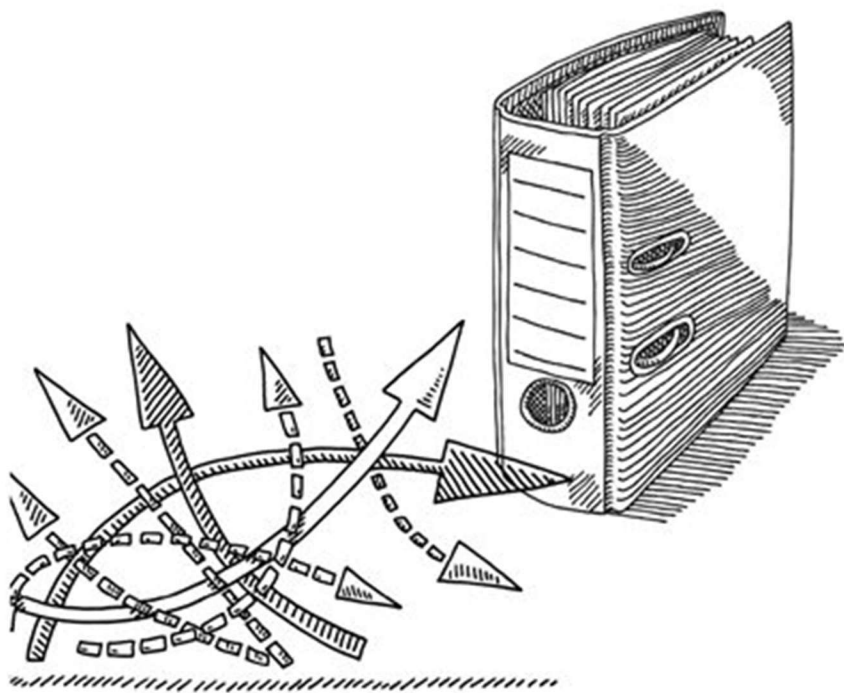


高等教育公共基础课精品系列规划教材



微积分习题集

主编 马军 许成锋



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

微积分习题集

主 编 马 军
许成锋

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

微积分习题集/马军,许成锋主编. —北京:北京理工大学出版社, 2016. 8
ISBN 978-7-5682-2978-4

I. ①微… II. ①马…②许… III. ①微积分—高等学校—习题集
IV. ①O172-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 196356 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(总编室)
(010)82562903(教材售后服务热线)
(010)68948351(其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 /

开 本 / 710 毫米×1000 毫米 1/16

印 张 / 9.25

字 数 / 214 千字

版 次 / 2016 年 8 月第 1 版 2016 年 8 月第 1 次印刷

定 价 / 21.00 元

责任编辑 / 陆世立

文案编辑 / 赵 轩

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 马振武

图书出现印装质量问题,请拨打售后服务热线,本社负责调换

目 录

练 习 1-1	1
练 习 1-2	3
练 习 1-3	6
练 习 1-4	9
练 习 1-5	12
第一章 测试题	15
练 习 2-1	18
练 习 2-2	21
练 习 2-3	23
第二章 测试题	26
练 习 3-1	29
练 习 3-2	31
练 习 3-3	33
练 习 3-4	35
练 习 3-5	37
练 习 3-6	39
* 练 习 3-7	40
第三章 测试题	42
练 习 4-1	45
练 习 4-2	47
练 习 4-3	49
练 习 4-4	50
练 习 4-5	51
第四章 测试题	53
练 习 5-1	55
练 习 5-2	57
练 习 5-3	59
第五章 测试题	62
练 习 6-1	64
练 习 6-2	66

练 习 6-3	69
练 习 6-4	71
练 习 6-5	73
第六章 测试题	77
练 习 7-1	79
练 习 7-2	82
练 习 7-3	85
练 习 7-4	87
练 习 7-5	90
练 习 7-6	92
第七章 测试题	94
练 习 8-1	97
练 习 8-2	98
练 习 8-3	100
练 习 8-4	102
练 习 8-5	104
练 习 8-6	106
练 习 8-7	108
第八章 测试题	110
练 习 9-1	112
练 习 9-2	114
练 习 9-3	117
练 习 9-4	122
练 习 9-5	124
练 习 9-6	125
第九章 测试题	127
练 习 10-1	129
练 习 10-2	131
练 习 10-3	135
第十章 测试题	140

练习 1-1

一、选择题

1. 函数 $f(x) = (x-2)\sqrt{\frac{x+1}{1-x}}$ 的定义域是().
(A) $[-1, 1)$ (B) $(-1, 1)$
(C) $[-1, 1]$ (D) $(-1, 1]$
2. 若 $f(x)$ 为奇函数, 则 $F(x) = x^3 f(x^2)$ 为().
(A) 奇函数 (B) 偶函数
(C) 既是奇函数也是偶函数 (D) 非奇非偶函数
3. 若 $f(x-1) = x(x-1)$, 则 $f(x) =$ ().
(A) $x(x+1)$ (B) $(x-1)(x-2)$ (C) $x(x-1)$ (D) 不存在
4. 设函数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$, 则 $f(x)$ 在定义域内().
(A) 有上界无下界 (B) 有下界无上界
(C) 有界且 $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{2}$ (D) 有界且 $-2 \leq f(x) \leq 2$
5. 下列函数对中, 函数相同的是().
(A) $f(x) = \lg x^2, g(x) = 2 \lg x$
(B) $f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2}$
(C) $f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3}, g(x) = x \sqrt[3]{x-1}$
(D) $f(x) = x+1, g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$

二、填空题

1. 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$ 则 $f[f(x)] =$ _____.
2. 函数 $f(x) = \ln(x+5) - \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ 的定义域是 _____.
3. 若 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 3$, 则 $f(x) =$ _____.
4. 若 $f(x) = \frac{1}{1-x}$, 则 $f(f(x)) =$ _____, $f(f(f(x))) =$ _____.
5. 函数 $y = 3^x - 1$ 的反函数是 _____.

三、设 $f(x) = e^{x^2}$, $f[\phi(x)] = 1 - x$, 且 $\phi(x) \geq 0$, 求 $\phi(x)$ 并写出它的定义域.

四、有一边长为 l 的正方形铁皮, 从它的四角剪去相等的四个小正方形, 然后折各边成一个无盖的铁盒, 求这盒子的容积与所截小正方形边长之间的函数关系.

五、设 xOy 平面上的正方形 $D: \begin{cases} 0 \leq x \leq a, \\ 0 \leq y \leq a \end{cases}$ 及一直线 $l: x + y = t$, 用 S 表示正方形 D 位于直线下方部分的面积, 试将 S 表示为 t 的函数, 其中 $t \geq 0$.

六、收音机每台售价为 90 元, 成本为 60 元, 厂方为鼓励销售商大量采购, 决定凡是订购量超过 100 台以上的, 每多订购一台, 售价就降低 1 分, 但最低价为每台 75 元,

- (1) 将每台的实际售价 P 表示为订购量 x 的函数;
- (2) 将厂方所获的利润 L 表示成订购量 x 的函数;
- (3) 某一商行订购了 1 000 台, 厂方可获利润多少?

练 习 1-2

一、选择题

1. 下列数列发散的是().

(A) $0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, \dots$ (B) $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

(C) $f(n) = \begin{cases} \frac{2^n+1}{2^n}, & n \text{ 为奇数,} \\ \frac{2^n-1}{2^n}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ (D) $f(n) = \begin{cases} \frac{n}{n+1}, & n \text{ 为奇数,} \\ \frac{n}{1-n}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$

2. 当 $x \rightarrow \infty$ 时, $\arctan x$ 的极限为().

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $-\frac{\pi}{2}$ (C) ∞ (D) 不存在, 但有界

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x-1} = (\quad)$.

(A) -1 (B) 1 (C) 0 (D) 不存在

4. 设 $f(x) = \begin{cases} x+1, & -1 < x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = (\quad)$.

(A) -1 (B) 1 (C) 0 (D) 不存在

5. 若函数 $f(x)$ 在某点 x_0 极限存在, 则().

(A) $f(x)$ 在 x_0 的函数值必存在且等于极限值

(B) $f(x)$ 在 x_0 的函数值必存在, 但不一定等于极限值

(C) $f(x)$ 在 x_0 的函数值可以不存在

(D) 如果 $f(x_0)$ 存在则必等于极限值

6. 下列数列中发散是().

(A) $x_n = \frac{1}{n}$ (B) $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$

(C) $x_n = \frac{1+(-1)^n}{n}$ (D) $x_n = 1+(-1)^n$

二、填空题

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 3n + 2}{3n^2 + 5n + 1} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{1}{n} + \frac{3}{n^2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^n + 5^n}{(-2)^{n+1} + 5^{n+1}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、求下列各极限

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{2x^4 - 3x^2 - 1}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right).$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n-1}{n^2} \right).$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} \right).$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}).$$

四、讨论函数 $f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ x+1, & 0 < x \leq 1, \\ x^2+1, & x > 1, \end{cases}$ 在点 $x=0, 1$ 处极限的存在性.

五、求 $\phi(x) = \frac{|x|}{x}$ 当 $x \rightarrow 0$ 时左、右极限, 并说明它在 $x \rightarrow 0$ 时极限是否存在?

六、已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 5}{3n + 2} = 2$, 求 a, b 的值.

七、判断 $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}}$ 是否存在, 若将极限过程改为 $x \rightarrow 0$ 呢?

练习 1-3

一、判断题

1. 无穷小量就是数 0. ()
2. 无穷大一定是无界变量. ()
3. 两个无穷小的商是无穷小. ()
4. 两个无穷大的和一定是无穷大. ()
5. 两个无穷小的和一定是无穷小. ()
6. 无界变量一定为无穷大量. ()
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$. ()
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$. ()

二、选择题

1. 无穷小量是().
(A) 比 0 稍大一点的一个数 (B) 一个很小很小的数
(C) 以 0 为极限的一个变量 (D) 0 数
2. 已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - ax + 4}{x - 1} = -3$, 则 $a =$ ().
(A) 3 (B) 5 (C) 4 (D) -5
3. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, 则().
(A) 当 $g(x)$ 为任意函数时, 才有 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$ 成立
(B) 仅当 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ 时, 才有 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$ 成立
(C) 当 $g(x)$ 为有界时, 有 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$ 成立
(D) 仅当 $g(x)$ 为常数时, 才能使 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$ 成立
4. “当 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x) - A$ 是无穷小”是“ $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ ”的().
(A) 必要条件 (B) 充分条件
(C) 充要条件 (D) 无关条件
5. 若 $f(x) = \begin{cases} 0, & x=0, \\ 1, & x \neq 0, \end{cases}$ 则().
(A) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在 (B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)}$ 不存在
(C) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ (D) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

6. $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处有定义是 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在的().

(A)必要条件

(B)充分条件

(C)充要条件

(D)无关条件

三、填空题

1. $\lim_{x \rightarrow x_0} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x + \sin x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\lim_{x \rightarrow x_0} x \arctan \frac{1 + \sin x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 4x + 1) = \underline{\hspace{2cm}}.$

四、求下列极限

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{3x^2 - x - 2}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}.$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{1+x^2}}.$

5. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{3x^2 + 4}.$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 1}{x^2 + 7x}.$

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \cos x}{x - 8}.$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+6}{3x^2+x+3}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}).$$

五、已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - ax - b \right) = 0$, 其中 a, b 为常数, 求 a, b 的值.

六、求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 + e^{\frac{1}{x}}}{1 + e^{\frac{2}{x}}} + \frac{x}{|x|} \right)$.

练 习 1-4

一、选择题

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$ 的值为().

- (A) 1 (B) ∞ (C) 不存在 (D) 0

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sin x \right) = ()$.

- (A) ∞ (B) 不存在 (C) 1 (D) 0

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin^2(1-x)}{(x+1)^2(x+2)} = ()$.

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) 0 (D) $\frac{2}{3}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^{2x} = ()$.

- (A) e^{-2} (B) ∞ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

5. 下列极限计算正确的是().

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$ (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

(C) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$ (D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

二、求下列极限

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x - 1}$.

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 2 \sin x}{x + \sin x}$.

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$.

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \sin \frac{x}{2^n}$.

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x \sin x}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos x \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\sqrt{x}-1)}{x-1}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 3x}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin \frac{2}{x^2}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x-\pi}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{3x}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} \right)^x.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2-x}{2} \right)^{\frac{2}{x}-1}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{x+1}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x-3x}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(1+x)}.$$

$$21. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2 + \pi^2} + \frac{n}{n^2 + 2\pi^2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n\pi^2} \right).$$

$$22. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2 + 1} + \frac{3}{n^2 + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n + 1} \right).$$

练 习 1-5

一、选择题

1. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin \frac{x}{3}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0, \end{cases}$ 要使 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 处连续, 则

$a = (\quad)$.

(A) 0

(B) 1

(C) $\frac{1}{3}$

(D) 3

2. 点 $x=1$ 是函数 $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x < 1, \\ 1, & x = 1, \\ 3-x, & x > 1, \end{cases}$ 的 $(\quad)$.

(A) 连续点

(B) 第一类非可去间断点

(C) 可去间断点

(D) 第二类间断点

3. 方程 $x^4 - x - 1 = 0$ 至少有一个根的区间是 $(\quad)$.

(A) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

(B) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

(C) $(2, 3)$

(D) $(1, 2)$

4. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ 则 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的 $(\quad)$.

(A) 可去间断点

(B) 无穷间断点

(C) 连续点

(D) 跳跃间断点

5. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{1-x}}{x}, & x \neq 0, \\ k, & x = 0, \end{cases}$ 如果 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 那么

$k = (\quad)$.

(A) 0

(B) 2

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 1

二、填空题

1. 如果函数 $f(x)$ 当 $x \rightarrow a$ 时的左右极限存在, 但 $f(x)$ 在 $x=a$ 处不连续, 则称间断点 $x=a$ 为第 类间断点.

2. 函数 $f(x) = \frac{x}{\ln|x-1|}$ 的间断点是 .

3. 设 $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x \geq 0, \\ (a+b)x^2+x, & x < 0 \end{cases}$ $a+b \neq 0$, 则处处连续的充分必要条件是

$b = \underline{\hspace{2cm}}$.