述公式求得其他切面上的应力。而且当 $\theta=0$ 时， $\tau=0$ ， $\sigma=\sigma_0$ 。

应力主平面：切应力 $\tau=0$ 的切面。

主应力：应力主平面上的正应力 σ_0 。

然而，在多向受力的情况下，显然不能由一点任意切面上的应力求得其他方向上的应力，也就是说，仅仅用某一方向切面上的应力并不足以全面地表示出一点所受应力的情况。

为了研究物体内部每一点的受力情况，假想把物体切成无数个极其微小的六面体（在物体边界上也可以是四面体或五面体），称为单元体。一个单元体可以代表物体的一个质点。根据单元体的平衡条件列出平衡微分方程，然后考虑其他必要的条件设法求解。

在变形物体上任意点取一个单元体（如图 2-5（a）所示），取单元体（其棱边分别平行于三根坐标轴）的六个相互垂直的表面作为微分面，其上有着大小不同、方向不同的全应力，设为 S_x 、 S_y 、 S_z ，其中每一个全应力又可分解为平行于坐标轴的三个分量，即一个正应力和两个切应力（如图 2-5（b）所示）。如果这三个微分面上的应力为已知，则该单元体任意方向上的应力都可以通过静力平衡方程求得，因此，无论变形体的受力状态如何，为了确定物体内部任意点的应力状态，只需知道九个应力分量，即三个正应力和六个切应力。又由于所取单元体处于平衡状态，故绕单元体各轴的合力矩必须等于零，即

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}; \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (2-7)$$

切应力互等定律：为了保持单元体的平衡，切应力总是成对出现的，它们大小相等，分别作用在两个相互正交的微分面内，其方向共同指向或背离两微分面的交线。

因此，为了表示一点的应力状态，实际上只需要知道六个分量：三个正应力和三个切应力。

同单向均匀拉伸一样，任何一种应力状态来，总存在这样一组坐标系，使单元体各表面上只出现正应力而不出现切应力，如图 2-5（c）所示，我们称该坐标系中的正应力称为主



应力（其数值有时也可能为零），一般按其代数值大小依次用 σ_1 , σ_2 , σ_3 表示，且 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ；带正号的主应力表示拉应力，带负号的主应力表示压应力。

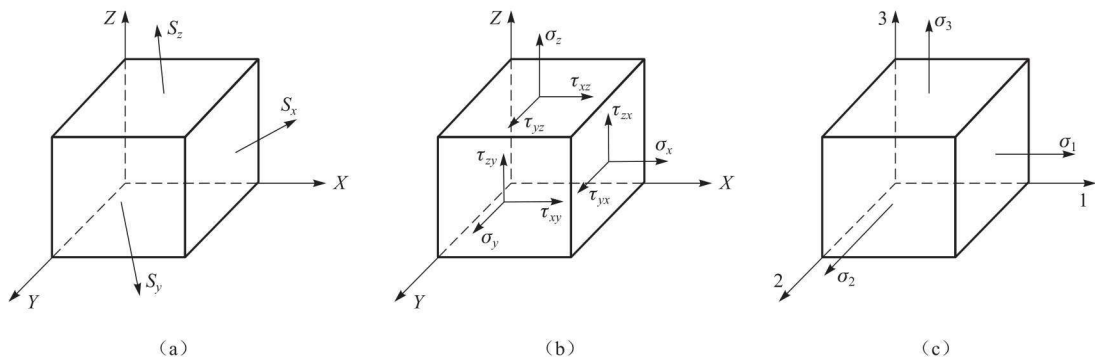


图 2-5 单元体上的应力状态

对于任意一点的应力状态，一定有（也只有）一组相互垂直的三个主应力，因此三个主应力中的最大者和最小者也就是一点所有方向的应力中的最大者和最小者。在三个主应力当中，如果有两个为零，则该点的应力状态为单向应力状态，如单向拉伸；如果有一个为零，则该点的应力状态为两向应力状态，又叫平面应力状态，如弯曲、扭转，塑性成形中的多数板料成形工序也可以看成是两向应力状态；如果三个主应力均不为零，则该点的应力状态为三向应力状态，如锻造、轧制等工艺。

主应力状态：以主应力表示的应力状态。

主应力状态图：以主应力表示其应力个数及其符号的简图。

可能出现的主应力状态图共有九种（如图 2-6 所示），即单向主应力状态图两种——单向受拉和单向受压；两向主应力状态图三种——两向受拉、两向受压和一向受拉一向受压；三向主应力状态图四种——三向受拉、三向受压、两向受拉一向受压、一向受拉两向受压。

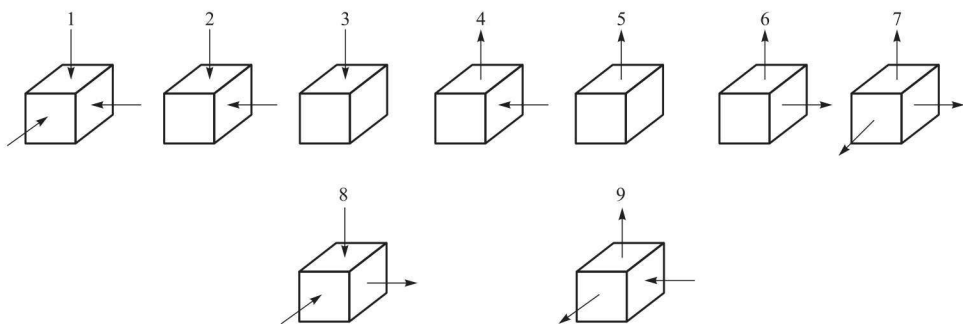


图 2-6 九种主应力状态图（按塑性发挥的有利程度排列）

平均主应力：单元体上的三个主应力的平均值，常用 σ_m 表示

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2-8)$$

任何一种应力状态都可以将其分解为两部分，如图 2-7 所示。第一部分是平均主应力 σ_m 为各向应力值的三向等应力状态，其特点是只能改变物体的体积，不能改变物体的



形状。第二部分是各个主应力与 σ_m 的差值为应力值构成的应力状态。其特点是只能改变物体的形状，而不能改变物体的体积。

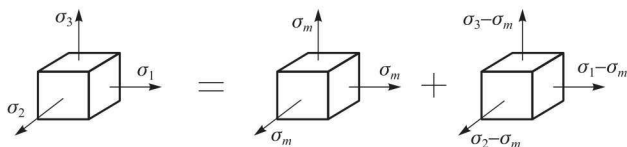


图 2-7 应力状态的分解

主切应力平面：切应力有极值的微分面。

主切应力：主切应力平面上作用的切应力。

除主平面上不存在切应力外，单元体其他方向的切面上都有切应力，通过列方程求解可知：主切应力平面共有三组，它们分别与一个应力主轴平行并与另两个应力主轴成 45° ，如图 2-8 所示。 τ_{12} 作用的面，平行于 3 轴与 1、2 轴相交成 $\pm 45^\circ$ ； τ_{23} 作用的面，平行于 1 轴与 2、3 轴相交成 $\pm 45^\circ$ ； τ_{31} 作用的面，平行于 2 轴与 1、3 轴相交成 $\pm 45^\circ$ 。

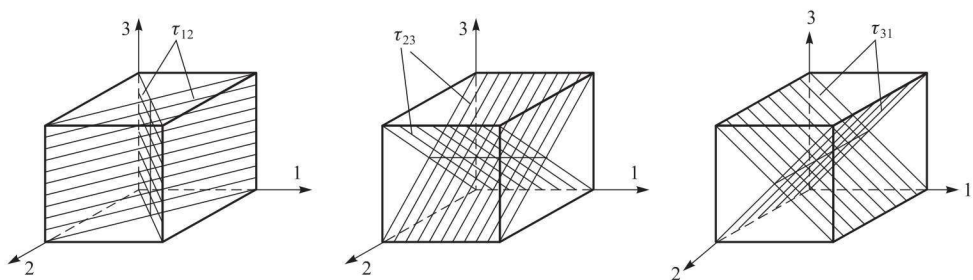


图 2-8 主切应力面

$$\begin{aligned}\tau_{12} &= \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \\ \tau_{23} &= \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \\ \tau_{31} &= \pm \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}\end{aligned}\quad (2-9)$$

每对主切应力面上的主切应力都相等，如图 2-9 所示。主切应力面上的主切应力和正应力值分别为

$$\begin{aligned}\sigma_{12} &= \pm \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \\ \sigma_{23} &= \pm \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \\ \sigma_{31} &= \pm \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}\end{aligned}\quad (2-10)$$