Xianxing Daishu Xitice

线性代数习题册

四川大学数学学院　编

四川大学出版社

Xianxing Daishu Xitice

线性代数习题册

四川大学数学学院 编

参编人员 陈 丽 胡朝浪 谭英谊

四川大学出版社

责任编辑:毕　潜
责任校对:唐　飞
封面设计:墨创文化
责任印制:王　炜

图书在版编目(CIP)数据

线性代数习题册 / 四川大学数学学院编. —成都：四川大学出版社，2013.8
ISBN 978－7－5614－7068－8

Ⅰ.①线…　Ⅱ.①四…　Ⅲ.①线性代数－高等职业教育－习题集　Ⅳ.①O151.2-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 181938 号

书名　**线性代数习题册**

编　　者　四川大学数学学院
出　　版　四川大学出版社
地　　址　成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发　　行　四川大学出版社
书　　号　ISBN 978－7－5614－7068－8
印　　刷　郫县犀浦印刷厂
成品尺寸　185 mm×260 mm
印　　张　7.5
字　　数　179 千字
版　　次　2014 年 8 月第 1 版
印　　次　2016 年 7 月第 2 次印刷
定　　价　15.00 元

◆读者邮购本书,请与本社发行科联系。
电话:(028)85408408/(028)85401670/
(028)85408023　邮政编码:610065
◆本社图书如有印装质量问题,请寄回出版社调换。
◆网址:http://www.scupress.net

目　录

线性方程组

一、利用高斯消元法,化下列方程组为系数矩阵是行阶梯形的方程组,并判断方程组是否有解,若有解,求其解.

1. ㊞ $\begin{cases} 2x_1+3x_2+x_3=1, \\ x_1+x_2+x_3=3, \\ 3x_1+4x_2+2x_3=4; \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1-3x_2+x_3=1, \\ 2x_1+x_2-x_3=2, \\ x_1+4x_2-2x_3=1, \\ 5x_1-8x_2+2x_3=5; \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3-x_4=2, \\ x_1+x_2+x_3+x_4=0, \\ 3x_1+2x_2+x_3+x_4=5, \\ 3x_1+6x_2-x_3-x_4=4. \end{cases}$

二、设一线性方程组 A 分别满足下列条件，判断该方程组是否有解，并说明理由.

1. 方程组 A 有 3×4 系数矩阵，该矩阵有三个主元列;

2. 方程组 A 有 3×4 增广矩阵，该矩阵第四列为主元列;

3. 方程组 A 的系数矩阵的每一行中都有一个主元;

4. 方程组 A 有三个变量、三个方程，其系数矩阵的每一列都有一个主元.

三、方程个数比未知量个数少的一个方程组，称为一个亚定组. 亚定方程组可能有解，也可能无解，为什么？若一个亚定组有解，试说明它一定有无穷多解. 请给出一个含两个方程的三元线性方程组，并举例说明.

四、方程个数比未知量个数多的一个方程组，称为一个超定组. 超定方程组是否有解？请给出一个含三个方程的二元线性方程组，并举例说明.

学院______ 姓名______ 学号______ 教师______

五、设线性方程组的增广矩阵为$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & a & 0 \end{bmatrix}$.

1. 该方程组是否无解?

2. 当 a 为何值时,方程组有唯一解? 当 a 为何值时,方程组有无穷多解?

六、设线性方程组的增广矩阵为$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & a & b \end{bmatrix}$.

1. 当 a,b 为何值时,方程组有无穷多解?

2. 当 a,b 为何值时,方程组无解?

七、已知方程组

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=3, \\ x_1+2x_2-ax_3=9, \\ 2x_1-x_2+3x_3=b. \end{cases}$$

1. 当 a,b 为何值时,方程组无解?

2. 当 a,b 为何值时,方程组有唯一解?

八、求数据$(1,12)$,$(2,15)$,$(3,16)$插值多项式 $P(t)=a_0+a_1t+a_2t^2$,即求 a_0,a_1,a_2,使得

$$\begin{cases} a_0+a_1(1)+a_2(1)^2=12, \\ a_0+a_1(2)+a_2(2)^2=15, \\ a_0+a_1(3)+a_2(3)^2=16. \end{cases}$$

九、一个投资者将 100 万元投给三家企业甲、乙、丙,所得利润率分别为 12%,15%,22%. 他想得到 20 万元的利润.

1. 如果投给乙的钱是投给甲的钱的 2 倍,那么应分别给甲、乙、丙投资多少?

2. 可不可以投给丙的钱等于投给甲与乙的钱的和?

十、某厂在每批次投料生产中,获得四种不同产量的产品,同时测算出各批次的生产总成本,列表如下:

生产批次	产量(吨)				总成本(万元)
	A	B	C	D	
1	4	2	2	1	58
2	10	5	4	2	141
3	5	2	2	1	68
4	20	9	8	3	275

求每种产品的单位成本.

十一、已知方程组

$$\begin{cases}\lambda x+y+z=0,\\ x+\lambda y-z=0,\\ 2x-y+z=0.\end{cases}$$

则当 λ 为何值时，方程组有非零解？并求其解.

十二、对于同一矩阵 $\boldsymbol{A}$，关于非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}(\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0})$ 和齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$，下列说法中正确的是(　　).

1. $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 无非零解时，$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 无解;
2. $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 有无穷多解时，$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有无穷多解;
3. $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有无穷多解时，$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 无非零解;
4. $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有唯一解时，$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 只有零解.

矩阵的加法　数乘　乘法

一、设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}3 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}$，求 $2\boldsymbol{A}-3\boldsymbol{B}$.

二、计算下列矩阵乘积.

1\. $\begin{bmatrix}1 & 2 & -1\\ -2 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$;

2. $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} [a \quad b \quad c]$；

3. $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_n]$；

4. $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$;

5. $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$.

学院__________ 姓名__________ 学号__________ 教师__________

三、求 $\boldsymbol{A}^n$, n 为自然数.

1. $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2\\3\\-1\end{bmatrix}[1 \quad 1 \quad -1]$;

2. $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}a&1&0\\0&a&1\\0&0&a\end{bmatrix}$;

3. $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\cos t & \sin t\\ -\sin t & \cos t\end{bmatrix}$.

四、已知对角形矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}a_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & a_2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & a_n\end{bmatrix}$，其中 $a_i, i=1,2,\cdots,n$ 两两互不相等，且 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{BA}$. 证明 $\boldsymbol{B}$ 必为对角形矩阵.