

全国小学教育专业“十三五”规划教材

小学数学教学设计

孙国春 主编



复旦大学出版社

小学数学教学设计

復旦大學出版社



前言

小学数学教学设计的教育部颁布《教师教育课程标准(试行)》(教师[2011]6号)之后,依据国家标准新设置的高校小学教育专业必修课程。由于该课程开设时间较短,所以适合使用的教材十分匮乏。为此,我们邀请高校小学数学教育专家、小学名特优教师共同开发了本教材,以满足小学教师职前培养的教学需要。

本教材以《教师教育课程标准(试行)》为指导,以《义务教育数学课程标准(2011年版)》为依据,参照国内主要版本小学数学教科书,坚持育人为本、实践取向、终身发展的理念,致力培养师范生的小学数学教材解读与教学设计能力,为形成小学数学教学实践能力奠定坚实基础。

根据高校教学安排特点和学时条件,本教材在体系架构上,依据内容属性和知识容量,将小学数学课程内容整体划分成相对独立、容量适中的若干模块,整体统筹“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”四个学习领域,构建以小学数学课程内容为主线的模块化教材体系,克服教学设计案例汇编类图书选题随意、体系缺失,和同步分册教学设计案例类图书篇幅过长、耗时过多的弊端,让师范生能够在较短时间内接触和熟悉小学数学课程中各种类型、各种属性内容的教学设计思路和样式。

根据小学职前教师教学能力形成规律,本教材在编写思路,按“内容透析”“案例研讨”“要点提炼”“实践操作”组织模块内容,构建“由理性认识到直观感知”“由特殊案例到一般要领”“由课堂学习到实践操作”的小学数学教学设计能力训练路径,改变按教学环节(要素)分项设计类图书、教学设计理论类图书与课程内容研

究割裂、与教学实践过程脱节的倾向,让师范生在对模块课程内容深度理解的基础上,获得对同质内容教学设计要领会的概括把握和教学设计实践的初步经验。

根据基础教育课程改革的最新要求,本教材在内容选择上,注意吸收小学数学研究的最新成果,精心筛选反映小学数学课改前沿的优秀案例,并从数学科学和儿童学习的角度对所选案例进行二次加工,通过设计说明、教学解析、问题讨论等多种方式,对所选案例展开多维研讨,着力提高师范生的学科认知和教育理解水平,促使他们在较高的起点上形成和发展小学数学教学设计能力。

本教材由孙国春任主编,负责全书的策划与构思、审阅与统稿,施永新负责后期的加工。具体的编写人员及分工如下:顾娟(第一章第一节)、仲爱云(第一章第二节、第二章第二节)、曹军(第一章第三节)、于国海(第二章第一节、第三节)、许卫兵(第三章)、储冬生(第四章)、王海峰(第五章)、朱艳峰(第六章第一节)、沈红霞(第六章第二节)、曹建全(第七章第一节、第三节)、施永新(第七章第二节)、顾新辉(第八章)、杨新建(第九章)、柳小梅(第十章)。

全体编写人员以高度负责的精神参与本教材的编写工作,从立意到构思反复研讨,从选材到表达仔细推敲,力求达到教材的既定目标。尽管我们非常用心,并数易其稿,但书中难免存在疏漏、偏误,敬请广大读者批评指正。



目录

第一章 数的认识 / 1

- 第一节 整数的认识 / 1
- 第二节 分数的认识 / 20
- 第三节 小数的认识 / 42

第二章 数的运算 / 56

- 第一节 整数的运算 / 56
- 第二节 小数的运算 / 72
- 第三节 分数的运算 / 85

第三章 常见的量 / 103

第四章 代数初步知识 / 123

第五章 探索规律 / 143

第六章 图形的认识 / 159

第一节 平面图形的认识 / 159

第二节 立体图形的认识 / 171

第七章 测量 / 187

第一节 长度测量与角的度量 / 187

第二节 平面图形的周长与面积 / 199

第三节 立体图形的表面积与体积 / 213

第八章 图形的运动和位置 / 224

第九章 统计与概率 / 244

第十章 综合与实践 / 269



第一章 数的认识

第一节 整数的认识

“整数”是小学数学研究的基本对象之一。“认识整数”是小学生数学学习的重要内容，也是学习整数的四则运算、认识分数与小数等其他内容的重要基础。

人类最早认识的整数是自然数。自然数是一切等价有限集合共同特征的标记，可用以计量事物数量或表示事物次序。数列 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, n$ ，称为自然数列。在定义自然数的同时也定义了加法，在加法的基础上又产生了减法、乘法和除法，统称为四则运算^①。然而自然数集合只对加法运算和乘法运算是封闭的，为保证减法运算的封闭性，引入了负整数，把自然数集合扩充到整数集合。

不为0的自然数称为正整数，正整数对应的相反数称为负整数。负整数、0和正整数统称为整数。整数集合可以表示为： $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$



内容透析

◆ 学科维度

在小学数学的内容体系中，整数知识可以概括为4个基本方面：数的意义、计数方法、数的表示法和基本性质。从学科维度透析整数这4个方面的知识，有利于我们从内容本质和建构特点上对其进行归纳比较，梳理其纵向发展与横向联系的脉络，有助于我们对学科知识的理解更深刻，对教学内容的思考更深入，对教学方法的探讨更透彻。

1. 整数的意义

数起源于“数”(shǔ)，来自“量”(liàng)。远古时代，人类在与自然接触的过程中，逐渐产生了“有与无”“多与少”的数量朦胧意识。这种原始数觉对人类萌生数概念起到了奠基作用。

随着生产的发展和生活方式的变化，人类逐渐产生了比较多与少的需要。如在狩猎前，想知道狩猎工具是否够用，就需要比较工具个数与狩猎人数的多少；在狩猎后，想知道食物是否够分，就需要比较食物数量与人口数量的多少。在经历了很多数与量不断变化的具体

^① 史宁中，基本概念与运算法则[M]，北京：高等教育出版社，2013：20.

情境后,人类借助原始数觉,创造了分辨数量(注:数量是有实际背景的、关于量的多少的表达)^①多与少的办法。

对于相同的物品,人们很容易分辨其数量的多与少。如比较4头牛与3头牛的多与少,可从4头牛中去掉一头牛得到3头牛,没有去掉牛的数量当然比去掉一头牛的数量多,即4头牛比3头牛多。

对于不同的物品,要分辨其数量的多少对古代人类来说就颇费周折了,如比较4头牛和3颗石子的数量。人类最初是借助对应关系来比较数量多少的。

古希腊著名的《荷马史诗》讲述了独眼巨人波吕裴摩斯放羊的故事。早晨从山洞里每出来一只羊,他就捡起一颗石子。晚上每返回一只羊,他就扔掉一颗石子。当早晨捡起的石子都扔光时,他就能确信所有的羊都返回了山洞。波吕裴摩斯使用的方法,是把羊和石子相对应。

借助对应方法,可以比较4头牛和3颗石子数量的多少。过程大致如此:把牛看作一个集合,把石子也看作一个集合。从牛的集合中拿出一个,同时也从石子的集合中拿出一个。重复这样的过程,最后牛的集合中还有剩余,说明牛的数量比石子多。

比较数量多少实现了对具体事物有关量的一种抽象。而当农业成为主要生产方式的时候,人类的活动不再限于能通过一一对应比较多少、分配物品,还需要获知物品的具体数目、记录日期等。于是,记数成为一种现实需要。

在记数的初期,人们用代表集合记录物体数目。人类在比较数量多少的过程中认识到,能够建立一一对应关系的不同集合的元素个数相同。于是,产生了把同样多的元素集合归为一类(等价集合类)的思想,并从中选用熟悉的、方便的、元素固定的集合作为代表集合,表示等价集合类的共同特征,交流“物体有多少个”。例如,用“一个人的耳朵”作为代表集合来表示元素个数是2的一类集合;用“一只手的手指”作为代表集合来表示元素个数是5的一类集合。

随着越来越大的数目不断出现,耳、手、足等有限的代表集合已难以满足记数需要。伴随着语言的发展,人类开始用代表集合的简称命名数。例如,将代表集合“一个人的耳朵”简称为“耳”,表示两个。继而,随着文字的产生和使用,创造了用符号表达数的便捷方式。例如,埃及人用“|”“||”“Π”等象形数字符号分别表示“一”“二”“十”等数;古希腊人开始用“α”“β”“γ”等字母符号表示“一”“二”“三”等数,最终发展为用阿拉伯数字“1”“2”“3”等记录数。具体的代表集合最终以数字的抽象形式出现,至此,抽象的数概念已经形成。

对数量抽象的最初结果是自然数。这个标记一方面可以表示集合中元素的个数,通常称为基数;另一方面,由于自然数在自然数列中是有序的,所以自然数还可以用来给集合中的元素编号,表示某个有序集合中每个元素所占的位置,通常称为序数。因此,自然数具有表达数量和次序的双重意义:基数意义和序数意义^②。基数意义是自然数的本质属性,序数意义是自然数的序数属性,二者彼此相通,共同反映了离散事物的记数特征。

负数的创造也是日常生活和生产实践的需要,它的形成源于对生活中完全相反的事物数量的刻画,因而也有着明确的现实背景,本质上也是对数量的抽象。比如,用1500表示

① 史宁中. 基本概念与运算法则[M]. 北京: 高等教育出版社, 2013: 4.

② 人民教育出版社小学数学室. 基础数学[M]. 北京: 人民教育出版社, 2013: 3.

“收入 1 500 元”，那么，就用 $-1\ 500$ 表示“支出 1 500 元”。数学上约定：在自然数的前面加上符号“ $-$ ”表示负数。负数与对应的自然数在数量上相等（绝对值相等），表示的意义相反。负数的出现使得“零”不仅可以表示“没有”^①，还可以作为正数和负数的界限。

引入负数，既是实际的需要，用以刻画现实世界中具有相反意义的量，也是数学自身发展的需要，用以解决数集与运算封闭性的矛盾。

从数的起源和发展来看，正如史宁中教授所说，数量是对现实生活中事物量的抽象，数是对数量的抽象。数量关系的本质是多与少，数之间最基本的关系是大与小。

2. 整数的表示

随着认识数的范围不断扩大，人类不可能总以“逐个点数”为基础，给每个新数都起一个新名称，而是创造了“按群点数”，逐次引进更高级计数单位的计数方法，并以此为基础建立计数规则，完全解决自然数的表示问题。

例如，一开始人类以自然单位“一”为基本计数单位，逐个点数；当点数比 10 更多的物体时，每点满 10 就扎一捆，然后一捆一捆地按群点数，在事实上选择了比“一”更高级的计数单位“十”（即 10 个一）；当点满 10 捆再扎一大捆，然后一大捆一大捆地点数……这样，以自然单位“一”为基本计数单位，再按十进制（满十进一）规则逐次生成更高级的辅助计数单位：十个一叫做十，十个十叫做百，十个百叫做千，十个千叫做万，十个万叫做十万，十个十万叫做百万，十个百万叫做千万，十个千万叫做亿……一（个）、十、百、千、万、十万、百万、千万、亿……都是计数单位，相邻两个计数单位之间的进率是十。当然，也可以“一”为基本计数单位，按二进制（满二进一）、六进制（满六进一）等规则生成更高级的其他辅助计数单位。不同进制的计数单位不同，一般地， $X(X > 1)$ 进制的计数单位就是 $X^0, X^1, X^2, X^3, \dots$ 例如，二进制的计数单位是 $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots$ 六进制的计数单位是 $6^0, 6^1, 6^2, 6^3, \dots$

以“按群点数”得到的一系列计数单位为基础，通过如下计数规则，就可以用有限个数字符号表示任意一个自然数。

以十进制为例。将计数单位一（个）、十、百、千、万、十万、百万、千万、亿……按从左到右顺序依次排列，它们所占的位置分别称为个位、十位、百位、千位、万位、十万位、百万位、千万位、亿位……，统称为数位；规定每个数位上数字表示的数值，由数字本身表示的数值和数字所处数位的计数单位共同确定。如数字 5 本身表示的数值是 5 个一，在个位上仍然表示数值 5 个一，但在十位上则表示 5 个十、在万位上则表示 5 个万。这样的计数规则称为位值原则。

根据位值原则，任意一个自然数都可以按十进制规则，用 10 个数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 以及一（个）、十、百、千、万、十万、百万、千万、亿……等计数单位表示成按权 10^k (k 为整数) 展开的多项式：
$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1}_{(10)} = a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + \dots + a_2 10^1 + a_1 (a_n \neq 0)$$
，其中 $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1 \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 。一般地，根据位值原则，任意一个自然数都可以按 X 进制规则，用 X 个数字以及相应的计数单位表示成按权 X^n (n 为整数) 展开的多项式，其中 X 称为基数。为了区分不同进制，写数时通常在数的右下角标注进位制的基数。例如， 10_2 表示二进制数 10， 271_8 表示八进制数 271，十进制数一般不标记基

^① 1993 年颁布的《中华人民共和国国家标准》(GB 3100~3102-93)《量和单位》(11-2.9)第 311 页，规定自然数包括 0。具体表述为：用 0 表示“一个物体也没有”所对应的计数。

数。

读数和写数时,通常采用四位分级法,即每4个计数单位组成一级,个、十、百、千称为个级,万、十万、百万、千万称为万级,亿、十亿、百亿、千亿称为亿级,等等。同样是十进制,西方很多国家采用三位分级法:个、十、百是个级,千、十千、百千是千级,密、十密、百密是密级,等等。不同的分级法,虽然称呼不同,但表示数的符号是相同的。如,一万和十千,符号表示都是10 000。

读自然数的法则是:数字符号+计数单位。读万以内的数,从最高位起,顺次读出数名和计数单位名。比如,36表示3个十和6个一,读作三十六。读更大的数时,先从右往左四位分级,再从最高位起,顺次读出各级里的数和级名。除个级不读级名外,其他每一级的级名在这一级的末尾读出。每一级末尾的0不读,其他数位上有一个0或连续几个0,都只读一个零。

由此看来,数的符号反映着进制、计数单位以及一个量中分别包含几个不同的计数单位等信息^①。表示数的基本原理就是一个量中含有几个计数单位。

3. 整数的性质

下面对整数性质的讨论,仅在自然数范围内进行。

(1) 自然数列及其性质。

现代数学中,普遍采用皮亚诺算术公理体系来定义自然数。这一体系利用“直接后继”的概念,在已经定义的自然数后面再加1,得到后继自然数,从而清晰地揭示:数是一个一个大起来。

像0, 1, 2, 3……这样,全体自然数依次排列的一列数叫做自然数列。

自然数列有如下性质:

有始:自然数列最前面的一个是零。

有序:在自然数列里,每一个自然数后面都有且只有一个后继数;除零以外,每一个自然数都有且只有一个先行数。在自然数列里,排在后面的数,比前面任何一个数都大;排在前面的数,比后面任何一个数都小。

无限:自然数通过加1,不断生成更大的自然数。自然数列里没有最后一个自然数,因此,它是一个无限的数列。

(2) 整除、倍数和因数。

对于整数 a 和正整数 b ,如果存在一个整数 k ,使得 $a=b\times k$,那么就说 a 能被 b 整除,也可以说成 b 整除 a 。

如果整数 a 能被正整数 b 整除,商为 k ,那么称 a 是 b 的倍数(a 是 b 的 k 倍); b 是 a 的因数(约数)。

(3) 自然数的分类。

小学数学教学内容中对自然数的分类主要有两种:一种是奇数与偶数;一种是质数(素数)与合数。

偶数与奇数:能被2整除的数是偶数,记作 $2n$ (n 为整数)。不能被2整除的数是奇数,记作 $2n+1$ (n 为整数)。自然数中最小的偶数是0,最小的奇数是1。偶数和奇数都有无限

^① 王跃红.“数”知识建构特点与课程教学建议[J].课程·教材·教法,2008,2:46.

多个。

质数与合数：在大于1的自然数中，只有1和它本身两个因数的自然数叫做质数，也称素数。在大于1的自然数中，除了1和它本身，还有其他因数的自然数叫做合数。1只有一个因数，它既不是质数，也不是合数。0有无限多个因数，不便于讨论。所以，自然数按其因数有1个、2个、有限多个和无限多个，分成0、1、质数和合数4类。最小的质数是2，最小的合数是4。质数和合数都有无限多个。

在所有的质数里只有2是偶数，其余都是奇数，但奇数不都是质数。在所有的偶数里，只有2是质数，其他的都是合数，但合数不都是偶数。

◆ 课标维度

《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称为《课标(2011年版)》)将“整数的认识”分散安排在两个学段，主要内容在第一学段完成，第二学段重点梳理十进制计数法。两个学段的课程内容如下：

第一学段(1~3年级)：

1. 在现实情境中理解万以内数的意义，能认、读、写万以内的数，能用数表示物体的个数或事物的顺序和位置。

2. 能说出各数位的名称，理解各数位上的数字表示的意义；知道用算盘可以表示多位数。

3. 理解符号 $<$ 、 $=$ 、 $>$ 的含义，能用符号和词语描述万以内数的大小。

4. 在生活情境中感受大数的意义，并能进行估计。

5. 能运用数表示日常生活中的一些事物，并能进行交流。

第二学段：

1. 在具体情境中，认识万以上的数，了解十进制计数法，会用万、亿为单位表示大数。

2. 结合现实情境感受大数的意义，并能进行估计。

3. 会运用数描述事物的某些特征，进一步体会数在日常生活中的作用。

4. 知道2, 3, 5的倍数的特征，了解公倍数和最小公倍数；在1~100的自然数中，能找出10以内自然数的所有倍数，能找出10以内两个自然数的公倍数和最小公倍数。

5. 了解公因数和最大公因数；在1~100的自然数中，能找出一个自然数的所有因数，能找出两个自然数的公因数和最大公因数。

6. 了解自然数、整数、奇数、偶数、质(素)数和合数。

7. 在熟悉的生活情境中，了解负数的意义，会用负数表示日常生活中的一些量。^①

从课标维度透析“整数的认识”的课程内容，需要关注“认数情境”“目标要求”两个问题。

1. 认数情境

《课标(2011年版)》两个学段都要求在情境中认数，但认数的范围、要求、学段不同，对应的情境要求也不同。

第一学段“理解万以内数的意义……”，要求现实情境。一般认为，现实是与理想相对的概念，因此，“现实世界中客观存在”是现实情境最本质的特征。一方面，“万以内的数”属于认数知识模块的起始内容，它是客观存在的物体数量的直接抽象，因此与现实世界的关系十

^① 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2011版)[S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2012: 16—20.

分密切,在现实情境中认识万以内的数客观上存在可能性。另一方面,第一学段学生的思维水平较低,总体上以具体形象思维为主,因此,认数学习只有联系学生身边具体的现实事物,才能让学生在现实背景中理解数的意义。

第二学段“认识万以上的数……”,要求具体情境。具体是与抽象相对的概念,具体情境的最大特点就是形象、易感。与第一学段相比,第二学段学生思维水平有了较大发展,抽象思维能力逐渐增强。但是,万以上的数对小学生来说属于大数,因为在日常生活中很少用到,因而不易找到与之匹配的直观原型,在认识这些大数时小学生仍感到抽象。在教学中,创设“用方块表示数”“用计算器或算盘表示数”等具体情境,有利于学生直观理解相应的计数单位、十进制计数法的数位顺序和位值原则,让抽象的学习对象看得见、摸得着。

“感受大数意义,并能进行估计”比较特殊,它不仅被安排在两个学段,而且两个学段对认数情境的要求也不同。第一学段要求在生活情境中感受和估计,如《课标(2011年版)》附录2中的例3:“1200张纸大约有多厚?你的1200步大约有多长?1200名学生站成做广播操的队形需要多大的场地?”^①第二学段要求在现实情境中感受和估计,如《课标(2011年版)》附录2中的例23:“如果一个人的寿命是76岁,这个人一生的心跳大约有多少次?光速大约是30万千米/秒,光从太阳到达地球大约需要多长时间?如果把100万张纸叠加起来,会有珠穆朗玛峰那么高吗?”^②这样的安排,具有一定的合理性和科学性。第一学段的大数,指的是万以内的相对大数;第二学段的大数,则是指万以上的绝对大数。因为两个学段给出的大数标准不同,所以学习难度和认数情境也存在差异性。认识1200这个万以内的相对大数,只要通过1200张纸的厚度、1200步的长度、1200个人排成广播操队形占地的面积等学生熟悉的生活情境,就可以获得对这个大数的直观感受。但对于认识32亿这个绝对大数,因为小学生生活中几乎没有用到,无法通过创设生活情境,让学生感受其意义。因此,必须扩大认数的情境范围,即把32亿这个绝对大数的认数情境,拓展到人一生的心跳次数这个现实情境。它虽然不是小学生熟悉的生活情境,但基于第二学段小学生的思维发展水平,借助计算、推理、想象完全能够成为可理解、可感受的现实情境。

2. 目标要求

数学课程内容“不仅包括数学的结果,也包括数学结果的形成过程和蕴含的数学思想方法。”^③因此,《课标(2011年版)》在表述“整数的认识”课程内容时,既使用了表示结果目标的行为动词,又使用了表示过程目标的行为动词。正确解读内含其中的目标动词,是准确理解课程内容的必然要求。

虽然《课标(2011年版)》附录1对表示目标的所用行为动词的基本含义做了逐个介绍,并列出了与相关行为动词同等程度的常用词语,但要准确把握课程内容相关表述中目标动词的确切含义,需要根据表述的具体语境和相应的数学知识内容进行综合分析。

如对表述“在1~100的自然数中,能找出一个自然数的所有因数”,其中包含与“掌握”同等水平的目标行为动词“能”,附录1对“掌握”的释义是:“在理解的基础上,把对象

① 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2012:75.

② 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2012:86.

③ 义务教育数学课程标准修订组.义务教育数学课程标准(2011年版)解读[M].北京:北京师范大学出版社,2012:2.

用于新的情境”；结合表述的数学内容，此处的对象显然是指“因数”，因此，本表述的字面意思就是“在理解因数的基础上，把因数用于新的情境”。深入到语句内部分析，根据附录1中“理解”即为“描述对象的特征和由来，阐述此对象与相关对象之间的区别和联系”的基本释义，理解“因数”至少包括3个要点：一是能说出因数的基本含义，知道因数是研究数的整除关系时引出的概念；二是明白因数与倍数具有相互依存的关系，会判断两个自然数是否具有因倍关系；三是清楚0的因数有无限个（非0自然数都是它的因数），非0自然数的因数有有限个（它的最小因数是1，最大因数是它本身）。进一步综合分析可以发现，认识因数概念以及判断因倍关系只要在两个自然数之间借助一次除法运算即可完成；而要找出一个自然数的所有因数，理论上需要用小于该自然数的一切自然数去逐个试除才能完成。两者相比，后者显然是比前者更为开放、更为复杂的新情境，特别当给定的自然数足够大时，不仅耗时长，而且计算本身对小学生来说就非常困难。考虑到小学生的实际能力，《课标（2011年版）》将研究范围限定在1~100的自然数中，以实现对小学生学习难度的合理控制。

◆ 教材维度

现行的主流小学数学教材关于“整数的认识”大多安排7个单元，第一学段安排“认识10以内的数”“认识11~20各数”“认识100以内的数”“认识万以内的数”4个单元；第二学段安排“万以内数的认识”（又称“认识多位数”或“大数的认识”）、“负数的初步认识”、“因数和倍数”3个单元。其中前5个单元是教材为小学生认识自然数设计的5个学习阶段，它属于“整数的认识”知识模块的主体内容。

第一阶段“认识10以内的数”。虽然小学生在入学前已学会点数(shǔ)并能数(shǔ)出很多数，但尚未在头脑中建立起真正的数概念，即未能完成从物体数量到数的抽象过程。因此，教材通过点数(shǔ)集合圈中物体、用珠子代表点数(shǔ)物体、用数字表示珠子个数等循序渐进的过程，引导小学生在完成从数量到数的抽象过程中形成数的概念；创设用数表示周围物体数量以及排队等生活情境，让小学生理解自然数的基数和序数意义；运用在两排物体之间对应连线的操作活动，让小学生在直观感受“同样多”“比谁多”“比谁少”的过程中理解符号 $<$ 、 $=$ 、 $>$ 的含义；借助直尺上的整数刻度，帮助小学生逐渐构建自然数的顺序结构。

第二阶段“认识11~20各数”。教材首先将10根小棒捆成一捆，得到“10个一是1个十”；接着，启发小学生在摆十几根小棒时先摆一捆、再摆几根；然后，通过用计数器左边一个珠子表示1个十、右边几个珠子表示几个一的计数方法，让小学生直观理解可以用两个数字表示11~20各数，明白写在左边的数字表示几个十、写在右边的数字表示几个一，进而理解11~20各数的组成和写法；最后，借助计数器的拨珠，让小学生理解1个十和10个一合起来是2个十、2个十是20。该学习阶段不可或缺，新计数单位“十”的引入，使自然数的认识进入了新境界：其一，计数单位从一个增加到两个，使得我们可以用两个计数单位分别计数，得到的两个数字左右排列表示同一个数，为学习数位概念进行了必要铺垫；其二，在记数时，数字1、2在不同位置表示不同的数值，为理解位值原则做了先期孕伏。

第三阶段“认识100以内的数”。教材在摆出几捆几根小棒基础上，通过9根小棒添1根又可捆一捆的学具操作，让小学生直观体会“满十进一”；通过一个一个地数(shǔ)得到99添上1是一百、10根10根地数(shǔ)得到10个10是一百的数(shǔ)数过程，让小学生亲身

感受“逐个点数(shǔ)”与“按群点数(shǔ)”相结合的认数方法;通过计数器这个直观模型,给出“个位”“十位”“百位”等数位名称以及各数位上数字表示的不同位值。这一阶段对认识自然数是极其关键的,其一,小学生学会了“逐个点数”与“按群点数”相结合的认数方法后,可以比较容易地用它去认识更大的自然数;其二,借助计数器初步建立的数位概念和位值概念,直观揭示了十进制计数法的内在原理和自然数的结构组成。

第四阶段“认识万以内的数”。教材借助方块模型、计数器以及个位、十位、百位等数位上数字的位值,让小学生直观认识1 000以内数的组成和含义;仿照第三阶段“认识一百”的方法,让小学生初步理解体会一千、一万的基数和序数意义;通过计数器和算盘上拨珠表示数,让小学生学会万以内的数的写法和读法;在此基础上,完成个级数位顺序表。至此,小学生日常生活中用到或遇到的自然数已认识完毕。

第五阶段“认识万以上的数”。对小学生来说,万以上的自然数在生活中很少用到或遇到,属于大数。因此,教材采用了与前4个阶段完全不同的编写思路:在通过具体实例让小学生认识到大数在现实社会中客观存在后,依据“十进”规则,依次引进万以上的各计数单位;借助位值原则和计数工具(计数器、算盘),让小学生理解万以上数的组成和含义;运用数位分级构建包含个级、万级、亿级……的数位顺序表,让小学生借此正确读写万以上的自然数,理解十进制计数法的本质。

这样循序渐进的编排,既遵循了自然数发展的内在逻辑,又契合了小学生的认知发展阶段,有利于不断丰富和强化小学生的认数活动经验,有利于渐次拓展和深化小学生对整数的认识,有利于持续发展和提升小学生的数感。



案例研讨

案例 1-1: “数数和千以内数的认识”教学设计

教学内容

苏教版义务教育教科书《数学》(二年级下册)第28~29页。

教学目标

1. 通过观察、操作、比较等活动,认识计数单位“千”,知道“10个一百是一千”,以及千以内的数位顺序;理解并掌握千以内数的组成,能按要求正确数数。

2. 在认识计数单位“千”、千以内数的组成和顺序的过程中,进一步体验利用已有知识和经验获得新知的过程,培养初步的观察、比较、分析和类比等思维能力。

3. 初步体会千以内的数在日常生活中的广泛应用,感受千以内数的实际大小,发展数感,激发对数学学习的兴趣。

教学重点

掌握千以内数的顺序,准确理解计数单位“千”的实际意义;渗透自然数最本质的性质,即任意一个自然数加上1后都能得到它的后继数。

教学难点

引导学生利用已有知识和经验获得新知,发展数感。



扫码查看
教学内容

教学过程

一、激活认数经验,初步感知比 100 大的数的特点

生活中,我们经常要用数来表达信息。你见过比 100 大的数吗?

(出示教材截图例 1 的情境图)请看这两幅图,你能知道什么?

134 和 300 都是比 100 大的数,这样的数究竟表示多少呢?今天,我们就来认识比 100 大的数。

【设计说明:生活中接触过的数,可以激活学生已有的认数经验,同时自然引入新课的学习内容。】

二、丰富认数活动,初步认识千以内的数

1. 认识整百数、几百几十几和几百几十的组成,初步理解千以内数的意义。

(1) 认识整百数。

(出示例 1 的方块图)每板方块中有多少个小正方体?数一数。

(课件演示:从 1 个小正方体起,10 个摆成一排,10 排摆成一板)10 个一是 1 个十,10 个十是 1 个百。

这是 1 个百,数一数图中一共有几个百?3 个百是多少?在计数器上拨一拨。为什么要在百位上拨 3 个珠?

小结:3 个百是三百。

【设计说明:由于学生是第一次接触用 10 乘 10 的方块表示一百,所以在出示方块图后,让学生亲自数一数一板方块里有多少个小正方体,并演示用小正方体摆出“一”“十”“百”的过程,既是整理已学过的计数单位,又帮助学生了解用 10 乘 10 的方块表示 1 个百。】

(2) 认识几百几十几。

(出示 324 的方块图)这里一共有多少个小正方体?你是怎么数的?

在计数器上表示出三百二十四。

小结:百位上拨 3 个珠表示 3 个百,十位上拨 2 个珠表示 2 个十,个位上拨 4 个珠表示 4 个一;3 个百、2 个十和 4 个一合起来就是三百二十四。

【设计说明:认识整百数、几百几十几和几百几十的组成都是先用方块表示数,再用计数器表示数,但是活动的设计各有侧重。“认识整百数”的活动,重点在于突出千以内数的认识。“认识几百几十几”的活动,重点在于掌握数的组成,感悟十进制计数法的特点。“认识几百几十”的活动,重点在于强调计数器上某一位表示“0”的方法。】

2. 感受计数单位“千”的形成过程,加深对十进制计数法进位规则的认识。

(1) 在计数器上一十一十地数数。

(在计数器上拨出三百五十)如果再在十位上拨上 1 个珠(在计数器十位上拨上 1 个珠),现在计数器上表示的数是多少?如果继续在十位上拨上 1 个珠呢?

你能边拨珠边一十一十地数,从三百五十数到四百六十吗?

三百九十,再添上 1 个十,十位上正好满 10,要向百位进 1。所以,一十一十地数,三百九十后面是四百。

(2) 在计数器上一个一个地数。

一边在计数器上拨珠,一边按要求数一数:一个一个地数,从九百八十九数到九百九十九。九百八十九添上 1 是九百九十。

一个一个地数,数到了九百九十九,还能继续数下去吗?

【设计说明:再次安排学生借助计数器数数,结合数数过程中的难点“数到九百九十九后,还能继续数下去吗?”展开讨论,进而产生认识新的计数单位的心理需求。】

(3) 认识计数单位“千”。

九百九十九添上1是一千,“千”是比“百”大的计数单位;从右边起,第四位是千位。

(出示10板由100个小正方体组成的方块)现在一百一百地数,从一百数到一千(课件相应演示把10板方块拼成一个大正方体的过程)。

你有什么发现?(板书:10个一百是一千。)

【设计说明:借助计数器探索、演示的过程是学生亲历新知产生的过程,进一步感受十进制计数法的特点。之后,再借助小正方体组成的方块,一百一百地数,从一百数到一千,旨在让学生从不同角度感受计数单位“千”的形成过程,发现“千”与“百”之间的进率。】

三、丰富认数练习,加深对数的意义及十进制计数法的认识

1. 在计数器上一边拨珠一边数。

一十一十地数,从八百六十数到一千。

一个一个地数,从七百八十六数到八百零五。

小结:一十一十地数,八百九十后面是九百,九百九十后面是一千。一个一个地数,七百八十九后面是七百九十,七百九十九后面是八百,八百后面是八百零一。

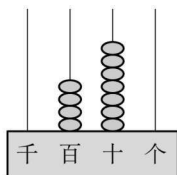
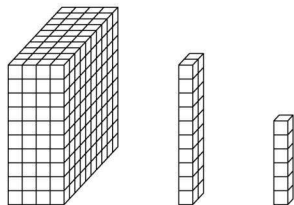
2. 接着下面各数再数出5个数:五百零七,二百九十八,九百九十五。

3. 图中一共有多少个方块?你是怎么数出来的?

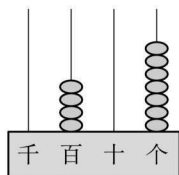
右图里有()个百、()个十和()个一。

小结:4个百、2个十和6个一合起来是四百二十六。

4. 观察左边计数器上7个粉色珠子和右边计数器上7个蓝色珠子,你有什么想法?



这个数是由4个()
和7个()组成的。



这个数是由4个()
和7个()组成的。

小结:在计数器上,百位上有几个珠就表示几个百,十位上有几个珠就表示几个十,个位上有几个珠就表示几个一。

【设计说明:练习设计围绕千以内数的意义,通过具体、丰富的活动,进一步熟练数数的方法,掌握数的组成,理解数的基数意义和序数意义以及十进制计数法,培养数感,发展思维。】

【问题与讨论】数感是对数的感悟,它表现为对数与量的一种直观认知能力。请结合课例谈谈,在小学低年级数学教学中,如何帮助学生建立关于数的直觉、形的直观,发展数感。

◀◀ 案例 1-2: “初步认识负数”教学设计 ▶▶

教学内容

苏教版义务教育教科书《数学》(五年级上册)第 1~2 页。

教学目标

1. 初步学会描述生活中一些简单的具有相反意义的量,体会数学与日常生活的联系。
2. 在熟悉的生活情境中初步了解正、负数,学会负数的读、写方法,知道 0 既不是正数,也不是负数,正数都大于 0,负数都小于 0。
3. 经历创造符号表示相反意义量的过程,发展符号感,享受创造性学习的乐趣;通过人类认识和使用负数的历史的介绍,体会中国古代文明对于数学发展的卓越贡献,激发民族自豪感。

教学重点

结合具体的实例初步了解正数和负数的含义;知道正数、负数与 0 的关系。

教学难点

通过提供直观形象的模型让学生初步了解正数和负数表示具有相反意义的量。

教学过程**一、自主创造,引出新数**

1. 引入生活实例。

水果仓库正在运进和运出,运进苹果 2 吨,运出香梨 2 吨。

水果进出库情况记录单

2018 年 5 月 7 日

品 名	数 量
苹果	2 吨
香梨	2 吨

这样记清楚吗?为什么?那有办法把水果运进和运出的情况记清楚吗?

【设计说明:数学的产生与实际生活息息相关。物品的运进和运出是学生熟悉的生活情境,通过观察情景,让学生体会生活中存在着具有相反意义的量。通过“想办法把水果运进和运出的情况记清楚”的探索性问题,将学生的思维置于“愤悱”状态,激发创新表达的强烈欲望。】

2. 相反关系举例。

运进 2 吨和运出 2 吨意思正好相反。生活中还有像这样意思相反的事例吗?

它们叫做相反意义的量。怎样表示相反意义的量呢?历史上的数学家们对这个问题进行过长期的探索和研究。

1700 多年前,我国古代数学家刘徽首创了两种方法,一种是用红、黑两种不同的颜色来区分,另一种是用摆放位置的正与斜来区分。之后又出现了划斜杠、加符号的方式。

400 多年前,法国数学家吉拉尔创造的“+2”“-2”这种表示方法,被广泛认可,一直沿



扫码查看
教学内容