



普通高等教育中医药类“十三五”规划教材
全国普通高等教育中医药类精编教材

高等数学

第2版

GAODENG SHUXUE

(供中药学、药学、中医学、中西医临床医学等专业用)

主 编 邵建华 陈世红

副主编 汪旭升 胡灵芝 崔红新 张忠文

关红阳 李晓红 王蕴华



上海科学技术出版社

普通高等教育中医药类“十三五”规划教材
全国普通高等教育中医药类精编教材

高等数学

(第2版)

(供中药学、药学、中医学、中西医临床医学等专业用)

| 主 编 |
邵建华 陈世红

| 副主编 |
汪旭升 胡灵芝 崔红新 张忠文
关红阳 李晓红 王蕴华

| 主 审 |
王世钦



上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学 / 邵建华, 陈世红主编. —2 版. —上海:
上海科学技术出版社, 2019.5

普通高等教育中医药类“十三五”规划教材 全国普
通高等教育中医药类精编教材

ISBN 978-7-5478-4362-8

I. ①高… II. ①邵… ②陈… III. ①高等数学—中
医学院—教材 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 033927 号

高等数学(第 2 版)

主编 邵建华 陈世红

上海世纪出版(集团)有限公司 出版、发行
上海科学技术出版社

(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235 www.sstp.cn)

印刷

开本 787×1092 1/16 印张 15.5

字数 330 千字

2014 年 8 月第 1 版

2019 年 5 月第 2 版 2019 年 5 月第 2 次印刷

ISBN 978-7-5478-4362-8/O·71

定价: 35.00 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题, 请向工厂联系调换

普通高等教育中医药类“十三五”规划教材
全国普通高等教育中医药类精编教材

(以姓氏笔画为序)

- | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 王平 | 王键 | 王占波 | 王瑞辉 | 方剑乔 | 石岩 |
| 冯卫生 | 刘文 | 刘旭光 | 严世芸 | 李灿东 | 李金田 |
| 肖鲁伟 | 吴勉华 | 何清湖 | 谷晓红 | 宋柏林 | 陈勃 |
| 周仲瑛 | 胡鸿毅 | 高秀梅 | 高树中 | 郭宏伟 | 唐农 |
| 梁沛华 | 熊磊 | 冀来喜 | | | |

专家指导委员会名单

普通高等教育中医药类“十三五”规划教材
全国普通高等教育中医药类精编教材

编审委员会名单

名誉主任委员 洪 净

主任委员 胡鸿毅

委 员 (以姓氏笔画为序)

王 飞 王庆领 李铁浪 吴启南

何文忠 张文风 张宁苏 张艳军

徐竹林 唐梅文 梁沛华 蒋希成

主 编

邵建华 (上海中医药大学)

陈世红 (江西中医药大学)

副主编

汪旭升 (广西中医药大学)

胡灵芝 (陕西中医药大学)

崔红新 (河南中医药大学)

张忠文 (甘肃中医药大学)

关红阳 (辽宁中医药大学)

李晓红 (浙江中医药大学)

王蕴华 (天津中医药大学)

主 审

王世钦 (甘肃中医药大学)

编 委

魏新民 (甘肃中医药大学)

赵 莹 (上海中医药大学)

陈继红 (河南中医药大学)

孙继佳 (上海中医药大学)

刘 敏 (成都中医药大学)

王 剑 (广西中医药大学)

汪春华 (安徽中医药大学)

黄爱武 (湖南中医药大学)

郝晓枝 (云南中医药大学)

陈丽君 (湖北中医药大学)

韦 杰 (贵州中医药大学)

谢国梁 (黑龙江中医药大学)

学术秘书

孙继佳 (上海中医药大学)

新中国高等中医药教育开创至今历六十年。一甲子朝花夕拾,六十年砥砺前行,实现了长足发展,不仅健全了中医药高等教育体系,创新了中医药高等教育模式,也培养了一大批中医药人才,履行了人才培养、科技创新、社会服务、文化传承的职能和使命。高等中医药院校的教材作为中医药知识传播的重要载体,也伴随着中医药高等教育改革发展的进程,从少到多,从粗到精,一纲多本,形式多样,始终发挥着至关重要的作用。

上海科学技术出版社于1964年受国家卫生部委托出版全国中医院校试用教材,迄今,肩负了半个多世纪的中医院校教材建设和出版的重任,产生了一大批学术深厚、内涵丰富、文辞隽永、具有重要影响力的优秀教材。尤其是1985年出版的全国统编高等医学院校中医教材(第五版),至今仍被誉为中医教材之经典而蜚声海内外。

2006年,上海科学技术出版社在全国中医药高等教育学会教学管理研究会的精心指导下,在全国各中医药院校的积极参与下,组织出版了供中医药院校本科生使用的《全国普通高等教育中医药类精编教材》(以下简称“精编教材”),并于2011年进行了修订和完善。这套教材融汇了历版优秀教材之精华,遵循“三基”“五性”“三特定”的教材编写原则,同时高度契合国家执业医师考核制度改革和国家创新型人才培养战略的要求,在组织策划、编写和出版过程中,反复论证,层层把关,使“精编教材”在内容编写、版式设计和质量控制等方面均达到了预期的要求,凸显了“精炼、创新、适用”的编写初衷,获得了全国中医药院校师生的一致好评。

2016年8月,党中央、国务院召开了新世纪以来第一次全国卫生与健康大会,印发实施《健康中国2030”规划纲要》,并颁布了《中医药法》和《〈中国的中医药〉白皮书》,把发展中医药事业作为打造健康中国的重要内容。实施创新驱动发展、文化强国、“走出去”战略以及“一带一路”倡议,推动经济转型升级,都需要中医药发挥资源优势 and 核心作用。面对新时期中医药“创造性转化,创新性发展”的总体要求,中医药高等教育必须牢牢把握经济社会发展的大势,更加主动地服务和融入国家发展战略。为此,精编教材的编写将继续秉持“为院校提供服务、为行业打造精品”的工作要旨,

在全国中医院校中广泛征求意见,多方听取要求,全面汲取经验,经过近一年的精心准备工作,在“十三五”开局之年启动了第三版的修订工作。

本次修订和完善将在保持“精编教材”原有特色和优势的基础上,进一步突出“经典、精炼、新颖、实用”的特点,并将贯彻习近平总书记在全国卫生与健康大会、全国高校思想政治工作会议等系列讲话精神,以及《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020)》《中医药发展战略规划纲要(2016—2030年)》和《关于医教协同深化中医药教育改革与发展的指导意见》等文件要求,坚持高等教育立德树人这一根本任务,立足中医药教育改革要求,遵循我国中医药事业发展规律和中医药教育规律,深化中医药特色的人文素养和思想情操教育,从而达到以文化人、以文育人的效果。

同时,全国中医药高等教育学会教学管理研究会和上海科学技术出版社将不断深化高等中医药教材研究,在新版精编教材的编写组织中,努力将教材的编写出版工作与中医药发展的现实目标及未来方向紧密联系在一起,促进中医药人才培养与“健康中国”战略紧密结合起来,实现全程育人、全方位育人,不断完善高等中医药教材体系和丰富教材品种,创新、拓展相关课程教材,以更好地适应“十三五”时期及今后高等中医药院校的教学实践要求,从而进一步地提高我国高等中医药人才的培养能力,为建设健康中国贡献力量!

教材的编写出版需要在实践检验中不断完善,诚恳地希望广大中医药院校师生和读者在教学实践或使用中对本套教材提出宝贵意见,以敦促我们不断提高。

全国中医药高等教育学会常务理事、教学管理研究会理事长



2016年12月

高等数学是一门研究复杂现象的学科,其思想、方法等在自然科学、社会科学、医药科学和工程技术中发挥着重要的作用,使许多学科产生了质的飞跃,同时对人类文明、社会进步产生了巨大的影响,它既是大学素质教育重要的组成部分,又是中医药院校一门重要的基础课。

就中医药及相关专业开设高等数学课程而言,对应用性和创新性方面提出了更高的要求,必须对教材的定位、专业要求、教学对象进行认真的思考。我们将努力编写一本以学生为本,教师好教,以培养学生数学素养、提高综合能力等为目标,适应中医药时代发展的高等数学教材。

本教材是在全国中医药高等教育学会教学管理研究会的指导下,由上海中医药大学和江西中医药大学具体组织全国10余所高等中医药院校的专家教授,按照教育部对高等中医药院校高等数学的基本要求,同时结合各自院校的实际情况而编写的普通高等教育中医药类“十三五”规划教材。教材中充分体现了高等数学的数学思想、方法和文化,既满足了大众化教育对学生素养的要求,又体现了数学的系统性和应用性。

本书共分九章,主要包括一元函数微积分、多元函数微积分、微分方程基础和线性代数基础。在编写中注意在保持教学系统性的同时编入一些与医药结合的例题和习题,尽量体现中医药院校教材的特色。在每章的开始编写了导学部分(掌握、熟悉、了解)内容,便于学生抓住重点,另外在每章最后编写了拓展阅读,简要介绍数学发展的各类趣事及发现和发明过程,以增强学生热爱科学、努力进取的信心。

本教材的第一章和第二章由崔红新、陈继红、黄爱武编写,第三章由陈世红、张忠文、韦杰、魏新民编写,第四章由胡灵芝、陈丽君编写,第五章由郝小枝、刘敏、李晓红编写,第六章由胡灵芝、陈丽君编写,第七章由汪旭生、王蕴华、王剑编写,第八章由关红阳、汪春华、谢国梁编写,第九章由邵建华、孙继佳、赵莹编写。本书主要供高等中医药院校中药学、药学、中医学、中西医临床医学、护理学、针灸推拿学、康复、营养、卫生管理等专业各层次的学生使用。

在教材编写过程中,我们注意吸取各版教材的编写长处和各院校的教学经验,集思广益,力求编出特色,便于教学。由于水平所限,书中疏漏之处在所难免,敬请广大师生和读者提出宝贵意见,以便再版时修正和改进。

《高等数学》编委会

2019年2月

第一章 函数与极限	1
第一节 函数 / 1	
一、函数的定义与性质 / 1	
二、初等函数 / 3	
第二节 极限 / 5	
一、数列的极限 / 5	
二、函数的极限 / 5	
三、无穷小量与无穷大量 / 7	
四、函数极限的运算法则 / 9	
五、两个重要极限 / 10	
第三节 函数的连续与间断 / 12	
一、函数的连续 / 12	
二、函数的间断 / 13	
三、初等函数的连续性 / 14	
四、闭区间上连续函数的性质 / 14	
拓展阅读 函数、极限的发展简史 / 15	
习题 / 17	
第二章 导数与微分	19
第一节 导数的概念 / 19	
一、导数的引入 / 19	
二、导数的定义 / 20	
三、可导与连续的关系 / 21	
四、导数的基本公式 / 21	
第二节 导数的运算 / 22	

	一、导数的四则运算法则 / 22
	二、复合函数的求导法则 / 24
	三、隐函数的求导法则 / 25
	四、取对数的求导法则 / 27
	五、基本初等函数的求导公式 / 27
	六、高阶导数 / 28
第三节	变化率模型 / 29
	一、独立变化率模型 / 29
	二、相关变化率模型 / 30
	三、边际函数 / 31
第四节	函数的微分 / 32
	一、微分的概念 / 32
	二、微分的几何意义 / 33
	三、微分的计算 / 33
	四、微分的应用 / 34
拓展阅读	高等数学 / 36
	习题 / 37

第三章 导数的应用 39

第一节	微分中值定理 / 39
	一、罗尔定理 / 39
	二、拉格朗日中值定理 / 40
	三、柯西中值定理 / 42
第二节	洛必达法则 / 42
	一、“ $\frac{0}{0}$ ”, “ $\frac{\infty}{\infty}$ ” 型未定式的运算 / 43
	二、其他类型未定式的运算 / 44
第三节	函数的性态研究 / 46
	一、函数的单调性和极值 / 46
	二、函数的凹凸区间与拐点 / 50
	三、函数的渐近线 / 52
	四、函数图象的描绘 / 53
第四节	导数在实际问题上的简单应用 / 55
第五节	函数的幂级数展开式 / 57
	一、用多项式近似表示函数 / 57
	二、常用的几个函数的幂级数展开式 / 59

拓展阅读 罗尔、柯西与洛必达 / 62

习题 / 63

第四章 不定积分 65

第一节 不定积分的概念与性质 / 65

一、原函数与不定积分 / 65

二、不定积分的简单性质 / 67

第二节 不定积分的计算 / 68

一、基本公式 / 68

二、直接积分法 / 68

三、两类换元积分法 / 71

四、分部积分法 / 81

五、有理函数与三角函数的积分 / 85

拓展阅读 现代微积分的发展简史 / 88

习题 / 89

第五章 定积分及其应用 93

第一节 定积分的概念与性质 / 93

一、定积分的引入 / 93

二、定积分的定义 / 95

三、定积分的性质 / 97

第二节 定积分的计算 / 99

一、微积分的基本定理 / 99

二、定积分的换元积分法 / 100

三、定积分的分部积分法 / 103

第三节 定积分的应用 / 104

一、几何上的应用 / 104

二、物理上的应用 / 107

三、定积分在其他方面的简单应用 / 108

第四节 广义积分和 Γ 函数 / 111

一、广义积分 / 111

二、 Γ 函数 / 113

拓展阅读 莱布尼兹——博学多才的数学符号大师 / 114

习题 / 115

第六章 微分方程 118

- 第一节 微分方程的基本概念 / 118
- 第二节 一阶微分方程 / 121
 - 一、可分离变量的方程 / 121
 - 二、齐次方程 / 123
 - 三、一阶线性微分方程 / 124
 - 四、伯努利方程 / 126
- 第三节 二阶微分方程 / 127
 - 一、可降阶的微分方程 / 127
 - 二、二阶微分方程解的结构 / 129
 - 三、二阶常系数线性齐次微分方程 / 131
 - 四、二阶常系数线性非齐次微分方程 / 133
- 第四节 拉普拉斯变换求解微分方程 / 135
 - 一、拉普拉斯变换的概念与性质 / 135
 - 二、拉普拉斯变换及逆变换性质 / 137
 - 三、拉普拉斯变换求解微分方程 / 138
- 第五节 微分方程的简单应用 / 139
 - 一、肿瘤生长模型 / 139
 - 二、药学模型 / 140
- 拓展阅读 微分方程简介 / 143
- 习题 / 143

第七章 多元函数的微分学..... 147

- 第一节 空间解析几何基础知识 / 147
 - 一、空间直角坐标系 / 147
 - 二、平面与二次曲面 / 148
- 第二节 多元函数与极限 / 151
 - 一、多元函数的定义 / 151
 - 二、多元函数的极限 / 152
 - 三、多元函数的连续性 / 154
- 第三节 多元函数的偏导数与全微分 / 155
 - 一、偏导数 / 155
 - 二、高阶偏导数 / 157
 - 三、全微分 / 158
 - 四、全微分的应用 / 161

五、复合函数的微分法 / 162

六、全微分形式不变性 / 164

七、隐函数微分法 / 164

第四节 多元函数的极值 / 165

一、二元函数的极值 / 165

二、条件极值、拉格朗日乘数法 / 168

拓展阅读 拉普拉斯与拉格朗日 / 170

习题 / 170

第八章 多元函数的积分 173

第一节 二重积分的概念与性质 / 173

一、二重积分的引入 / 173

二、二重积分的概念 / 174

三、二重积分的性质 / 175

第二节 二重积分的计算 / 177

一、直角坐标系下二重积分的计算 / 177

二、极坐标系下二重积分的计算 / 180

第三节 二重积分的简单应用 / 182

一、几何上的应用 / 182

二、物理上的应用 / 183

第四节 曲线积分 / 185

一、对弧长的曲线积分 / 185

二、对坐标的曲线积分 / 187

三、格林公式与应用 / 191

拓展阅读 重积分的发展简史 / 195

习题 / 196

第九章 线性代数基础 199

第一节 行列式 / 199

一、行列式的概念 / 199

二、行列式的性质 / 204

第二节 矩阵 / 207

一、矩阵的概念 / 207

二、矩阵的运算 / 208

三、转置矩阵 / 213

四、方阵的行列式 / 214	
第三节 逆矩阵 / 214	
第四节 矩阵的初等变换与线性方程组 / 218	
一、矩阵的秩和初等变换 / 218	
二、利用初等变换求逆矩阵 / 219	
三、矩阵初等行变换与线性方程组 / 220	
第五节 矩阵的特征值与特征向量 / 223	
拓展阅读 矩阵理论的发展简史 / 225	
习题 / 226	
参考文献	229

第一章 函数与极限

导学

本章介绍函数、极限的概念,无穷小量与无穷大量,极限运算法则,两个重要极限,函数的连续性。

- (1) 掌握函数极限的基本运算法则;两个重要极限的应用。
- (2) 熟悉极限的概念;无穷小量与无穷大量;函数的连续性。
- (3) 了解函数和极限的实际应用。

客观世界的一切事物,无时无刻地发生变化,其运动现象及其内在的变化规律可以用变量之间的关系来描述。高等数学研究的主要对象就是变量之间的函数关系。研究函数的主要方法是极限。本章将主要介绍高等数学中的函数、极限和函数连续性等基本概念。

第一节 函数

一、函数的定义与性质

1. 常量、变量与邻域 在某变化过程中,不变的量是常量,变化的量是变量。

例如,球的体积公式为 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, 其中, π 是固定不变的量为常量, V 和 r 是变化的量为变量。

设 x_0 与 δ 是两个实数, $\delta > 0$, 区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 称为点 x_0 的邻域, 记作 $U(x_0, \delta)$; $(x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta)$ 称为点 x_0 的去心邻域, 记作 $\dot{U}(x_0, \delta)$ 。点 x_0 称为邻域的中心, δ 称为邻域的半径。

从几何上看, 点 x_0 的邻域就是距点 x_0 的距离小于 δ 的点所形成的开区间。根据 δ 取值的大小, 可以描述点 x_0 附近的点与 x_0 的接近程度。

在球体积公式中, 当半径 r 在 $(0, +\infty)$ 范围内任取一个数时, 体积 V 按对应法则都有唯一确定的值与之对应, 这两个变量间的关系称为函数关系。

2. 函数的概念

定义 在某一过程中, 设有两个变量 x 和 y , D 为一非空数集, 如果对于 D 内任一个数 x , 按照一