物理学实验指导

WULIXUE SHIYAN ZHIDAO

（供中医类、中西医结合、中药、药学等专业用）

主　编　邵建华　韦相忠

副主编　郭晓玉　杨林静　钱天虹

刘　慧　叶　红

上海科学技术出版社

物理学实验指导

（供中医类、中西医结合、中药、药学等专业用）

主　编

邵建华　韦相忠

副主编

郭晓玉　杨林静　钱天虹

刘　慧　叶　红

上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

物理学实验指导 / 邵建华,韦相忠主编.—上海:上海科学技术出版社,2017.8

ISBN 978-7-5478-3586-9

Ⅰ.①物… Ⅱ.①邵… ②韦… Ⅲ.①物理学—实验—中医学院—教材 Ⅳ.①04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第161969号

物理学实验指导
主编　邵建华　韦相忠

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社　出版
(上海钦州南路71号　邮政编码200235)
上海世纪出版股份有限公司发行中心发行
200001　上海福建中路193号　www.ewen.co
印刷
开本787×1092　1/16　印张9.25
字数220千字
2017年8月第1版　2017年8月第1次印刷
ISBN 978-7-5478-3586-9/R·1401
定价:20.00元

编委会名单

主　编

邵建华（上海中医药大学）　　韦相忠（广西中医药大学）

副主编

郭晓玉（河南中医药大学）　　杨林静（云南中医学院）

钱天虹（安徽中医药大学）　　刘　慧（成都中医药大学）

叶　红（上海中医药大学）

编　委

王　勤（贵阳中医学院）　　王文龙（长春中医药大学）

王冬梅（黑龙江中医药大学）　　王蕴华（天津中医药大学）

朱慧芬（云南中医学院）　　邬家成（安徽中医药大学）

刘海英（辽宁中医药大学）　　张　莉（北京中医药大学）

张灵帅（河南中医药大学）　　陈继红（河南中医药大学）

林　蓉（上海中医药大学）　　俞　允（福建中医药大学）

莫嘉雯（广西中医药大学）　　高建平（甘肃中医药大学）

凌高宏（湖南中医药大学）　　彭春花（上海中医药大学）

学术秘书

林　蓉（上海中医药大学）

主　审

侯俊玲（北京中医药大学）

编写说明

本书是根据普通高等教育中医药类规划教材《物理学》教学大纲对物理实验的基本要求，参照全国各相关院校物理学实验教学改革，并结合中医药院校目前开设的物理学实验现状编写而成，由全国15所高等中医药院校长期从事物理学、物理学实验教学的教师共同参与。本书供高等中医药院校中医学、中西医结合、中药、药学等专业的学生使用。

本书注重反映物理学在中医药领域的最新应用成果，选取物理学与医药学结合比较突出的项目，以激发学生的学习兴趣，达到更好的学习效果。全书共精选了涉及基本测量、力学、流体力学、声学、电磁学、物理光学等内容的23个实验，每个实验都有明确的实验目的、实验器材、仪器描述、实验原理、实验步骤和注意事项等，要求学生完成实验后做相应的数据记录和处理，最后还附有思考题，加深学生对实验原理和操作的印象，培养学生的实践和创新能力。考虑到全国中医药院校实验仪器、实验方法存在差异的实际情况，同一个实验中尽可能介绍多种仪器和不同的方法，以便各院校自行选用。书末附有与物理学实验相关的常数表，以供参考。

本书在编写过程中得到了上海中医药大学、广西中医药大学等全国各高等中医药兄弟院校领导和同行的大力支持。各位编委在实验项目的选择、实验设计、实验编写等过程中尽心尽责、孜孜不倦，在此一并表示由衷的感谢。

由于水平有限，书中不足和纰漏之处在所难免，希望广大师生和读者提出宝贵意见，以便再版时更正。

《物理学实验指导》编委会

2017年5月

目录

绪　论

物理学是研究物质运动最基本、最普遍规律的科学，也是现代医学的基础学科之一，它的理论和实验方法被广泛地应用于医学中，并且正在积极地推动着医学的发展。物理学又是一门实验科学，其规律的发现和理论的建立，都必须以严格的物理学实验为基础。因此，要掌握现代医学科学知识和技术，就必须具备一定的物理学理论知识、物理实验的方法和技能。在高等医学院校中，“物理学实验”是配合“物理学”而开设的相对独立的一门课程。本课程除了物理学实验所包含的一些基本内容之外，把侧重点放在与医学、生命科学联系较为密切的一些实验上。它与理论课相辅相成，既有联系，又相对独立。通过“物理学”课程的学习，使学生能获得在今后的实际工作和医学理论研究中所必需的物理学知识；而“物理学实验”所传授给学生的方法和技能，使他们能运用这些实验能力去解决医学实践中的一些问题，提高解决实际问题的能力，培养严谨的科学作风。

一、物理学实验的目的和主要环节

（一）物理学实验的目的和任务

（1）通过实验使学生直接观察物理现象，进一步分析和研究物理现象，探讨其产生的原因及规律，巩固和加深对物理现象及规律的认识。

（2）通过实验使学生熟悉仪器的结构性能和操作方法，学习正确地使用仪器，学会对实验数据的科学处理，掌握物理实验的方法，提高实验技能。

（3）通过实验培养学生严肃认真、细致谨慎、一丝不苟、实事求是的科学态度，以及克服困难、坚韧不拔的工作作风。

（二）物理学实验的主要环节

为达到物理学实验课的目的，学生应重视物理学实验教学的三个重要环节。

（1）实验预习：课前详细阅读实验教材，明确实验目的、原理和方法；并学会从中整理出主要实验条件、实验步骤及实验注意事项，根据实验要求设计记录数据的表格。充分的课前预习是实验能否取得成功的关键。

（2）实验操作：了解和遵守实验室的规章制度，以一个科学工作者的标准要求自己，有条理地使用仪器，安全操作，细心观察实验现象，认真钻研和探索实验中的问题，在教师的指导下学习解决问题的方法，重点培养实验技能。

（三）实验报告

实验后要认真细致地对实验数据作出整理和计算，对结果加以分析，在此基础上写出实验报告。其中数据处理过程包括计算、作图、误差分析等。实验报告是对实验的最终总结，要求包含以下几方面的内容：① 实验题目。② 实验目的。③ 实验器材。④ 简明的实验原理。⑤ 简要的实

验步骤。⑥ 实验数据及其处理(所测量数据、实验结果的计算、误差的计算)。⑦ 记录实验时的环境条件,如室温、气压等。⑧ 讨论总结,回答相关问题。

二、测量误差及数据处理

物理学实验离不开物理量的测量。由于测量仪器、测量方法、测量条件、测量人员等因素的限制,测量结果不可能绝对准确。所以,需要对测量结果的误差范围作出估计,并能正确地表达实验结果。

本文主要介绍测量与误差的基本概念、误差的分类与估算、有效数字及其运算规则、常用的数据处理方法等方面的基本知识。这些知识不仅在每个实验中都要用到,而且是今后从事科学实验工作所必须了解和掌握的。

(一)物理量的测量与误差

1. 测量及分类　在物理学实验过程中,不仅要对物理现象的变化过程进行定性观察,还要对一系列物理量进行定量的测定,从而探索物理量之间的关系,总结出它们的规律性,建立起定律和定理。从这个意义上来说,物理学实验首先碰到的就是测量问题。所谓测量就是将待测的物理量与选定的同类单位量相比较,所得的倍数就是该未知量的测量值。

测量分为直接测量与间接测量两种类型。直接测量是用仪器直接将待测量与选定的同类单位量进行比较,即直接在仪器上读出待测量的数值。例如,用米尺测量物体的长度、用秒表测量时间、用温度计测量温度等。间接测量是由几个直接测量出的物理量,通过已知的公式、定律进行计算从而求出待测量。例如,要测量圆柱体的体积,首先要测量其直径和高度,然后再用公式计算才能得出结果,大多数测量都属于这一类。

2. 测量的误差及分类　物理量在客观上存在着绝对准确的数值,称为真值。实际测量得到的结果称为测量值,由于测量仪器、实验条件以及观察者的感官和环境的限制等诸多因素的影响,测量不可能无限精确,因此测量值只是近似值,测量值 X 与客观存在的真值 X_0 之间总有一定的差值 $\Delta X = X - X_0$,这就是我们所说的测量的误差。讨论误差的来源,消除或减少测量的误差,是提高测量的准确程度而使测量结果更为可信的关键。

根据误差的性质和产生的原因,误差可分为三类:系统误差、偶然误差和粗大误差。

(1)系统误差:是指在同一条件(指方法、仪器、环境、人员)下多次测量同一物理量时,结果总是向一个方向偏离,其数值一定或按一定规律变化。系统误差的特征是具有一定的规律性,其来源有以下几个方面。

1)仪器误差:它是由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器而造成的误差。如螺旋测微器的零点不准,天平不等臂等。

2)理论误差:它是由于测量所依据的理论公式本身的近似性,或实验条件不能达到理论公式所规定的要求,或测量方法不当等所引起的误差。如实验中忽略了摩擦、散热、电表的内阻等。

3)个人误差:它是由于观测者本人生理或心理特点造成的误差。如有人用秒表测时间时,总是使之过快。

4)环境误差:它是由于外界环境性质(如光照、温度、湿度、电磁场等)的影响而产生的误差。如环境温度升高或降低,使测量值按一定规律变化。

产生系统误差的原因通常是可以被发现的,原则上可以通过修正、改进加以排除或减小。分

析、排除和修正系统误差，要求测量者有丰富的实践经验，这方面的知识和技能在我们以后的实验中会逐步地学习，并要求很好地掌握。

（2）偶然误差：是指相同测量条件下，多次测量同一物理量时，误差的绝对值和符号的变化，时大时小、时正时负，以不可预定方式变化着的误差。

引起偶然误差的原因也很多，与仪器精密度和观察者感官灵敏度有关，如无规则的温度变化、气压的起伏、电磁场的干扰、电源电压的波动等。这些因素不可控制又无法预测和消除。

当测量次数很多时，偶然误差就显示出明显的规律性。实践和理论都已证明，偶然误差服从一定的统计规律（正态分布），其特点表现如下。① 单峰性：绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。② 对称性：绝对值相等的正负误差出现的概率相同。③ 有界性：绝对值很大的误差出现的概率趋于零。④ 抵偿性：误差的算术平均值随着测量次数的增加而趋于零。因此，增加测量次数可以减小偶然误差，但不能完全消除。

（3）粗大误差：是指由于测量者过失，如实验方法不合理、用错仪器、操作不当、读错数值或记错数据等引起的误差，是一种人为的过失误差，不属于测量误差。只要测量者采取严肃认真的态度，过失误差是可以避免的。在数据处理中要把含有粗大误差的异常数据加以剔除。

3. 测量结果的表示

（1）测量结果的最佳值（近真值）

1）算术平均值：对某一物理量在相同条件下进行 k 次测量，各次结果分别为 X_1、X_2、X_3，… X_k，则它们的算术平均值为

$$\overline{X}=\frac{X_1+X_2+X_3+\cdots+X_k}{k}=\sum_{i=1}^{k}\frac{X_i}{k}$$

根据偶然误差的抵偿性，随着测量次数的无限增加，偶然误差的算术平均值趋近于零，那么此测量值的算术平均值也将趋近于真值。这个算术平均值可认为是被测物理量的最佳值或近真值。为了减小偶然误差，在可能的情况下，总是采用多次测量，并将其算术平均值作为被测量物理量的真值。

2）公认值（或理论值）：我们还经常遇到一些被测量已经有公认值（或理论值）。这时，可用公认值（或理论值）作为真值。

3）单次测量值：在实验中，由于条件限制使测量不能重复，或者对测量准确度要求不高等原因，而对一个物理量只进行一次直接测量，这时就以这一次测量值作为近真值。

（2）绝对误差和相对误差：测量值与真值之差 $\Delta X=|X-\overline{X}|$ 是以误差的绝对值来表示测量的误差，它反映测量值偏离真值的大小，具有与测量值相同的单位，通常称之为绝对误差。在本文中介绍的算术平均误差、标准误差都是指绝对误差。

绝对误差与真值的比值定义为相对误差，相对误差通常用百分率来表示，记做 E，即

$$E=\frac{\Delta X}{\overline{X}}\times 100\%$$

（3）测量结果的表示：通常把测量结果表示为以下形式。

$$X=\overline{X}\pm\Delta X$$

$$E=\frac{\Delta X}{\overline{X}}\times 100\%$$

这样测量的结果及测量误差就完整地给出了。

4. 测量误差(绝对误差)的处理方法

(1) 直接测量值的误差：常用以下几种方法表示。

1) 算术平均误差(平均绝对误差)：各次测量值 X_i 与算术平均值 $\overline{X}$ 的差值的绝对值 $\Delta X_i=|X_i-\overline{X}|$，反映了各次测量的误差，又称为绝对误差。各次测量的绝对误差的平均值定义为算术平均误差，即

$$\overline{\Delta X}=\frac{\Delta X_1+\Delta X_2+\Delta X_3+\cdots+\Delta X_k}{k}=\sum_{i=1}^{k}\frac{\Delta X_i}{k}$$

因为它是以误差的平均值表示测量值的绝对误差，故 $\overline{\Delta X}$ 又称为平均绝对误差，它表明被测量物理量的平均值的误差范围。也就是说，被测量物理量的值的大部分在 $\overline{X}+\overline{\Delta X}$ 和 $\overline{X}-\overline{\Delta X}$ 之间，因而测量结果应表示为 $X=\overline{X}\pm\overline{\Delta X}$。

2) 标准误差：求各次测量值 X_i 与算术平均值 $\overline{X}$ 的差，再取其平方的平均值，然后开方，称为标准误差，记作 σ，即

$$\sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{k}\frac{(X_i-\overline{X})^2}{k}}=\sqrt{\sum_{i=1}^{k}\frac{(\Delta X_i)^2}{k}}$$

标准误差在正式的误差分析和计算中，常作为偶然误差大小的量度。被测物理量的结果可表示为 $X=\overline{X}\pm\sigma$。

对只进行一次直接测量的物理量，其误差可根据实际情况进行合理的估算。通常，可按仪器上标明的仪器误差作为单次测量的误差。如果没有注明，可取仪器最小刻度的一半作为单次测量的绝对误差。

当被测量值已经有公认值(或理论值)时，绝对误差就取我们所得到的测量值与公认值(或理论值)之差的平均绝对值。

(2) 间接测量值的误差：在物理学实验中大多数测量是间接测量。被测量值是由多个直接测量值通过一定的函数计算得出的结果。例如，要测一个均匀小球的密度 ρ。先用游标卡尺测出它的直径 d，利用体积公式算出其体积 $V=\frac{\pi}{6}d^3$，再用托盘天平测出它的质量 m，根据密度公式求得其密度 $\rho=\frac{6m}{\pi d^3}$。直接测量值 d、m 的误差必然对间接测量值 ρ 的误差有所影响，这一问题可应用误差传递公式来进行处理。

设 A、B 为直接测量值，其测量值可表示为 $A=\overline{A}\pm\overline{\Delta A}$，$B=\overline{B}\pm\overline{\Delta B}$。$X$ 为间接测量值，$X=f(A, B)$。那么，间接测量误差结果的表示如下。

1) 和的误差

若 $$X=A+B$$

则 $$\bar{X}\pm\overline{\Delta X}=(\bar{A}\pm\overline{\Delta A})+(\bar{B}\pm\overline{\Delta B})=(\bar{A}+\bar{B})\pm(\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B})$$

于是得

算术平均值为 $$\bar{X}=\bar{A}+\bar{B}$$

平均绝对误差为 $$\overline{\Delta X}=\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}$$

相对误差为 $$\frac{\overline{\Delta X}}{\bar{X}}=\frac{\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}}{\bar{A}+\bar{B}}$$

2）差的误差

若 $$X=A-B$$

则 $$\bar{X}\pm\overline{\Delta X}=(\bar{A}\pm\overline{\Delta A})-(\bar{B}\pm\overline{\Delta B})=(\bar{A}-\bar{B})\pm(\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B})$$

于是得

算术平均值为 $$\bar{X}=\bar{A}-\bar{B}$$

平均绝对误差为 $$\overline{\Delta X}=\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}$$

相对误差为 $$\frac{\overline{\Delta X}}{\bar{X}}=\frac{\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}}{\bar{A}-\bar{B}}$$

考虑到可能产生的最大误差，和差运算中的平均绝对误差等于各直接测量值的平均绝对误差之和。

3）积的误差

若 $$X=A\cdot B$$

则 $$\bar{X}\pm\overline{\Delta X}=(\bar{A}\pm\overline{\Delta A})\cdot(\bar{B}\pm\overline{\Delta B})=\bar{A}\cdot\bar{B}\pm\bar{B}\cdot\overline{\Delta A}\pm\bar{A}\cdot\overline{\Delta B}\pm\overline{\Delta A}\cdot\overline{\Delta B}$$

于是得

算术平均值为 $$\bar{X}=\bar{A}\cdot\bar{B}$$

略去带有因子 $\overline{\Delta A}\cdot\overline{\Delta B}$ 的项（因其值较小），考虑到可能产生的最大误差，则平均绝对误差为

$$\overline{\Delta X}=\bar{B}\cdot\overline{\Delta A}+\bar{A}\cdot\overline{\Delta B}$$

相对误差为 $$\frac{\overline{\Delta X}}{\bar{X}}=\frac{\overline{\Delta A}}{\bar{A}}+\frac{\overline{\Delta B}}{\bar{B}}$$

4）商的误差

若 $$X=\frac{A}{B}$$

则

$$\bar{X}\pm\overline{\Delta X}=\frac{\bar{A}\pm\overline{\Delta A}}{\bar{B}\pm\overline{\Delta B}}=\frac{(\bar{A}\pm\overline{\Delta A})(\bar{B}\mp\overline{\Delta B})}{(\bar{B}\pm\overline{\Delta B})(\bar{B}\mp\overline{\Delta B})}\quad=\frac{\bar{A}\cdot\bar{B}\pm\bar{B}\cdot\overline{\Delta A}\mp\bar{A}\cdot\overline{\Delta B}-\overline{\Delta A}\cdot\overline{\Delta B}}{\bar{B}^2-\overline{\Delta B}^2}$$

略去带有因子 $\overline{\Delta A}\cdot\overline{\Delta B}$ 和 $\overline{\Delta B}^2$ 的项，考虑到可能产生的最大误差，则算术平均值为 $\overline{X}=\dfrac{\overline{A}}{\overline{B}}$

平均绝对误差为 $$\overline{\Delta X}=\frac{\overline{B}\cdot\overline{\Delta A}+\overline{A}\cdot\overline{\Delta B}}{\overline{B}^2}$$

相对误差为 $$\frac{\overline{\Delta X}}{\overline{X}}=\frac{\overline{\Delta A}}{\overline{A}}+\frac{\overline{\Delta B}}{\overline{B}}$$

由此可见，乘除运算的相对误差等于各直接测量值的相对误差之和。

5）次方与根的误差：由乘除法的相对误差公式，可以证明

若 $X=A^n$， 则 $\dfrac{\overline{\Delta X}}{\overline{X}}=n\cdot\dfrac{\overline{\Delta A}}{\overline{A}}$

若 $X=A^{\frac{1}{n}}$， 则 $\dfrac{\overline{\Delta X}}{\overline{X}}=\dfrac{1}{n}\cdot\dfrac{\overline{\Delta A}}{\overline{A}}$

上述各种运算，可推广到有任意个直接测量值的情况。从以上结论可看到，当间接测量值的计算式中只含加减运算时，先计算绝对误差、后计算相对误差比较方便；当计算式中含有乘、除、乘方或开方运算时，先计算相对误差、后计算绝对误差较为方便。

其他函数的误差传递公式，我们不一一证明，将常用公式列于绪表-1中，以备查阅。

绪表-1 常用误差计算公式

函数表达式	绝对误差 $\overline{\Delta N}$	相对误差 $\overline{\Delta N}/\overline{N}$
$N=A+B$	$\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}$	$(\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B})/(\overline{A}+\overline{B})$
$N=A-B$	$\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}$	$(\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B})/(\overline{A}-\overline{B})$
$N=A\cdot B$	$\overline{B}\cdot\overline{\Delta A}+\overline{A}\cdot\overline{\Delta B}$	$\overline{\Delta A}/\overline{A}+\overline{\Delta B}/\overline{B}$
$N=A/B$	$(\overline{B}\cdot\overline{\Delta A}+\overline{A}\cdot\overline{\Delta B})/\overline{B}^2$	$\overline{\Delta A}/\overline{A}+\overline{\Delta B}/\overline{B}$
$N=A^n$	$n\overline{A}^{n-1}\cdot\overline{\Delta A}$	$n\cdot\overline{\Delta A}/\overline{A}$
$N=A^{\frac{1}{n}}$	$\dfrac{1}{n}\overline{A}^{\frac{1}{n}-1}\cdot\overline{\Delta A}$	$\dfrac{1}{n}\cdot\overline{\Delta A}/\overline{A}$
$N=\sin A$	$(\cos\overline{A})\cdot\overline{\Delta A}$	$(\mathrm{ctg}\ \overline{A})\cdot\overline{\Delta A}$
$N=\cos A$	$(\sin\overline{A})\cdot\overline{\Delta A}$	$(\mathrm{tg}\ \overline{A})\cdot\overline{\Delta A}$
$N=\mathrm{tg}\,A$	$\overline{\Delta A}/\cos^2\overline{A}$	$2\overline{\Delta A}/\sin\overline{2A}$
$N=\mathrm{ctg}\,A$	$\overline{\Delta A}/\sin^2\overline{A}$	$2\overline{\Delta A}/\sin\overline{2A}$
$N=kA$（k 为常数）	$k\cdot\overline{\Delta A}$	$\overline{\Delta A}/\overline{A}$

（二）有效数字及其运算法则

物理量的测量值都有误差，即这些测量值都是一些近似数，因此它们与数学中的数应该有不同的意义和处理方法，必须采用有效数字及其运算规则。

1. 测量仪器的精密度　仪器的精密度(又称精度)是指在正确使用测量仪器时,所能测得的最小的准确值,它一般由仪器的分度(仪器所标示的最小分划单位)决定。例如,米尺的最小分格是 1 mm,其精密度就是 1 mm。有的仪器有特殊标记,如某一天平的感量是 0.01 g,其精密度也就是 0.01 g,此时就不能用最小分格来代表精密度。电子仪表的精密度是以级数标记的,如某电表是 2.5 级,表示测量误差为 2.5%。级数越小,精密度就越高。

2. 有效数字的概念　测量中所得的数据包括两部分:一部分是从仪器的刻度上准确地读出来的,称准确数字;另一部分是从仪器的最小刻度以下估读出来的,称可疑数字。准确数字和可疑数字合称有效数字。例如,我们用米尺测得圆柱体的高为 3.26 cm,前两位 3.2 是从米尺上整分度数读取的,因而是准确数字,而第三位数 6 是估读出的,是可疑数字。用有效数字记录测量值,不但反映了测量值的大小,而且反映了测量的准确程度。对同一事物的测量,仪器的精密度越高则测量值的有效数字的位数就越多。关于有效数字还应注意以下几点。

(1) 有效数字的位数与单位换算无关:进行单位换算不能改变有效数字的位数。例如,$5\ \mathrm{m} \neq 500\ \mathrm{cm}$,否则改变了测量的精确程度。正确的写法应是用科学记数法表示成 $5\ \mathrm{m}=5\times10^{2}\mathrm{cm}$,都保持 1 位有效数字。

(2) 有效数字与“0”的关系:数字前面的“0”不算有效数字。例如,两组数 263.8 cm 和 0.002 638 km,它们的精确度都一样,显然数字前面的“0”并不影响测量结果的精确度,这两组数都是 4 位有效数字;数字后面的“0”为有效数字。例如,266.8 cm 和 266.800 cm,从数字上看,它们是相等的量,但是在测量上的意义却完全不同,它们有不同的精确度。所以数字后面的“0”不能随意增加或删去。

(3) 有效数字舍入法则:为了使入的概率等于舍的概率,现在通用的做法是“4 舍 6 入 5 凑偶”。尾数小于 5 则舍,大于 5 则入,等于 5 则凑成偶数。例如,1.635 取三位有效数字为 1.64,12.605 取 4 位有效数字为 12.60,6.036 取 2 位有效数字为 6.0,0.076 取 1 位有效数字为 0.08。

3. 有效数字的运算法则

总的原则:准确数字与准确数字进行四则运算时,其结果仍为准确数字;准确数字与可疑数字以及可疑数字与可疑数字进行四则运算时,其结果均为可疑数字;在最后的结果中只保留一位可疑数字,其后多余的可疑数字是无意义的,应按有效数字舍入法则截去。

从有效数字运算的总原则出发,可以得到以下一些具体的有效数字运算的具体规则。

(1) 加、减运算:和或差的小数点后位数与参与运算的各数据项中小数点后位数最少的相同。在以下的举例运算中,我们在可疑数字下面加一横线,以便和准确数字相区别。

例 1:$31.\underline{1}+5.29\underline{6}=36.\underline{396}=36.\underline{4}$

例 2:$152.\underline{4}-131.75\underline{6}=20.\underline{644}=20.\underline{6}$

(2) 乘、除运算:积或商的有效数字位数与参与运算的各数中有效数字位数最少的那个数相同。

例 1:$2.41\underline{6}\times1.\underline{5}=3.\underline{624}=3.\underline{6}$

例 2:$48.8\underline{3}\div1.2\underline{3}=39.7$

(3) 乘方、开方运算:结果的有效数字一般取与底数的有效数字位数相同。

例 1:$\sqrt{258.\underline{6}}=16.0\underline{8}$

例 2:$(5.1\underline{2})^{2}=26.\underline{2}$

（4）三角函数运算：结果的有效数字位数与角度的有效数字位数相同。

例 1：$\cos 65.\underline{7}^\circ = 0.41\underline{2}$

（5）对数运算：结果的有效数字位数与真数的有效数字位数相同。

例 1：$\lg 20.5\underline{6} = 1.31\underline{3}$

（6）其他：自然数或常数 π、e、$\sqrt{5}$、$\frac{1}{7}$ 等，这些数不是测量值，其有效数字可以取任意多位，但一般仅比测量值多取一位有效数字参与运算。

下面我们举例说明，如何根据有效数字运算法则进行误差计算。

若用米尺分别对圆柱体的高和直径做三次测量，结果如下：$h_1 = 20.1\ \text{mm}$，$h_2 = 20.4\ \text{mm}$，$h_3 = 20.5\ \text{mm}$，$D_1 = 5.1\ \text{mm}$，$D_2 = 5.3\ \text{mm}$，$D_3 = 5.3\ \text{mm}$，求圆柱体的高、直径和体积测量结果的平均值、平均绝对误差、相对误差并做出结果表示。

解：直接测量值 h、D 的平均值为

$$\bar{h} = \frac{1}{3} \times (20.1 + 20.4 + 20.5) = 20.3\ \text{mm}$$

$$\bar{D} = \frac{1}{3} \times (5.1 + 5.3 + 5.3) = 5.2\ \text{mm}$$

平均绝对误差为

$$\overline{\Delta h} = \frac{1}{3} \times (|20.1 - 20.3| + |20.4 - 20.3| + |20.5 - 20.3|) = 0.2\ \text{mm}$$

$$\overline{\Delta D} = \frac{1}{3} \times (|5.1 - 5.2| + |5.3 - 5.2| + |5.3 - 5.2|) = 0.1\ \text{mm}$$

相对误差为

$$\frac{\overline{\Delta h}}{\bar{h}} = \frac{0.2}{20.3} = 1\% \qquad \frac{\overline{\Delta D}}{\bar{D}} = \frac{0.1}{5.2} = 2\%$$

结果表示为

$$h = \bar{h} \pm \overline{\Delta h} = (20.3 \pm 0.2)\text{mm} \qquad D = \bar{D} \pm \overline{\Delta D} = (5.2 \pm 0.1)\text{mm}$$

$$E = 1\% \qquad E = 2\%$$

间接测量值 V 的平均值为

$$\bar{V} = \frac{1}{4}\pi \bar{D}^2 \bar{h} = \frac{1}{4} \times 3.14 \times 5.2^2 \times 20.3 = 4.3 \times 10^2\ \text{mm}^3$$

相对误差为

$$\frac{\overline{\Delta V}}{\bar{V}} = 2\frac{\overline{\Delta D}}{\bar{D}} + \frac{\overline{\Delta h}}{\bar{h}} = 2 \times 2\% + 1\% = 5\%$$

平均绝对误差为

$$\overline{\Delta V}=\bar{V}\times\frac{\overline{\Delta V}}{\bar{V}}=4.3\times10^{2}\times5\%=0.2\times10^{2}\ \mathrm{mm}^{3}$$

结果表示为

$$V=\bar{V}\pm\overline{\Delta V}=(4.3\pm0.2)\times10^{2}\ \mathrm{mm}^{3}$$
$$E=5\%$$

（三）实验数据的处理方法

1. 列表法　对于实验所得的测量数据，画出表格进行记录，这种方法不仅把物理量之间的对应关系表示得清楚明了，而且可随时检查测量数据是否合理，便于及时发现和纠正错误，提高处理数据的效率。

设计记录表格要合理，表中每行（或每列）之首位应标明其物理量和所用单位，然后将测量数据分类填入表格中。若为间接测量，还应列出计算公式。此外，实验时间、环境温度、气压等也可记录于表格之首，以便参考。

2. 图示法　在许多情况下，实验所得数据是表示一个物理量（因变量）随另一个物理量（自变量）而改变的关系。这些对应关系的变化情况，通常用图表法将它们以曲线的形式描绘出来。但要正确描绘出一条实验曲线，必须注意以下几点。

（1）一般以横轴表示自变量，纵轴表示因变量。在坐标轴的末端还应表明所示物理量的名称、单位，在图的下方标出图名。

（2）根据测量数据的范围选定坐标分度，应尽量使曲线占据图纸大部分或全部。为了调整曲线的大小和位置，在某些情况下，横轴和纵轴的标度可以不同，两轴交点的标度也不一定从零开始。轴上的标度应隔一定间距用整数标出，以便寻找和计算。

（3）用符号将实验所取得的数据点在图中标出。如果在同一图上做几条曲线，则每条曲线的数据点须用不同符号（如“×”“＊”等）分别标出，以避免混淆。

（4）把标出的各数据点连接起来绘出平滑曲线。由于实验过程中不可避免地会产生误差，因此不可能将每一个点都包括在曲线上，允许有一定的偏离。但绘图时要尽量使偏离曲线两侧的点数差不多相等，以使曲线上每个点都接近于所要求的平均值。

3. 线性拟合法　当需要从实验数据出发列出经验方程时，最常用的方法是用最小二乘法经线性拟合（或称最小二乘法线性回归）求得回归方程。下面对这种方法做一个简单的介绍。

先假定所研究的两个物理量 x 和 y 之间存在着线性相关关系

$$y=a+bx \tag{绪-1}$$

称为回归方程。

现有测得的数据组为 $(x_i, y_i)(i=1,\ 2,\ \cdots n)$，问题是如何测定系数 a、b 使其符合给定的拟合优劣准则，使下式为最小

$$\sum_{i=1}^{n}[y_i-(a+bx_i)]^2 \tag{绪-2}$$

令 $f(a,\ b)=\sum\limits_{i=1}^{n}[y_i-(a+bx_i)]^2$，由数学知识可知，上面的问题为求以 a、b 为自变量的二

元正值函数 $f(a, b)$ 的最小值问题。将式(绪-2)分别对 a、b 求偏导数，并令其为 0，解得

$$b = \frac{x_0 y_0 - (xy)_0}{x_0^2 \, (x^2)_0}$$

$$a = y_0 - b x_0$$

当 a、b 取上述值时，就可使 $f(a, b)$ 为最小，其中

$$x_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \quad y_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$(xy)_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i, \quad (x^2)_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

将所求得的 a、b 代回式(绪-1)，便得到了所需的回归方程。

［习题］

(1) 产生测量误差的主要原因是什么？如何才能减少测量的误差？

(2) 用分度值为 0.01 mm 的游标卡尺测一长约 2 mm 的物体，问此游标卡尺的精密度是多少？测量结果应为几位有效数字？若改用分度值为 1 mm 的米尺去测量，其精密度为多少？可以读出几位有效数字？

(3) 尾数的舍入法则与“四舍五入”法有何不同？

(4) 用游标卡尺测量钢珠的直径(单位：mm)，数据分别为：12.28，12.27，12.26，12.29，12.28，求：① 钢珠直径的标准误差、平均绝对误差、相对误差，并写出结果表达式；② 钢珠体积的平均值、相对误差、平均绝对误差，并写出钢珠体积的结果表达式。

(5) 0℃时空气中声速为(331.63±0.04)m/s，试求其绝对误差和相对误差。

(6) 说明下列各数有效数字的位数。

0.005 400	1.28	8 100	3.007 4
0.018	5.310×10^{-2}	7.347×10^{5}	5.8×10^{8}

(7) 用有效数字运算法则计算下列各式。

① $57.82 + 0.711 - 13.3 =$　　② $35.85 \times 0.653 =$

③ $5.476 \times 10^{4} \div 3\,000 =$　　④ $7.493 \times 10^{-5} - 3.7 \times 10^{-6} =$