高考艺术类考生文化课复习用书

明达艺考

《明达艺考》编写组 编写

数学

湖南教育出版社

明达艺考

数学

《明达艺考》编写组 编写

本册主编：陆江艳　欧阳彝华　李伟华

本册编委：张雪林　陆江艳　欧阳彝华　张国军　邓金平
龚月亮、李伟华

CTS 湖南教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

明达艺考. 数学 /《明达艺考》编写组编写. —长沙：湖南教育出版社，2019.1
ISBN 978-7-5539-6627-4

Ⅰ.①明… Ⅱ.①明… Ⅲ.①中学数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第296723号

明达艺考 · 数学

MINGDA YIKAO SHUXUE

《明达艺考》编写组　编写

责任编辑　钟劲松　廖冬芳
出版发行　湖南教育出版社（长沙市韶山北路443号）
网　　址　www.bakclass.com
微 信 号　贝壳网教育平台
电子邮箱　hnjycbs@sina.com
客服电话　0731-85486979
经　　销　湖南省新华书店
印　　刷　长沙宏发印务有限公司
开　　本　890 mm × 1240 mm　16开
印　　张　14.25
字　　数　641000
版　　次　2019年1月第1版
印　　次　2019年1月第1次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5539-6627-4
定　　价　43.00元

陪你一起走向成功

有一段生活，以苦为乐，但永远让人动容，值得记忆和珍藏；有一段人生，需要精雕细刻，挑战极限，会错过些许风景，却会站在风光无限的顶峰。这就是备战高考的日子。

当文化考生正安心地在教室里上课的时候，你作为一名艺考生，可能正背着沉重的考试工具，奔波在艺考的路上。专业考试一结束，你又得马不停蹄地赶回学校，投入紧张的文化学习中，但此时剩下的时间也只有100多天了。虽然艺术考生文化课的分数线比普通的文化考生要低，但我知道其实你比普通的文化考生背负着更大的压力。每年都有一批专业过线，甚至特别优秀的学生，由于文化成绩达不到要求，最终未能进入理想院校，这令我们惋惜不已。

于是，在短时间内如何提高高考成绩，成了每一位艺术生艺考之后的当务之急。长沙市明达中学作为湖南省艺术考生文化补习的领跑者，一直致力于为学生提供科学的、高效的文化复习方法，并不断地优化师资和课程，总结备考的经验。今年，我们更是组织了一大批有着丰富高考经验的名师大家，如全国著名语文特级教师且多次参与高考语文命题的欧阳昱北先生，长沙市明德中学原数学首席名师、特级教师何泰山先生，师大附中原英语教研组组长黄长泰先生，原长沙地理首席名师、特级教师梁良樑先生，参与多次高考命题的历史教师汪国富老师，政治正高级教师彭秋瑾女士及一批多年担任艺术班高考文化科目教学的一线教师，如李仲文老师、彭俊老师、陆江艳老师、彭韦老师、王美林老师等，根据最新考试大纲、新课程标准，结合近几年高考的命题特点和走向，针对当前艺考生的备考实际情况，为你量身定制了一套艺术类考生文化课复习用书，希望对你有所裨益。

为了高考，你一直在路上。以前你是独自奋斗，从今天开始，《明达艺考》将陪你走过你人生中最重要的一段历程，陪你一起走向成功！

请相信自己，也相信我们。最后，真诚地祝福你能拥有一双更加坚实的翅膀，在艺术的天空里自由翱翔！

长 沙 市 明 达 中 学 校 长
湖南省特级教师协会民办教育研究指导中心副主任　曹建新
湖 南 省 民 办 教 育 协 会 副 会 长

目 录

CONTENTS

第七章 不等式、推理与证明

第八章 立体几何

第九章 解析几何

第十章 概率与统计、统计案例

第十一章 算法初步、复数

知识点梳理

一、复数

1. 复数的除法运算

$\frac{a+bi}{c+di}=\frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\frac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2}(c+di\neq 0)$.

2. 复数 $z=a+bi$ 的模 $|z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$.

二、三角函数、三角变换、解三角形、平面向量

3. 同角三角函数的基本关系式

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$.

4. 正弦、余弦的诱导公式

$k\pi\pm\alpha$ 的正弦、余弦函数值，等于 α 的同名函数值，前面加上把 α 看成锐角时原函数值的符号；

$k\pi+\frac{\pi}{2}\pm\alpha$ 的正弦（余弦）函数值，分别等于 α 的余弦（正弦）函数值，前面加上把 α 看成锐角时原函数值的符号.

5. 和角与差角公式

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$；

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$；

$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$.

6. 二倍角公式

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$.

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$.

$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$.

公式变形：$2\cos^2\alpha=1+\cos 2\alpha$，$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$；

$2\sin^2\alpha=1-\cos 2\alpha$，$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$.

7. 三角函数的周期

函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$，$x\in\mathbf{R}$ 及函数 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$，$x\in\mathbf{R}$（$A$，$\omega$，$\varphi$ 为常数，且 $A\neq 0$，$\omega>0$）的周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}$；

函数 $y=A\tan(\omega x+\varphi)$，$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$（$A$，$\omega$，$\varphi$ 为常数，且 $A\neq 0$，$\omega>0$）的周期 $T=\frac{\pi}{\omega}$.

8. 函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 的周期、最值、单调区间、图象变换

9. 辅助角公式

$y=a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\phi)$，其中 $\tan\phi=\frac{b}{a}$.

10. 正弦定理

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$.

11. 余弦定理

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$；

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$；

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

12. 三角形面积公式

$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$.

13. 三角形内角和定理

在 $\triangle ABC$ 中，有 $A+B+C=\pi\Leftrightarrow C=\pi-(A+B)$.

14. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积（或内积）

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta$.

15. 平面向量的坐标运算

(1) 设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$.

(2) 设 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=x_1x_2+y_1y_2$.

(3) 设 $\boldsymbol{a}=(x,y)$，则 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$.

16. 两向量的夹角公式

设 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，且 $\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$，则

$\cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$.

17. 向量的平行与垂直

$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0$.

$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$.

三、函数、导数

18. 函数的单调性

(1) 设 x_1，$x_2\in[a,b]$，$x_1<x_2$，那么

$f(x_1)-f(x_2)<0\Leftrightarrow f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是增函数；

$f(x_1)-f(x_2)>0\Leftrightarrow f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是减函数.

(2) 设函数 $y=f(x)$ 在某个区间内可导，若 $f'(x)>0$，则 $f(x)$ 为增函数；若 $f'(x)<0$，则 $f(x)$ 为减函数.

19. 函数的奇偶性

对于定义域内任意的 x，都有 $f(-x)=f(x)$，则 $f(x)$ 是偶函数；

对于定义域内任意的 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，则 $f(x)$ 是奇函数。

奇函数的图象关于原点对称，偶函数的图象关于 y 轴对称。

20. 函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数的几何意义

函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数是曲线 $y=f(x)$ 在 $P(x_0,f(x_0))$ 处的切线的斜率 $f'(x_0)$，相应的切线方程是 $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$.

21. 几种常见函数的导数

①$C'=0$；

②$(x^n)'=nx^{n-1}$；

③$(\sin x)'=\cos x$；

④$(\cos x)'=-\sin x$；

⑤$(a^x)'=a^x\ln a$；

⑥$(e^x)'=e^x$；

⑦$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$；

⑧$(\ln x)'=\frac{1}{x}$.

22. 导数的运算法则

(1) $(u\pm v)'=u'\pm v'$.

(2) $(uv)'=u'v+uv'$.

(3) $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}(v\neq 0)$.

23. 会用导数求单调区间、极值、最值

24. 求函数 $y=f(x)$ 的极值的方法是：解方程 $f'(x)=0$. 当 $f'(x_0)=0$ 时：

(1) 如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x)>0$，右侧 $f'(x)<0$，那么 $f(x_0)$ 是极大值；

(2) 如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x)<0$，右侧 $f'(x)>0$，那么 $f(x_0)$ 是极小值.

四、不等式

25. 已知 x，y 都是正数，则有 $\frac{x+y}{2}\geqslant\sqrt{xy}$，当且仅当 $x=y$ 时，等号成立.

(1)若积 xy 是定值 p，则当 $x=y$ 时，和 $x+y$ 有最小值 $2\sqrt{p}$；

(2)若和 $x+y$ 是定值 s，则当 $x=y$ 时，积 xy 有最大值 $\frac{1}{4}s^2$.

五、数列

26. 数列的通项公式与前 n 项和的关系

$a_n=\begin{cases}S_1, & n=1,\\ S_n-S_{n-1}, & n\geqslant 2.\end{cases}$（数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 $s_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$.）

27. 等差数列的通项公式

$a_n=a_1+(n-1)d=dn+a_1-d(n\in\mathbf{N}^*)$.

28. 等差数列的前 n 项和的公式为

$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=\frac{d}{2}n^2+(a_1-\frac{1}{2}d)n$.

29. 等比数列的通项公式

$a_n=a_1q^{n-1}=\frac{a_1}{q}\cdot q^n(n\in\mathbf{N}^*)$；

30. 等比数列的前 n 项和的公式为

$S_n=\begin{cases}\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}, & q\neq 1,\\ na_1, & q=1\end{cases}$ 或 $S_n=\begin{cases}\frac{a_1-a_nq}{1-q}, & q\neq 1,\\ na_1, & q=1.\end{cases}$

六、解析几何

31. 直线的五种方程

(1)点斜式 $y-y_1=k(x-x_1)$（直线过点 (x_1, y_1)，且斜率为 k）.

(2)斜截式 $y=kx+b$（b 为直线在 y 轴上的截距）.

(3)两点式 $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}(y_1\neq y_2)$（已知两点 $P_1(x_1, y_1)$，$P_2(x_2, y_2)$ $(x_1\neq x_2)$）.

(4)截距式 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$（$a$，$b$ 分别为直线的横、纵截距）.

(5)一般式 $Ax+By+C=0$（其中 A，B 不同时为 0）.

32. 两条直线平行与垂直的判定

若 l_1：$y=k_1x+b_1$，l_2：$y=k_2x+b_2$

①$l_1/\!/l_2\Leftrightarrow k_1=k_2$，$b_1\neq b_2$；

②$l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1k_2=-1$.

33. 平面两点间的距离公式

$|P_1P_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$（已知两点 $P_1(x_1, y_1)$，$P_2(x_2, y_2)$）.

34. 点到直线的距离

$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$（点 $P(x_0, y_0)$，直线 l：$Ax+By+C=0$）.

35. 圆的三种方程

(1)圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

(2)圆的一般方程 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0(D^2+E^2-4F>0)$.

(3)圆的参数方程 $\begin{cases}x=a+r\cos\theta,\\ y=b+r\sin\theta.\end{cases}$

36. 直线与圆的位置关系

直线 $Ax+By+C=0$ 与圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 的位置关系有三种：

$d>r\Leftrightarrow$ 相离 $\Leftrightarrow\Delta<0$；

$d=r\Leftrightarrow$ 相切 $\Leftrightarrow\Delta=0$；

$d<r\Leftrightarrow$ 相交 $\Leftrightarrow\Delta>0$，弦长 $=2\sqrt{r^2-d^2}$.

其中 $d=\frac{|Aa+Bb+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

37. 椭圆、双曲线、抛物线的标准方程及其几何性质

椭圆：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$a^2-c^2=b^2$，离心率 $e=\frac{c}{a}<1$，参数方程是 $\begin{cases}x=a\cos\varphi,\\ y=b\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$ 为参数）.

双曲线：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$，$c^2-a^2=b^2$，离心率 $e=\frac{c}{a}>1$，渐近线方程是 $y=\pm\frac{b}{a}x$.

抛物线：$y^2=2px(p>0)$，离心率 $e=1$，焦点 $\left(\frac{p}{2}, 0\right)$，准线 $x=-\frac{p}{2}$，抛物线上的点到焦点的距离等于它到准线的距离.

38. 双曲线的方程与渐近线方程的关系

(1)若双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\Rightarrow$ 渐近线方程：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0\Leftrightarrow y=\pm\frac{b}{a}x$.

(2)若渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x\Leftrightarrow\frac{x}{a}\pm\frac{y}{b}=0\Rightarrow$ 双曲线方程可设为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\lambda$.

(3)若双曲线与 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 有公共渐近线，可设为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\lambda$（$\lambda>0$，焦点在 x 轴上，$\lambda<0$，焦点在 y 轴上）.

39. 抛物线 $y^2=2px$ 的焦半径公式

抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦半径 $|PF|=x_0+\frac{p}{2}$.

40. 过抛物线焦点的弦长 $|AB|=x_1+\frac{p}{2}+x_2+\frac{p}{2}=x_1+x_2+p$.

七、极坐标和直角坐标的互化公式

41. $\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\ y=\rho\sin\theta.\end{cases}$ $\begin{cases}\rho^2=x^2+y^2,\\ \tan\theta=\frac{y}{x}(x\neq 0).\end{cases}$

八、立体几何

42. 证明直线与直线平行的方法

(1)三角形的中位线平行于第三边；

(2)平行四边形对边平行且相等.

43. 证明直线与平面平行的方法

(1)直线与平面平行的判定定理(证平面外一条直线与平面内的一条直线平行)；

(2)平面与平面平行的性质定理(两个平面平行，则一个平面内的直线必定平行于另一个平面).

44. 证明平面与平面平行的方法

平面与平面平行的判定定理(证一个平面内的两条相交直线分别与另一平面平行).

45. 证明直线与直线垂直的方法

转化为证明直线与平面垂直.

46. 证明直线与平面垂直的方法

(1)直线与平面垂直的判定定理(证直线与平面内两条相交直线垂直);

(2)平面与平面垂直的性质定理(两个平面垂直，一个平面内垂直于交线的直线垂直另一个平面).

47. 证明平面与平面垂直的方法

平面与平面垂直的判定定理(证一个平面内有一条直线与另一个平面垂直).

48. 柱体、锥体、球体的侧面积、表面积、体积计算公式

圆柱侧面积$=2\pi rl$，表面积$=2\pi rl+2\pi r^2$.

圆锥侧面积$=\pi rl$，表面积$=\pi rl+\pi r^2$.

球体表面积$S=4\pi R^2$.

$V_{柱体}=Sh$(S为底面积，h为高).

$V_{锥体}=\frac{1}{3}Sh$(S为底面积，h为高).

$V_{球体}=\frac{4}{3}\pi R^3$($R$为半径).

49. 点到平面距离的计算(定义法、等体积法)

50. 直棱柱(包括正棱柱、长方体、正方体等)的性质：侧棱平行且相等，与底面垂直.

正棱锥的性质：侧棱相等，顶点在底面的射影是底面正多边形的中心.

九、概率统计

51. 平均数、方差、标准差的计算

平均数：$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$.

方差：$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$.

标准差：$s=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}$.

52. 回归直线方程

$$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}，其中\begin{cases}\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2},\\ \hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}.\end{cases}$$

53. 独立性检验

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$$

54. 古典概型的计算(必须要用列举法、列表法、树状图的方法把所有基本事件表示出来，不重复、不遗漏)

第一章　集合与常用逻辑用语

学案1　集合的概念与运算

导学目标

1. 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.
2. 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集.
3. 理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集.
4. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集.
5. 能使用韦恩(Venn)图表达集合的关系及运算.

课前准备区

回扣教材　夯实基础

自主梳理

1. 集合元素的三个特征：________、________、________.
2. 元素与集合的关系是____________或____________，用符号____________或____________表示.
3. 集合的表示法：________________、________________、________________、________________.
4. 集合间的基本关系
   对任意的 $x\in A$，都有 $x\in B$，则____________；
   若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则____________.
5. 集合的运算及性质
   设集合 A，B，则 $A\cap B=$__________，$A\cup B=$__________.
   设全集为 U，则 $\complement_U A=$__________.
   $A\cap\varnothing=$________，$A\cap B\subseteq$________，$A\cap B\subseteq$________，
   $A\cup\varnothing=$________，$A\cup B\supseteq$________，$A\cup B\supseteq$________，
   $A\cap\complement_U A=$____________；$A\cup\complement_U A=$____________.
   $A\subseteq B\Leftrightarrow B$________$A\Leftrightarrow A\cap B=$________$\Leftrightarrow A\cup B=$________$\Leftrightarrow$
   $\complement_U A$________$\complement_U B\Leftrightarrow A\cap\complement_U B=$________.
6. 常用数集：自然数集：__________；整数集：__________；有理数集：__________；实数集：__________.
7. 若集合 A 含有 n 个元素，则 A 的子集有____________个，非空子集有__________个，非空真子集有__________个.

自我检测

1. (2018全国卷Ⅲ)已知集合 $A=\{x|x-1\geqslant 0\}$，$B=\{0,1,2\}$，则 $A\cap B=$　(　　)
   A. $\{0\}$　　B. $\{1\}$
   C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$
2. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,3\}$，则 $A\cap B=$　(　　)
   A. $\{2\}$　　B. $\{1,2\}$
   C. $\{1,3\}$　　D. $\{1,2,3\}$
3. 若集合 $M=\{x|-2\leqslant x<2\}$，$N=\{0,1,2\}$，则 $M\cap N$ 等于　(　　)
   A. $\{0\}$　　B. $\{1\}$
   C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{0,1\}$
4. 设集合 $A=\{x\mid -1<x<2\}$，集合 $B=\{x\mid 1<x<3\}$，则 $A\cup B=$　(　　)
   A. $\{x\mid -1<x<3\}$　　B. $\{x\mid -1<x<1\}$
   C. $\{x\mid 1<x<2\}$　　D. $\{x\mid 2<x<3\}$
5. (2017新课标)已知集合 $A=\{x\mid x<2\}$，$B=\{x\mid 3-2x>0\}$，则　(　　)
   A. $A\cap B=\left\{x\mid x<\frac{3}{2}\right\}$　　B. $A\cap B=\varnothing$
   C. $A\cup B=\left\{x\mid x<\frac{3}{2}\right\}$　　D. $A\cup B=\mathbf{R}$

真题再现

1. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，集合 $A=\{2,3,5\}$，集合 $B=\{1,3,4,6\}$，则集合 $A\cap(\complement_U B)=$　(　　)
   A. $\{3\}$　　B. $\{2,5\}$
   C. $\{1,4,6\}$　　D. $\{2,3,5\}$
2. 已知集合 $A=\{x|x=3n+2,n\in\mathbf{N}\}$，$B=\{6,8,10,12,14\}$，则集合 $A\cap B$ 中的元素个数为　(　　)
   A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2
3. 设集合 $M=\{-1,0,1\}$，$N=\{x\mid x^2=x\}$，则 $M\cap N=$　(　　)
   A. $\{-1,0,1\}$　　B. $\{0,1\}$
   C. $\{1\}$　　D. $\{0\}$
4. 设集合 $M=\{x\mid x^2=x\}$，$N=\{x\mid \lg x\leqslant 0\}$，则 $M\cup N=$　(　　)
   A. $[0,1]$　　B. $(0,1]$
   C. $[0,1)$　　D. $(-\infty,1]$
5. (2017山东卷)设集合 $M=\{x||x-1|<1\}$，$N=\{x|x<2\}$，则 $M\cap N=$　(　　)
   A. $(-1,1)$　　B. $(-1,2)$
   C. $(0,2)$　　D. $(1,2)$

课堂活动区

突破考点　研析热点

探究点一　集合的基本概念

例 1　(1)(2017 石家庄调研)已知集合 $A=\{x\mid x\in\mathbf{Z}$，且 $\frac{3}{2-x}\in\mathbf{Z}\}$，则集合 A 中的元素个数为　　(　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

(2)若集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid ax^2-3x+2=0\}$ 中只有一个元素，则 $a=$________.

变式迁移 1　设 a，$b\in\mathbf{R}$，集合 $\{1, a+b, a\}=\left\{0, \frac{b}{a}, b\right\}$，则 $b-a=$________.

探究点二　集合间的关系

例 2　$A=\{x\mid y=x^2, x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y\mid y=x^2, x\in\mathbf{R}\}$，$C=\{(x, y)\mid y=x^2, x\in\mathbf{R}\}$．则 $A\cap B=$______，$A\cap C=$________，$A\cup B=$____________.

变式迁移 2　设集合 $M=\{x\mid x=5-4a+a^2, a\in\mathbf{R}\}$，$N=\{y\mid y=4b^2+4b+2, b\in\mathbf{R}\}$，则下列关系式中正确的是　　(　　)

A. $M=N$　　B. $M\not\subset N$　　C. $M\subsetneqq N$　　D. $N\subsetneqq M$

探究点三　集合的运算

例 3　已知集合 $A=\{x\mid 2<x<4\}$，$B=\{x\mid (x-1)(x-3)<0\}$，则 $A\cap B=$　　(　　)

A. $(1, 3)$　　B. $(1, 4)$　　C. $(2, 3)$　　D. $(2, 4)$

变式迁移 3　已知集合 $P=\{x\mid x^2-2x\geqslant 3\}$，$Q=\{x\mid 2<x<4\}$，则 $P\cap Q=$　　(　　)

A. $[3, 4)$　　B. $(2, 3]$

C. $(-1, 2)$　　D. $(-1, 3]$

例 4　设集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x<2\}$，$B=\{x\mid x<a\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，则 a 的取值范围是　　(　　)

A. $-1<a\leqslant 2$　　B. $a>2$

C. $a\geqslant -1$　　D. $a>-1$

变式迁移 4　已知集合 $A=\{x\mid x^2-x-12\leqslant 0\}$，$B=\{x\mid 2m-1<x<m+1\}$，且 $A\cap B=B$，则实数 m 的取值范围为(　　)

A. $[-1, 2)$　　B. $[-1, 3]$

C. $[2, +\infty)$　　D. $[-1, +\infty)$

探究点四　集合的新定义问题

例 5　若对任意的 $x\in A$，$\frac{1}{x}\in A$，则称 A 是"伙伴关系集合"，则集合 $M=\left\{-1, 0, \frac{1}{2}, 1, 2\right\}$ 的所有非空子集中，具有伙伴关系的集合的个数为________.

变式迁移 5　定义一种新的集合运算△：$A\triangle B=\{x\mid x\in A$，且 $x\notin B\}$．若集合 $A=\{x\mid x^2-4x+3<0\}$，$B=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 4\}$，则按运算△，$B\triangle A$ 等于　　(　　)

A. $\{x\mid 3<x\leqslant 4\}$　　B. $\{x\mid 3\leqslant x\leqslant 4\}$

C. $\{x\mid 3<x<4\}$　　D. $\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 4\}$

渗透数学思想

分类讨论思想在集合中的应用

例　(12 分)(1)若集合 $P=\{x\mid x^2+x-6=0\}$，$S=\{x\mid ax+1=0\}$，且 $S\subseteq P$，求由 a 的可取值组成的集合；

(2)若集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，且 $B\subseteq A$，求由 m 的可取值组成的集合.

【答题模板】

解　(1) $P=\{-3, 2\}$．当 $a=0$ 时，$S=\varnothing$，满足 $S\subseteq P$；　　[2 分]

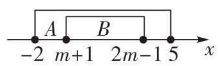
当 $a\neq 0$ 时，方程 $ax+1=0$ 的解为 $x=-\frac{1}{a}$，为满足 $S\subseteq P$ 可使 $-\frac{1}{a}=-3$ 或 $-\frac{1}{a}=2$，

即 $a=\frac{1}{3}$ 或 $a=-\frac{1}{2}$.　　[4 分]

故所求集合为 $\{0, \frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\}$.　　[6 分]

(2)当 $m+1>2m-1$，即 $m<2$ 时，$B=\varnothing$，满足 $B\subseteq A$；　　[8 分]

若 $B\neq\varnothing$，且满足 $B\subseteq A$，如图所示，



则 $\begin{cases}m+1\leqslant 2m-1,\\ m+1\geqslant -2,\\ 2m-1\leqslant 5,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}m\geqslant 2,\\ m\geqslant -3,\\ m\leqslant 3,\end{cases}$ $\therefore 2\leqslant m\leqslant 3$.　　[10 分]

故 $m<2$ 或 $2\leqslant m\leqslant 3$，即所求集合为 $\{m\mid m\leqslant 3\}$.　　[12 分]

【突破思维障碍】

在解决两个数集关系问题时，避免出错的一个有效手段即是合理运用数轴帮助分析与求解，另外，在解含有参数的不等式(或方程)时，要对参数进行讨论，分类时要遵循"不重不漏"的分类原则，然后对每一类情况都要给出问题的解答.

【易错点剖析】

(1)容易忽略 $a=0$ 时，$S=\varnothing$ 这种情况；

(2)想当然地认为 $m+1<2m-1$，忽略"$>$"或"$=$"两种情况.

◎ 课堂小结

解答集合问题时应注意五点：

1. 注意集合中元素的性质——互异性的应用，解答时注意检验.
2. 注意描述法给出的集合的元素．如 $\{y\mid y=2^x\}$，$\{x\mid y=2^x\}$，$\{(x, y)\mid y=2^x\}$ 表示不同的集合.
3. 注意 $\varnothing$ 的特殊性．在利用 $A\subseteq B$ 解题时，应对 A 是否为 $\varnothing$ 进行讨论.
4. 注意数形结合思想的应用．在进行集合运算时要尽可能借助 Venn 图和数轴使抽象问题直观化，一般地，集合元素离散时用 Venn 图表示，元素连续时用数轴表示，同时注意端点的取舍.
5. 注意补集思想的应用．在解决 $A\cap B\neq\varnothing$ 时，可以利用补集思想，先研究 $A\cap B=\varnothing$ 的情况，然后取补集.

学案 2　简易逻辑

导学目标

1. 了解逻辑联结词"或、且、非"的含义.
2. 理解全称量词与存在量词的意义.
3. 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.
3. 能写出一个命题的逆命题、否命题、逆否命题，会分析四种命题的相互关系.
4. 理解必要条件、充分条件与充要条件的含义.

课前准备区

回扣教材　夯实基础

自主梳理

1. 逻辑联结词

命题中的______________叫做逻辑联结词."p 且 q"记作__________，"p 或 q"记作__________，"非 p"记作__________.

2. 命题 $p\wedge q$，$p\vee q$，$\neg p$ 的真假判断

p	q	$p\wedge q$	$p\vee q$	$\neg p$
真	真			
真	假			
假	真			
假	假			

3. 全称量词与存在量词

(1)短语"所有的""任意一个"在逻辑中通常叫做__________，并用符号"__________"表示．含有全称量词的命题，叫做__________，可用符号简记为______________，它的否定为______________.

(2)短语"存在一个""至少有一个"在逻辑中通常叫做__________，并用符号"__________"表示．含有存在量词的命题，叫做__________，可用符号简记为__________，它的否定为______________.

4. 命题

用语言、符号或式子表达的，可以______________叫做命题，其中判断为真的语句叫做__________，判断为假的语句叫做__________.

5. 四种命题及其关系

(1)四种命题

一般地，用 p 和 q 分别表示原命题的条件和结论，用非 p 和非 q 分别表示 p 和 q 的否定，于是四种命题的形式就是

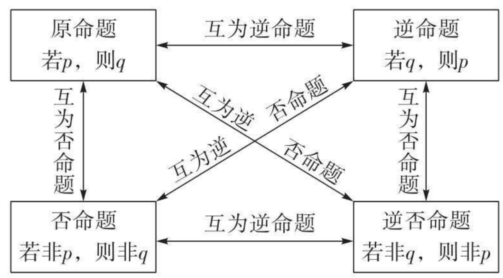
原命题：若 p，则 $q(p\Rightarrow q)$；

逆命题：______________________________；

否命题：______________________________；

逆否命题：______________________________.

(2)四种命题间的关系



(3)四种命题的真假性

①两个命题互为__________命题，它们有__________的真假性.

②两个命题为逆命题或否命题，它们的真假性__________关系.

6. 充分条件与必要条件

若 $p\Rightarrow q$，则 p 叫做 q 的__________；若 $q\Rightarrow p$，则 p 叫做 q 的__________；如果 $p\Leftrightarrow q$，则 p 叫做 q 的__________.

7. 从集合角度理解充分条件与必要条件

若 p 以集合 A 的形式出现，q 以集合 B 的形式出现，即 $A=\{x\mid p(x)\}$，$B=\{x\mid q(x)\}$，则关于充分条件、必要条件又可以叙述为

(1)若 $A\subseteq B$，则 p 是 q 的__________条件；

(2)若 $A\supseteq B$，则 p 是 q 的__________条件；

(3)若 $A=B$，则 p 是 q 的__________条件；

(4)若 $A\subsetneqq B$，则 p 是 q 的__________条件；

(5)若 $A\supsetneqq B$，则 p 是 q 的__________条件；

(6)若 $A\not\subseteq B$ 且 $A\not\supseteq B$，则 p 是 q 的______________条件.

自我检测

1. 设 $m\in\mathbf{R}$，命题"若 $m>0$，则方程 $x^2+x-m=0$ 有实根"的逆否命题是　(　　)

A. 若方程 $x^2+x-m=0$ 有实根，则 $m>0$

B. 若方程 $x^2+x-m=0$ 有实根，则 $m\leqslant 0$

C. 若方程 $x^2+x-m=0$ 没有实根，则 $m>0$

D. 若方程 $x^2+x-m=0$ 没有实根，则 $m\leqslant 0$

2. 已知命题 p：对任意 $x\in\mathbf{R}$，总有 $|x|\geqslant 0$；命题 q："$x=1$"是方程"$x+2=0$"的根．则下列命题为真命题的是　(　　)

A. $p\wedge\neg q$　　B. $\neg p\wedge q$

C. $\neg p\wedge\neg q$　　D. $p\wedge q$

3. 设命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1>0$，则 $\neg p$ 为（　　）

A. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+1>0$　B. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+1\leqslant 0$

C. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+1<0$　D. $\forall x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+1\leqslant 0$

4. 设 a，b 是实数，则“$a>b$”是“$a^2>b^2$”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 设 a，b 是实数，则“$a+b>0$”是“$ab>0$”的（　　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

真题再现

1. (2017 山东卷)已知命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1\geqslant 0$；命题 q：若 $a^2<b^2$，则 $a<b$. 下列命题为真命题的是（　　）

A. $p\wedge q$　B. $p\wedge\neg q$

C. $\neg p\wedge q$　D. $\neg p\wedge\neg q$

2. (2018 天津卷)设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x^3>8$”是“$|x|>2$”的（　　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

3. 设 p：实数 x，y 满足 $x>1$ 且 $y>1$，q：实数 x，y 满足 $x+y>2$，则 p 是 q 的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 设 $x>0$，$y\in\mathbf{R}$，则“$x>y$”是“$x>|y|$”的（　　）

A. 充要条件　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　D. 既不充分也不必要条件

5. (2017 天津卷)设 $x\in\mathbf{R}$，则“$2-x\geqslant 0$”是“$|x-1|\leqslant 1$”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

课堂活动区　突破考点　研析热点

探究点一　判断命题的真假

例 1　有下列四个命题：

①“若 $x+y=0$，则 x，y 互为相反数”的逆命题；

②“全等三角形的面积相等”的否命题；

③“若 $q\leqslant 1$，则 $x^2+2x+q=0$ 有实根”的逆否命题；

④“不等边的三角形的三个内角相等”的逆命题.

其中真命题的序号为________.

探究点二　全称命题与特称命题的否定

例 2　命题“$\exists x_0\in(0,+\infty)$，$\ln x_0=x_0-1$”的否定是（　　）

A. $\exists x_0\in(0,+\infty)$，$\ln x_0\neq x_0-1$

B. $\exists x_0\notin(0,+\infty)$，$\ln x_0=x_0-1$

C. $\forall x\in(0,+\infty)$，$\ln x\neq x-1$

D. $\forall x\notin(0,+\infty)$，$\ln x=x-1$

变式迁移 1　命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$|x|+x^2\geqslant 0$”的否定是（　　）

A. $\forall x\in\mathbf{R}$，$|x|+x^2<0$

B. $\forall x\in\mathbf{R}$，$|x|+x^2\leqslant 0$

C. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$|x_0|+x_0^2<0$

D. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$|x_0|+x_0^2\geqslant 0$

探究点三　充要条件的判断

例 3　设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x>1$”是“$x^2>1$”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

渗透数学思想

转化与化归思想的应用

例　(12 分)已知两个关于 x 的一元二次方程 $mx^2-4x+4=0$ 和 $x^2-4mx+4m^2-4m-5=0$，且 $m\in\mathbf{Z}$. 求两方程的根都是整数的充要条件.

【答题模板】

解　$\because mx^2-4x+4=0$ 是一元二次方程，

$\therefore m\neq 0$.　[2 分]

另一方程为 $x^2-4mx+4m^2-4m-5=0$，两方程都要有实根，

$$\therefore\begin{cases}\Delta_1=16(1-m)\geqslant 0,\\ \Delta_2=16m^2-4(4m^2-4m-5)\geqslant 0,\end{cases}$$

解得 $m\in\left[-\dfrac{5}{4},1\right]$.　[6 分]

$\because$ 两根为整数，故和与积也为整数，

$$\therefore\begin{cases}\dfrac{4}{m}\in\mathbf{Z},\\ 4m\in\mathbf{Z},\\ 4m^2-4m-5\in\mathbf{Z}.\end{cases}$$　[8 分]

$\therefore m=-1$ 或 1.

当 $m=-1$ 时，

第一个方程 $x^2+4x-4=0$ 的根为非整数，

而当 $m=1$ 时，两方程的根均为整数，

$\therefore$ 两方程的根均为整数的充要条件是 $m=1$.　[12 分]

【突破思维障碍】

本题涉及参数问题，先用转化思想将复杂生疏的问题化归为简单熟悉的问题解决，两方程有实根则易想到 $\Delta\geqslant 0$，求出 m 的范围. 要使两方程的根都为整数可转化为它们的两根之和与两根之积都是整数.

【易错点剖析】

易忽略一元二次方程这个条件隐含着 $m\neq 0$；不易把方程的根都是整数转化为两根之和与两根之积都是整数.

◎ 课堂小结

1. 逻辑联结词"或""且""非"的含义的理解.

(1)"或"与日常生活用语中的"或"意义有所不同，日常用语"或"带有"不可兼有"的意思，如工作或休息，而逻辑联结词"或"含有"同时兼有"的意思，如 $x<6$ 或 $x>9$.

(2)命题"非 p"就是对命题"p"的否定，即对命题结论的否定；否命题是四种命题中的一种，是对原命题条件和结论的同时否定.

2. 判断复合命题的真假，要首先确定复合命题的构成形式，再指出其中简单命题的真假，最后根据真值表判断.

3. 全称命题"$\forall x\in M$，$p(x)$"的否定是一个特称命题"$\exists x\in M$，$\neg p(x)$"；

特称命题"$\exists x\in M$，$p(x)$"的否定是一个全称命题"$\forall x\in M$，$\neg p(x)$".

4. 研究命题及其关系时，要分清命题的题设和结论，把命题写成"如果……，那么……"的形式，当一个命题有大前提时，必须保留大前提，只有互为逆否的命题才有相同的真假性.

5. 在解决充分条件、必要条件等问题时，要作出 p 与 q 是否可以相互推出的两次判断，同时还要弄清是 p 对 q 而言，还是 q 对 p 而言，还要分清否命题与命题的否定的区别.

6. 本节体现了转化与化归的数学思想.

第二章　函　数

学案 3　函数及其表示

导学目标

1. 了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域，了解映射的概念.
2. 在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法等)表示函数.
3. 了解简单的分段函数，并能简单应用.

课前准备区　　回扣教材　夯实基础

自主梳理

1. 函数的基本概念

(1)函数的定义

设 A，B 是非空的________，如果按照某种确定的对应关系 f，使对于集合 A 中的________一个数 x，在集合 B 中都有____________的数 $f(x)$ 和它对应，那么就称 f：$A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数，记作____________．x 的取值范围 A 叫做函数的__________，______________叫做函数的值域.

(2)函数的三要素：__________、__________和__________.

(3)函数的表示法

表示函数的常用方法有__________、__________、__________.

(4)函数相等

如果两个函数的________和________完全一致，则这两个函数相等，这是判定两函数相等的依据.

(5)分段函数：在函数的__________内，对于自变量 x 的不同取值区间，有着不同的__________，这样的函数通常叫做分段函数．分段函数是一个函数，它的定义域是各段取值区间的__________，值域是各段值域的__________.

2. 常见函数定义域的求法

(1)分式函数中分母________.

(2)偶次根式函数被开方式________.

(3)一次函数、二次函数的定义域为________.

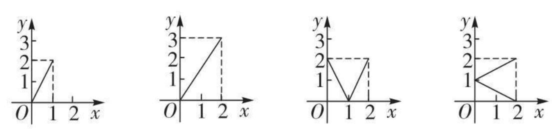
(4)$y=a^x$($a>0$ 且 $a\neq1$)，$y=\sin x$，$y=\cos x$ 的定义域均为________.

(5)对数函数的真数________.

(6)$y=\tan x$ 的定义域为________________.

自我检测

1. 设集合 $M=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$，$N=\{y\mid 0\leqslant y\leqslant 2\}$，给出下列 4 个图形，其中能表示集合 M 到 N 的函数关系的有　　(　　)



A. 0 个　　B. 1 个

C. 2 个　　D. 3 个

2. 函数 $f(x)=\sqrt{1-2^x}+\dfrac{1}{\sqrt{x+3}}$ 的定义域为　　(　　)

A. $(-3,0]$

B. $(-3,1]$

C. $(-\infty,-3)\cup(-3,0)$

D. $(-\infty,-3)\cup(-3,1)$

3. 函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$ 的定义域为　　(　　)

A. $(-1,+\infty]$　　B. $(-1,0]$

C. $(-1,+\infty)$　　D. $(-1,0)$

4. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_3 x, & x>0,\\ 2^x, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f\left(f\left(\dfrac{1}{9}\right)\right)$ 等于　　(　　)

A. 4　　B. $\dfrac{1}{4}$

C. -4　　D. $-\dfrac{1}{4}$

5. 下列函数中，与函数 $y=x$ 相同的函数是　　(　　)

A. $y=\dfrac{x^2}{x}$　　B. $y=(\sqrt{x})^2$

C. $y=\lg 10^x$　　D. $y=2\log_2 x$

真题再现

1. 下列函数中，与函数 $y=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ 定义域相同的函数为（　　）

A. $y=\frac{1}{\sin x}$　　B. $y=\frac{\ln x}{x}$

C. $y=xe^x$　　D. $y=\frac{\sin x}{x}$

2. 设 $f(x)=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0,\end{cases}$ $g(x)=\begin{cases}1, & x\text{为有理数},\\ 0, & x\text{为无理数},\end{cases}$ 则 $f(g(\pi))$ 的值为（　　）

A. 1　　B. 0

C. -1　　D. π

3. 函数 $f(x)=\ln(x^2-x)$ 的定义域为（　　）

A. $(0,1)$　　B. $[0,1]$

C. $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$　　D. $(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$

4. (2017 山东卷)设函数 $y=\sqrt{4-x^2}$ 的定义域为 A，函数 $y=\ln(1-x)$ 的定义域为 B，则 $A\cap B=$（　　）

A. $(1,2)$　　B. $(1,2]$

C. $(-2,1)$　　D. $[-2,1)$

5. 设 $f(x)=\begin{cases}1-\sqrt{x}, & x\geqslant 0,\\ 2^x, & x<0,\end{cases}$ 则 $f(f(-2))=$（　　）

A. -1　　B. $\frac{1}{4}$

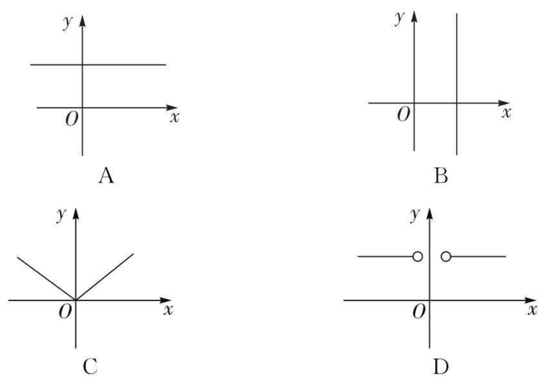
C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$

课堂活动区

突破考点　研析热点

探究点一　函数与映射的概念

例 1　下列图形中，不可能是函数图象的是（　　）



探究点二　求函数的定义域

例 2　(1)函数 $y=\sqrt{x+1}+\frac{(x-1)^0}{\lg(2-x)}$ 的定义域为__________.

(2)已知函数 $f(2x+1)$ 的定义域为 $(0,1)$，则 $f(x)$ 的定义域为__________.

变式迁移 1　已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1,0)$，则函数 $f(2x+1)$ 的定义域为（　　）

A. $(-1,1)$　　B. $\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$

C. $(-1,0)$　　D. $\left(\frac{1}{2},1\right)$

探究点三　求函数的解析式

例 3　(1)已知 $f(\sqrt{x}+1)=x+2\sqrt{x}$，则 $f(x)$ 的解析式为__________.

(2)已知一次函数 $f(x)$ 满足 $f(f(x))=4x-1$，则 $f(x)$ 的解析式为__________.

(3)已知 $f(x)+3f(-x)=2x+1$，则 $f(x)$ 的解析式为__________.

变式迁移 2　已知 $f(x+1)=x+2x^2$，则 $f(x)=$__________.

探究点四　分段函数的应用

例 4　(2018 全国卷Ⅰ)设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}, & x\leqslant 0,\\ 1, & x>0,\end{cases}$ 则满足 $f(x+1)<f(2x)$ 的 x 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,-1]$　　B. $(0,+\infty)$

C. $(-1,0)$　　D. $(-\infty,0)$

变式迁移 3　已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^{x-1}-2, & x\leqslant 1,\\ -\log_2(x+1), & x>1,\end{cases}$ 且 $f(a)=-3$，则 $f(6-a)=$（　　）

A. $-\frac{7}{4}$　　B. $-\frac{5}{4}$　　C. $-\frac{3}{4}$　　D. $-\frac{1}{4}$

◎ 课堂小结

1. 与定义域有关的几类问题

第一类是给出函数的解析式，这时函数的定义域是使解析式有意义的自变量的取值范围；

第二类是实际问题或几何问题，此时除要考虑解析式有意义外，还应考虑使实际问题或几何问题有意义；

第三类是不给出函数的解析式，而由 $f(x)$ 的定义域确定函数 $f[g(x)]$ 的定义域或由 $f[g(x)]$ 的定义域确定函数 $f(x)$ 的定义域；

第四类是已知函数的定义域，求参数范围问题，常转化为恒成立问题来解决.

2. 解析式的求法

求函数解析式的一般方法是待定系数法和换元法，除此还有代入法、拼凑法和方程组法.

学案 4　基本函数

公　　式：①$\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$；②$\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$；

③$\log_a M^n=n\log_a M(n\in\mathbf{R})$；④$\log_{a^m} M^n=\frac{n}{m}\log_a M$.

换底公式：$\log_b N=\frac{\log_a N}{\log_a b}$（$a$，$b$ 均大于 0 且不等于 1）.

导学目标

1. 了解指数、对数及幂函数、二次函数模型的实际背景.
2. 理解指数幂及指数函数、对数及对数函数、幂函数和二次函数的概念和性质，并掌握函数的单调性与函数图象的特殊点.

课前准备区

回扣教材　夯实基础

自主梳理

1. 指数幂的概念

(1)根式：如果一个数的 n 次方等于 a（$n>1$ 且 $n\in\mathbf{N}^*$），那么这个数叫做 a 的 n 次方根．也就是，若 $x^n=a$，则 x 叫做________，其中 $n>1$ 且 $n\in\mathbf{N}^*$．式子$\sqrt[n]{a}$叫做________，这里 n 叫做________，a 叫做________.

(2)根式的性质：①当 n 为奇数时，正数的 n 次方根是一个正数，负数的 n 次方根是一个负数，这时，a 的 n 次方根用符号________表示.

②当 n 为偶数时，正数的 n 次方根有两个，它们互为相反数，这时，正数的正的 n 次方根用符号________表示，负的 n 次方根用符号________表示．正负两个 n 次方根可以合写成________（$a>0$）.

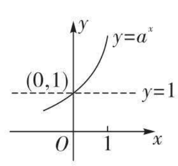
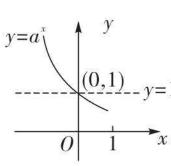
③当 n 为偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=$________$=\begin{cases}a，a\geqslant 0，\\-a，a<0.\end{cases}$

④当 n 为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=$________.

⑤负数没有________次方根.

⑥0 的任何次方根都是________.

2. 指数函数的图象与性质

$y=a^x$	$a>1$	$0<a<1$
图象		
定义域	(1)________	
值域	(2)________	
性质	(3)过定点(________)	
	(4)当 $x>0$ 时，________； $x<0$ 时，________	(5)当 $x>0$ 时，________； $x<0$ 时，________
	(6)在$(-\infty，+\infty)$上是________	(7)在$(-\infty，+\infty)$上是________

底数 a 按 $0<a<1$ 和 $a>1$ 进行分类讨论.