

2019 年

云南省高等职业技术学院

招生考试

复习练习册

云南省现代教育评估中心 编

数 学

SHU XUE



云南大学出版社
YUNNAN UNIVERSITY PRESS

编写说明

高等职业技术教育面向“三校生”招生，目的是为了中等专业学校、职业高中（中专）学校、技工学校毕业生继续提高其专业水平及整体素质，以适应我国现代化建设的需要。为使报名参加高等职业技术教育招生考试的考生能在一个平等的起点上参加考试，云南省招生考试院聘请了相关大专院校、中专、职高、技校有经验的教师、专家，针对高等职业教育的特点，根据我省三类学校学生的实际情况，编写了《云南省高等职业技术学院招生考试说明》，作为指导考生报考的学习资料。为了进一步提高考生的考试水平和能力，云南省现代教育评估中心依据《云南省高等职业技术学院招生考试说明》组织有关专家和有经验的教师，编写了《云南省高等职业技术学院招生考试复习练习册》，供考生复习练习用。该练习册通过多种形式的练习，提高学生的解题能力；通过以练促学，引导考生探索学习的基本规律，掌握科学的学习方法，巩固所学的基础知识；通过考前复习练习，为考试冲刺提速加油，为“三校生”实现美好的愿望铺路搭桥。

本套丛书于2003年编写，在使用六年、研究六年（2004~2009年）的基础上广泛征集了各方面的意见和建议，于2010年9月组织编者进行了较大幅度的调整和修改。2011年10月、2012年10月、2013年10月编者根据高考形式的变化及招生考试过程中反映出来的问题，三次对《复习练习册》做了相应的调整和修改。2014年8月，云南省招生考试院决定，从2015年开始，云南省高等职业技术学院招生考试将逐步试行和完善“文化知识+专业技能”考试模式，并对《云南省高等职业技术学院招生考试说明》做了较大修改。从2015年起，文化知识考试科目及分值调整为：语文120分，数学100分，英语100分，政治100分。为此，2014年10月编者又一次对《复习练习册》做了相应的调整和修改，2015年10月，2016年10月，2017年10月三次对《复习练习册》做了新的修订，2018年10月编者再次做了修改、调整。各科所编模拟训练题及模拟试卷参照2002~2018年云南省高等职业技术学院招生考试试题的题型和命题规律编写，经过此次修订，将更加切合、贴近2019年云南省高等职业技术学院招生考试命题趋势和考试内容，使同学们能通过练习，巩固所学基础知识，提高应试能力。本丛书充分体现了系统性、权威性、代表性、针对性，注意了科学性、规范性、实践性、灵活性，重在指导学生归纳整理所学知识，有助于考生应用所学知识解决实际问题，提高考试成绩。本丛书共四册，书名为：

《云南省高等职业技术学院招生考试复习练习册·语文》

《云南省高等职业技术学院招生考试复习练习册·数学》

《云南省高等职业技术学院招生考试复习练习册·英语》

《云南省高等职业技术学院招生考试复习练习册·政治》

本册主编为左艳芳，副主编为唐思和、杨恒芬、洪银胜。

我们诚恳地希望老师和同学们在使用过程中提出宝贵意见！

编者
2018年10月

目 录

第一章 基础知识模拟训练题	(1)
第二章 集合、不等式与不等式组模拟训练题	(5)
第三章 函数模拟训练题	(9)
第四章 三角函数模拟训练题(一)	(13)
第四章 三角函数模拟训练题(二)	(17)
第五章 平面向量模拟训练题	(21)
第六章 直线、二次曲线模拟训练题(一)	(25)
第六章 直线、二次曲线模拟训练题(二)	(29)
第七章 多面体、旋转体模拟训练题	(33)
第八章 数列模拟训练题(一)	(37)
第八章 数列模拟训练题(二)	(41)
第九章 复数模拟训练题	(45)
云南省高等职业技术教育招生考试数学模拟试卷(一)	(49)
云南省高等职业技术教育招生考试数学模拟试卷(二)	(53)
云南省高等职业技术教育招生考试数学模拟试卷(三)	(57)
云南省高等职业技术教育招生考试数学模拟试卷(四)	(61)
云南省高等职业技术教育招生考试数学模拟试卷(五)	(65)
云南省高等职业技术教育招生考试数学模拟试卷(六)	(69)
云南省高等职业技术教育招生考试数学模拟试卷(七)	(73)
云南省高等职业技术教育招生考试数学模拟试卷(八)	(77)
云南省高等职业技术教育招生考试数学模拟试卷(九)	(81)
2018 年云南省高等职业技术教育招生考试数学试题	(85)
参考答案	(89)

第一章 基础知识

知识梳理

1. $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$; $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$
2. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$; $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.
 $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$; $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
3. 方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的求根公式
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$
4. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$; $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$
 $a^0 = 1 (a \neq 0)$; $\log_a b \cdot \log_b a = 1$; $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$, $\log_a^b = \begin{cases} \lg b, & a = 10, \\ \ln b, & a = e = 2.71828 \dots \end{cases}$
 $\log_a^b = \frac{\log_c^b}{\log_c^a}$
5. $p \Rightarrow q \Leftrightarrow 7q \Rightarrow 7p$

模拟训练题

一、单项选择题(本大题共 20 小题, 每小题 2 分, 共 40 分)

1. 若 $\log_2(x-1) = 1$, 则 x 等于 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 下列计算正确的是 ()
A. $a^8 \div a^4 = a^2$ B. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$
C. $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$ D. $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$
3. 设 $x^2 + ax + 3 = (x-1)(x+b)$, 则 a, b 的值为 ()
A. -4, -3 B. 4, -6 C. -4, 6 D. 4, -6
4. 分式 $\frac{x^2-4}{(x-1)(x-2)} = \frac{3}{2}$, 则 x 的值等于 ()
A. -1 B. 3 C. 3 或 -3 D. 7
5. 函数 $f(x) = x^2 + ax + 3$ 的对称轴是 $x = 1$, 则 $a =$ ()
A. -4 B. 4 C. -2 D. 2
6. 直线 l 斜率为 -1, 则直线 l 的倾斜角为 ()
A. -45° B. 45° C. -135° D. 135°

7. 设 $a - a^{-1} = 2$, 则 $a^2 + a^{-2}$ 的值为 ()
 A. 6 B. 12 C. 14 D. 16
8. 与已知圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 的圆半径相同, 圆心为 $(1, 1)$ 的圆的方程是 ()
 A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ B. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$
 C. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 3$ D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3$
9. 下列各组函数表示同一函数的是 ()
 A. $f(x) = \frac{x^2}{x}$ $g(x) = x$ B. $f(x) = 1$ $g(x) = (x - 1)^0$
 C. $f(x) = x$ $g(x) = (\sqrt{x})^2$ D. $f(x) = x^2 - 2x + 1$ $g(t) = (t - 1)^2$
10. 设 $x^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{3}{2}}$, 则 x 的值为 ()
 A. 9 B. 3 C. $3^{\frac{9}{8}}$ D. $3^{\frac{9}{4}}$
11. 设 x_1 和 x_2 为方程 $x^2 + ax + b = 0 (a > 0)$ 的两根, 且 $x_1^2 + x_2^2 = 4$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{2}{3}$, 则 a 等于 ()
 A. $\frac{15}{2}$ B. $\frac{16}{3}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$
12. $\log_{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{4}{9}} + 2 \cdot 8^0 + 8^{\frac{1}{3}}$ 等于 ()
 A. 5 B. 4 C. 3.5 D. 2
13. $\log_x 2 \sqrt{2} = \frac{3}{2}$, 则 x 的值是 ()
 A. 10 B. 4 C. 2 D. $\frac{3}{2}$
14. 若 $27^x = 9$, 则 x 等于 ()
 A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{2}{3}$
15. $a = \log_{0.5} 2019$, $b = \log_2 4.8$, $c = \log_2 5.12$, 则 ()
 A. $b < c < a$ B. $a < b < c$ C. $a < c < b$ D. $c < b < a$
16. $(\sqrt{1-a})^2 + \sqrt{(a-1)^2} =$ ()
 A. 0 B. $2a$
 C. $2 - 2a$ D. $2a - 2$
17. 函数 $y = \log_3(x - 1)$ 为增函数的区间是 ()
 A. $\mathbb{R}$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $[0, 1]$
18. 已知抛物线 $y = 2x^2 + ax - 1$ 的顶点坐标为 $(1, b)$, 则 ()
 A. $a < 4$, $b = 3$ B. $a = -4$, $b = 3$
 C. $a = 4$, $b = -3$ D. $a = -4$, $b = -3$
19. 若两个集合 $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ 、 $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 则交集 $A \cap B$ 等于 ()
 A. $\{2\}$ B. $\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 C. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ D. $\{1, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

20. 设 $\log_a 3 = 2$, $\log_b 4 = 7$, 则 $a^4 \cdot b^{14}$ 的值为 ()
A. 144 B. 9 C. 7 D. 125

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

21. 已知 $2x - 6 = 0$, 则 $\log_x 9 =$ _____.
22. 已知 $\log_3 7 = a$, $\log_2 7 = b$, 则 $\log_2 7 =$ _____.
23. 指数函数 $y = f(x)$ 的图象经过点 $(2, 4)$, 则 $f^{-1}(8) =$ _____
24. $\lg 4 + \lg 25 =$ _____.
25. 化简 $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} =$ _____.

三、解答题(本大题共 5 小题, 共 40 分)

26. (6 分) 已知二次函数 $y = x^2 + bx + 3$ 的图象与 x 轴有两个交点, 且这两个交点间的距离为 2, 求 b 的值.

27. (6 分) 已知 $f(x-1) = x^2 - 4x$, 求 $f(x)$ 的解析式.

28. (9 分) 化简: $\frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3+8}$

29. (8 分) 若 $\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1} = \frac{2}{\sqrt{ax^2+b} + \sqrt{cx^2+d}}$, 求 a, b, c, d 的值.

30. (11 分) 设 $a > 0, b > 0, a + b = 1$, 求证: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ab} \geq 8$

第二章 集合、不等式与不等式组

知识梳理

1. 集合元素的特性：①确定性，②互异性，③无序性.
2. 元素与集合之间用“ $\in$ ”和“ $\notin$ ”符号，集合与集合之间用“ $\subseteq$ ”和“ $\supseteq$ ”“ $=$ ”符号
3. 集合 A 有 n 个元素，则 A 的全部子集有 2^n 个，真子集有 $2^n - 1$ 个
4. $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$; $|x| > a \Leftrightarrow x < -a$ 或 $x > a$ (注 $a > 0$)
5. $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0 \Rightarrow P(x)Q(x) > 0$; $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0 \Rightarrow P(x)Q(x) < 0$

模拟训练题

一、单项选择题(本大题共 20 小题，每小题 2 分，共 40 分)

1. 集合 $A = \{0, 2, a\}$, $B = \{1, a^2\}$, 若 $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$, 则 $a =$ ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 4
2. 集合 $A = \{x \mid |x - a| \leq 1\}$, $B = \{x \mid |x - 2| \geq 3\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 那么 a 的取值范围是 ()
A. $0 < a < 2$ B. $0 < a < 4$ C. $0 \leq a \leq 2$ D. $0 \leq a \leq 4$
3. 若集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$, 集合 $B = \{x \mid x < 2\}$, 则 $A \cap B$ 等于
A. $\{x \mid 1 \leq x < 2\}$ B. $\{x \mid 1 < x < 2\}$ C. $\{x \mid x \leq 3\}$ D. $\{x \mid 2 < x \leq 3\}$
4. 集合 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, $N = \{-2, 2\}$, 则下列结论成立的是 ()
A. $M \cup N = M$ B. $M \cap N = \{2\}$ C. $N \subseteq M$ D. $M \cap N = N$
5. 满足 $M \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ 且 $M \cap \{1, 2, 3\} = \{1, 2\}$ 的集合 M 的另一个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. 设集合 $M = \{(x, y) \mid xy > 0\}$, $N = \{(x, y) \mid x > 0 \text{ 且 } y > 0\}$, 则正确的是 ()
A. $M \cup N = M$ B. $M \cup N = N$ C. $M \cap N = M$ D. $M \cap N = \emptyset$
7. $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, $B = \{x \mid |x + 1| < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{x \mid -1 < x < 1\}$ B. $\{x \mid -1 \leq x < 1\}$
C. $\{x \mid -3 < x < 1\}$ D. $\{x \mid -3 \leq x < 1\}$
8. 如果 $a < b$, 那么下列不等式正确的是 ()
A. $ac^2 < bc^2$ B. $a - c < b - c$ C. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ D. $\frac{a}{b} < 1$
9. 设集合 $A = \{x \mid \frac{x}{x-2} > 0\}$, $B = \{x \mid x(x-2) > 0\}$, $C = \{x \mid |\frac{x}{x-2}| > 0\}$, 则 ()
A. $A = B = C$ B. $A = B \subsetneq C$ C. $A \subsetneq B = C$ D. $A \subsetneq B \subsetneq C$

10. 下列集合表示同一集合的是 ()
- A. $M = \{(3, 2)\}$, $N = \{(2, 3)\}$
- B. $M = \{3, 2\}$, $N = \{2, 3\}$
- C. $M = \{(x, y) | x + y = 1\}$, $N = \{y | x + y = 1\}$
- D. $M = \{2, 3\}$, $N = \{(2, 3)\}$
11. 记 $A = \left\{x \mid \left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{3}{2}\right\}$, $B = \{x | 4x - x^2 > 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $(0, 2]$ B. $[-1, 0)$
- C. $[2, 4)$ D. $[1, 4)$
12. 设 $a, b \in R$, 集合 $\{1, a + b, a\} = \left\{0, \frac{b}{a}, b\right\}$, 则 $b - a$ 的值是 ()
- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2
13. 若不等式 $|3x - b| < 4$ 的解集中的整数解有且仅有 1, 2, 3, 则 b 的取值范围为 ()
- A. R B. $(5, 7)$ C. $(-\infty, 5)$ D. $(7, +\infty)$
14. 若集合 $M = \{x | x^2 = 1\}$, 则集合 M 的子集数为()个
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
15. 不等式 $x^2 + 7x - 8 \leq 0$ 的解是 ()
- A. $-8 < x \leq 1$ B. $-8 \leq x \leq 1$
- C. $-8 \leq x < 1$ D. $x \geq -8$ 或 $x \leq 1$
16. 集合 A, B, C 满足 $A \cup B = B \cap C$, 则一定有 ()
- A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$ C. $A \neq C$ D. $A = \phi$
17. 下列不等式中, 解集为实数集的是 ()
- A. $\log_2(2x - 1) > 0$ B. $|x| > 0$
- C. $x^2 - x + 1 > 0$ D. $\sqrt{x} > 0$
18. 若 $b < 0 < a$ ($a, b \in R$), 则下列不等式中正确的是 ()
- A. $b^2 < a^2$ B. $a^2b > ab^2$ C. $a + b > a - b$ D. $a - b > a + b$
19. 满足不等式组 $\begin{cases} 2x + 1 > 3 \\ 3x - 1 < 14 \end{cases}$ 的正整数解的 x 共有()个
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
20. 不等式 $|x - 1| < 2$ 的解集为 ()
- A. $\{x | 2 < x < 3\}$ B. $\{x | x > 3 \text{ 或 } x < 2\}$
- C. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$ D. $\{x | -1 < x < 3\}$

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

21. 已知集合 $A = \{1, 3, 2m - 1\}$, $B = \{3, m^2\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.
22. 集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | (x - 1)(x + 2) < 0\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
23. 若集合 $A = \{x | \log_2 x \leq 2\}$, $B = \{x | x < a\}$, $A \subseteq B$, 实数 a 的取值范围为 $(c, +\infty)$ 则 $c =$ _____.
24. 若 $\sqrt{(x - 1)^2} = x - 1$, 则实数 x 的取值范围是_____.

25. 关于 x 的不等式 $(a-1)x < 3$ 在 $x \in [4, +\infty)$ 上恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题(本大题共 5 小题, 共 40 分)

26. (6 分)解关于 x 的不等式: $|ax-1| < x (a > 0)$.

27. (6 分) 设 $f(x) = \begin{cases} x+2 & x \leq -1 \\ x^2 & -1 < x < 2 \\ 2x & x \geq 2 \end{cases}$

(1) 求 $f(\pi)$ 的值;

(2) 若 $f(a) = 3$, 求 a 的值.

28. (8 分) 已知集合 $A = \{x \mid 2x^2 + 7x - 15 < 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + ax + b \leq 0\}$ 满足 $A \cap B = \Phi$, $A \cup B = \{x \mid -5 < x \leq 2\}$, 求实数 a, b 的值.

29. (8 分) 已知 $f(x)$ 是二次函数, 且 $f(0) = 0$, $f(x+1) = f(x) + x + 1$, 求 $f(x)$.

30. (12 分) 已知一个长为 4, 宽为 3 的矩形, 如果长增加 x 时, 宽减少 $\frac{x}{2}$, 问当 x 取何值时, 矩形面积最大, 最大面积为多少?

第三章 函 数

知识梳理:

1. 求定义域规则:

$$\textcircled{1} y = \frac{g(x)}{f(x)} \Rightarrow f(x) \neq 0$$

$$\textcircled{2} y = \sqrt{f(x)} \Rightarrow f(x) \geq 0$$

$$\textcircled{3} y = \log_a f(x) \Rightarrow f(x) > 0$$

$$2. y = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} (a \neq 0)$$

$$y = f(x) \xrightarrow[m < 0, \text{右移 } m \text{ 个单位}]{m > 0, \text{左移 } m \text{ 个单位}} y = f(x + m)$$

$$y = f(x) \xrightarrow[n < 0, \text{下移 } n \text{ 个单位}]{n > 0, \text{上移 } n \text{ 个单位}} y = f(x) + n$$

$$3. \text{点对称}(a, b) \begin{cases} \xrightarrow{\text{关于 } y \text{ 轴对称}} (-a, b) \\ \xrightarrow{\text{关于 } x \text{ 轴对称}} (a, -b) \\ \xrightarrow{\text{关于原点对称}} (-a, -b) \\ \xrightarrow{\text{关于 } y = x \text{ 对称}} (b, a) \end{cases}$$

4. 函数奇偶性的判定

若 $f(-x) = -f(x)$, 则 $f(x)$ 为奇函数

若 $f(-x) = f(x)$, 则 $f(x)$ 为偶函数

5. $y = a^x$ 的增减性判定

a. 若 $a > 1$, $y = a^x$ 单增

b. 若 $0 < a < 1$, $y = a^x$ 单减.

6. $y = \log_a x$ 增减性的判定

a. 若 $a > 1$, $y = \log_a x$ 单增

若 $0 < a < 1$, $y = \log_a x$ 单减

模拟训练题

一、单项选择题(本大题共 20 小题, 每小题 2 分, 共 40 分)

1. 函数 $y = \sqrt{4 - x^2} + \sqrt{x^2 - 4}$ 的定义域是

()

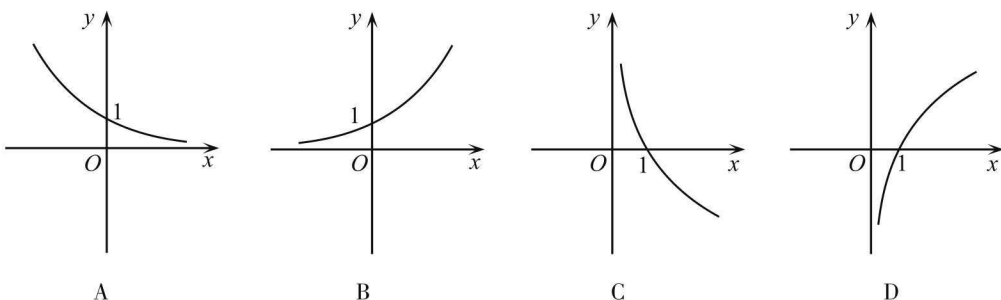
A. $[-2, 2]$

B. $(-2, 2)$

C. $\{-2, 2\}$

D. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

2. 函数 $y = x^2 - 2x$ 的图象关于()对称
 A. x 轴 B. y 轴
 C. 直线 $x = 1$ D. 直线 $x = -1$
3. 如果指数函数 $y = -a^x$ 的图象过点 $(3, -\frac{1}{8})$, 则 a 的值为 ()
 A. 2 B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
4. 函数 $y = \sqrt{\log_2(2x-1)}$ 的定义域是 ()
 A. $\{x \mid x > \frac{1}{2}\}$ B. $\{x \mid x > -\frac{1}{2}\}$
 C. $\{x \mid x \geq 1\}$ D. $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$
5. 已知 $f(x) = x^2 + bx + 5$ 有最小值 1, 则 $f(2)$ 等于 ()
 A. 17, 1 B. -17, -1 C. 12, 3 D. -12, -3
6. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 且 $a^2 > a^3$, 那么函数 $f(x) = a^x$ 的图像可能是 ()



7. 设 $f(x+1) = x^2 - 2x$, 则 $f(x) =$ ()
 A. $x^2 - 4x + 5$ B. $x^2 - 4x + 3$ C. $x^2 - 4x + 1$ D. $x^2 - 4x$
8. $f(x) = \frac{1}{|x| - x}$ 的定义域为: ()
 A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 0)$ C. R D. $(-\infty, 0]$
9. 下列各组函数中, 两函数相同的是 ()
 A. $f(x) = \frac{(x+3)(x-5)}{x+3}$ $g(x) = x-5$
 B. $f(x) = \sqrt{(x+1)(x-1)}$ $g(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$
 C. $f(x) = 2\ln x$ $g(x) = \ln x^2$
 D. $f(x) = 2^{x+1}$ $g(x) = 2 \cdot 2^x$
10. 函数 $f(x) = 2^x + 2^{-x}$, 则 $f(x)$ 是 ()
 A. 偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上为增函数
 B. 奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上为增函数
 C. 偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 上为减函数
 D. 奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上为减函数

11. 已知 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 且 $f(-1) + g(1) = 2$, $f(1) + g(-1) = 4$, 则 $g(1) =$ ()
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
12. 函数 $f(x) = a^{-|x|}$ ($a > 0$), 且 $f(2) = 4$, 则下列各式成立的是 ()
 A. $f(-1) > f(-2)$ B. $f(1) > f(2)$
 C. $f(2) < f(-2)$ D. $f(-3) > f(-2)$
13. 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 是减函数的是 ()
 A. $f(x) = \sin x$ B. $f(x) = e^x$
 C. $f(x) = \sqrt{x}$ D. $f(x) = 2^{-x} + 1$
14. 设函数 $f(x) = 2ax^2 + (a-1)x + 3$ 是偶函数, 则 a 等于 ()
 A. -1 B. 0 C. 2 D. 1
15. 在平面直角坐标系中, 若曲线 $C: (x-a)^2 + (y-2a)^2 = 4$ 上所有的点均在第二象限内, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a < -1$ B. $a < -2$ C. $a > 1$ D. $a > 2$
16. 函数 $y = x^2 - 2x - 5$ 的递增区间是 ()
 A. $(-\infty, 1]$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, -6)$ D. $(-6, +\infty)$
17. 函数 $f(x) = |x| \sin x$ 是 ()
 A. 奇函数 B. 既是奇函数又是偶函数
 C. 偶函数 D. 既不是奇函数也不是偶函数
18. 若非零实数 a, b , 且 $a > b$, 则 ()
 A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$ C. $a^2 < b^2$ D. $a^3 > b^3$
19. 若函数 $f(x) = \sqrt{mx^2 + mx + 1}$ 的定义域为 R , 则实数 m 的取值范围为 ()
 A. $0 < m < 4$ B. $0 \leq m \leq 4$
 C. $m \geq 4$ D. $0 < m \leq 4$
20. 若函数 $f(x)$ 是 R 上的奇函数, 且对称轴为 $x = 1$, $f(3) = 3$, 则 $f(2019) =$ ()
 A. -3 B. 0 C. 2 D. 3

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

21. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & -2 < x < 0, \\ x^2 + 1, & 0 \leq x < 2, \end{cases}$ 则 $f(1) =$ _____.
22. 若二次函数 $y = f(x)$ 的图像过点 $(0, 0)$, $(-1, 1)$, $(-2, 0)$, 则 $f(x) =$ _____.
23. 函数 $y = 2^x$ 的反函数为_____.
24. 若 $\log_5(3x-1) = 1$, 则 $x =$ _____.
25. 已知 $f(x)$ 为偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 内单调递增, 则 $f(-3)$, $f(1)$, $f(5)$ 三个数从小到大的顺序为_____.

三、解答题(本大题共 5 小题, 共 40 分)

26. (6 分) 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx - 4$, 且 $a < 0$, 比较 $f(-1)$, $f(1)$, $f(7)$ 的大小.

27. (6 分) 方程 $x^2 - ax - b = 0$ 有两实根 2, 3, 求方程 $bx^2 - ax - 1 = 0$ 的根.

28. (8 分) 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 满足 $f(3) = f(7)$, $f(0) = 3$, 且函数的最小值为 -12 , 求 $f(x)$.

29. (10 分) 设方程 $x^2 - (m-3)x + m = 0$ 有两个实数根, 试确定 m 的取值范围.

30. (10 分) 方程 $kx = \sqrt{1 - (x-2)^2}$ 有两个不相等的实根, 求实数 k 的取值范围.

第四章 三角函数

知识梳理:

1. $180^\circ = \pi$ 弧度; $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ (弧度) ≈ 0.017453 (弧度); 1 (弧度) $= \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.30^\circ = 57^\circ 18'$
2. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, $\tan \alpha \cdot \cos \alpha = \sin \alpha$, $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
3. $y = a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi)$ [其中 φ 的值由 $\tan \varphi = \frac{a}{b}$ 确定, φ 的终边与 (a, b) 在同一象限]
4. $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$
5. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
6. $\sin 15^\circ = \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$, $\cos 15^\circ = \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
7. $y = \cos(\omega x + \varphi)$, $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$, $\omega > 0$ 的最小正周期 $T = \frac{\pi}{\omega}$

模拟训练题(一)

一、单项选择题(本大题共 20 小题, 每小题 2 分, 共 40 分)

1. 函数 $y = \sin x$ 在区间 $(0, 2\pi)$ 内的单增区间为 ()
A. $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ B. $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ C. $(0, \pi)$ D. $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$
2. 下列等式中, 正确的是 ()
A. $\sin(\pi - x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ B. $\cos(2\pi + x) = -\cos x$
C. $\sin(2\pi + x) = \sin x$ D. $\cos(\pi + x) = \cos x$
3. 若 $\sin(180^\circ + \alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(270^\circ + \alpha)$ 的值是 ()
A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
4. 函数 $y = \frac{\sin 2x}{\cos x}$ 的最小正周期是 ()
A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. π D. 2π

5. 函数 $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x$ 的最小值为 ()
 A. $-\sqrt{3}$ B. -1 C. -2 D. 1
6. $\sin \frac{5\pi}{3} \cos \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3} \cos \frac{5\pi}{3}$ 的值为 ()
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
7. 若 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\cos 2\alpha$ 等于 ()
 A. $\frac{7}{25}$ B. $-\frac{7}{25}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{7}}{5}$
8. 若 $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()
 A. $\frac{20}{25}$ B. $\frac{24}{25}$ C. $\frac{13}{25}$ D. $\frac{12}{25}$
9. 设 A 、 B 、 C 是 $\triangle ABC$ 的三内角, 下列等式成立的是 ()
 A. $\sin A = \sin B = \sin C$ B. $\sin(A+B) = \sin C$
 C. $\tan(A+B) = \tan C$ D. $\cos(A+B) = \cos C$
10. 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\tan 2\alpha =$ ()
 A. $\frac{24}{7}$ B. $-\frac{24}{7}$ C. $\frac{7}{24}$ D. $-\frac{7}{24}$
11. 函数 $f(x) = \sin^2 x - 2\sin x + 3$ 的最大值为 ()
 A. 2 B. -2 C. 6 D. -4
12. 设 $\tan \alpha = 2$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()
 A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
13. 函数 $y = \ln \cos x$ 在 $(0, 2\pi)$ 上单调递减区间为 ()
 A. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ C. $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ D. $(0, 2\pi)$
14. 为了得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{1}{3}\pi\right)$ 的图像, 只要把函数 $y = \sin 2x$ 的图像向 () 个长度单位
 A. 右平移 $\frac{1}{3}\pi$ B. 左平移 $\frac{1}{3}\pi$
 C. 右平移 $\frac{1}{6}\pi$ D. 向左移 $\frac{1}{6}\pi$
15. 在 $\triangle ABC$ 中, $B = 45^\circ$, $C = 60^\circ$, $c = 1$, 则最短边的边长等于 ()
 A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
16. 若 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\sin 3\alpha$ 等于 ()
 A. $-\frac{44}{125}$ B. $\frac{44}{125}$ C. $\frac{56}{125}$ D. $-\frac{56}{125}$