

# 材料力学

主编 冯晓九



北京理工大学出版社  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

普通高等院校土建类应用型人才培养系列规划教材

# 材料力学

主 编 冯晓九

副主编 王新杰 胡 坤 耿 鞏

参 编 丁 琪 李其成 许桦楠

主 审 邹广平

## 内 容 提 要

本书知识体系构建以够用、实用为原则，循序渐进，由浅入深，再由理论融合实践应用，充分体现高等教育理论与实践并重的特色。本书共10章，主要内容包括绪论、轴向拉伸与压缩、剪切与挤压、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态与强度理论、组合变形、压杆稳定等。

本书可作为高等院校土木工程、水利工程等相关专业的教材，也可供相关工程技术人员工作时参考。

版权专有 侵权必究

---

### 图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学/冯晓九主编. —北京：北京理工大学出版社，2017.2 (2017.3重印)

ISBN 978-7-5682-3701-7

I .①材… II .①冯… III .①材料力学—高等职业教育—教材 IV .①TB301

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第027957号

---

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街5号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)

(010) 82562903 (教材售后服务热线)

(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京紫瑞利印刷有限公司

开 本 / 787毫米×1092毫米 1/16

印 张 / 16

字 数 / 377千字

版 次 / 2017年2月第1版 2017年3月第2次印刷

定 价 / 37.00元

责任编辑 / 陆世立

文案编辑 / 瞿义勇

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 边心超

---

图书出现印装质量问题，请拨打售后服务热线，本社负责调换

# 前 言

本书在编写过程中重视基础与应用，使教材具有较强的教学适用性，在内容的阐述与表达方面，力求论述严谨、简明扼要、层次分明，并在教学内容部分进行了创新。

本书内容突出基本概念、基本原理及基本方法，注重联系工程实际。考虑到现代化教学方法，单位课时内可容纳较多信息量的实际情况，本书在编写时引入了大量的工程实例及图表，从而激发学生学习材料力学课程的兴趣，既能使学生掌握材料力学的基本知识，又能加强学生从工程实际结构或构件中建立力学模型的能力培养，对学生工程应用能力与创新能力的培养具有极其重要的作用。

本书由常州大学冯晓九教授担任主编，常州大学王新杰、胡坤和耿翠担任副主编，丁琪、李其成、许桦楠参与了本书部分章节编写工作。全书由哈尔滨工程大学邹广平主审，由冯晓九负责统稿。具体编写分工为：冯晓九编写第1、2、5、7、8、9、10章，王新杰编写第6章，胡坤编写第3章，耿翠编写第4章，丁琪编写附录I和附录II，李其成编写了例题、习题及参考答案，许桦楠编写其他辅助内容。

在此，特别感谢邹广平教授的审阅工作和对本书编写工作给予的大力帮助。

由于编者水平有限，书中难免存在一些不足之处，诚恳希望读者批评指正。

编 者

# 目 录

## 第1章 绪论 ..... 1

1.1 材料力学的任务	1
1.2 变形固体的基本假设	2
1.3 外力的概念及分类	3
1.4 内力、截面法及应力的概念	3
1.5 变形与应变	5
1.6 杆件变形的基本形式	6

## 第2章 轴向拉伸与压缩 ..... 10

2.1 轴向拉伸与压缩的概念	11
2.2 轴向拉伸与压缩时截面上的内力	12
2.3 轴向拉伸与压缩时的应力及强度条件	14
2.4 轴向拉伸与压缩时的变形及刚度条件	21
2.5 材料的力学性能	26
2.6 温度应力、装配应力及应力集中的概念	32
2.7 知识拓展	36

## 第3章 剪切与挤压 ..... 45

3.1 概述 .....	46
3.2 剪切的实用计算 .....	48
3.3 挤压的实用计算 .....	49
3.4 知识拓展 .....	52

## 第4章 扭转 ..... 56

4.1 扭转的概念 .....	57
4.2 杆受扭时的内力计算 .....	58
4.3 圆轴扭转时横截面上的应力及强度计算 .....	60
4.4 圆轴扭转时的变形及刚度计算 .....	63
4.5 圆轴受扭破坏分析 .....	64
4.6 等直圆杆扭转时的应变能 .....	65
4.7 知识拓展 .....	68

## 第5章 弯曲内力 ..... 76

5.1 弯曲的概念和梁的计算简图 .....	77
5.2 梁的内力——剪力和弯矩.....	80
5.3 梁的内力图——剪力图和弯矩图.....	84
5.4 弯矩、剪力及载荷集度间的微分关系 .....	87
5.5 梁内的弯曲应变能 .....	91
5.6 知识拓展 .....	93

## 第6章 弯曲应力 ..... 101

6.1 梁弯曲时的正应力 .....	102
--------------------	-----

6.2 弯曲正应力的强度条件 .....	107
6.3 梁弯曲的切应力及强度条件 .....	109
6.4 知识拓展 .....	116

## 第7章 弯曲变形 ..... 124

7.1 梁的变形、挠度和转角 .....	125
7.2 挠曲线近似微分方程 .....	125
7.3 用积分法计算梁的变形 .....	126
7.4 用叠加法计算梁的变形 .....	129
7.5 梁的刚度校核及合理刚度设计 .....	133
7.6 知识拓展 .....	136

## 第8章 应力状态与强度理论 ..... 144

8.1 点的应力状态 .....	145
8.2 平面应力状态下的应力分析 .....	147
8.3 空间应力状态简介 .....	156
8.4 广义胡克定律 .....	157
8.5 强度理论 .....	159
8.6 知识拓展 .....	165

## 第9章 组合变形 ..... 175

9.1 组合变形的概述 .....	176
9.2 弯曲与拉伸（压缩）的组合 .....	176
9.3 弯曲与扭转的组合 .....	179
9.4 知识拓展 .....	183

**第 10 章 压杆稳定 ..... 192**

10.1 压杆稳定的概述 .....	193
10.2 细长压杆临界压力的欧拉公式 .....	194
10.3 欧拉公式的适用范围 .....	197
10.4 压杆的稳定计算 .....	199
10.5 知识拓展 .....	205

**附录 I 平面图形的几何性质 ..... 213**

**附录 II 型钢表 ..... 228**

**参考答案 ..... 242**

**参考文献 ..... 248**



# 第1章 绪论



## 学习重点

材料力学是研究构件承载能力的一门学科。本章主要介绍材料力学的基本概念(内力、应力、应变)，变形固体的基本假设，杆件变形的基本形式。本章的学习应重点掌握材料力学的基本概念、截面法和变形固体的基本假设。

### 1.1

## 材料力学的任务

结构物的部件和机械设备的零部件统称为构件。如建筑物的梁和柱、电动机的轴、活塞连杆等都称为构件。作用在建筑物和机械上的外力通常称为载荷。例如，厂房外墙受到的风力，水坝受到的水压力，车床主轴受到的切削力以及物体的自重等。建筑物中承受载荷而起骨架作用的部分称为结构。要使结构物或机械能正常地工作，就必须保证组成它的每个构件在载荷作用下能正常工作。因此，在工程中对所设计的构件都有一定的要求。其要求如下。

**强度要求：**不同的材料有不同的抵抗破坏的能力及不同的破坏机理。同一种材料在不同环境、不同工作条件下的破坏机理和形式也不尽相同。按不同要求设计的构件，例如，建筑物的梁、柱，起重机的吊索，船舶的传动轴等，在所处的工作条件和环境下，在规定的使用寿命期间不应该发生断裂破坏。要求构件必须具有足够的抵抗破坏的能力，即必须有足够的强度。

**刚度要求：**有些构件虽然满足其强度要求，但由于过大的变形也将使它不能正常工作。因此，还应要求构件的变形在一定的限度内，必须具有足够的抵抗变形的能力，即必须有足够的刚度。

**稳定性要求：**稳定性是指构件保持其原有平衡状态的能力，对于长的压杆必须保证其具有足够的稳定性。

一般来说，要使构件安全工作，应同时满足以上三项要求。但由于各种构件对强度、刚度和稳定性的要求程度有所不同，有的以强度为主，有的以刚度为主，有的则以稳定性为主，因此，工程上设计构件时只考虑其主要的要求即可。

构件的承载能力不仅与其受力有关，还与其形状、尺寸、组成结构、工作条件、材料的力学性质等有关。在结构设计中，如果构件截面面积设计得过小，则构件不能满足强度、刚度或稳定性条件。如果构件的截面面积设计得过大，则用料过多会造成浪费。这样，就必须对构件进行承载能力计算。一个合理的构件设计，不但应该保证构件有足够的承载能力，使其能够安全可靠的工作，还应满足降低材料消耗、减轻自身重量和节约资金等经济性要求。因此，材料力学的任务就是要研究如何在满足强度、刚度和稳定性的前提下，为设计既安全又经济的构件提供必要的理论基础和计算方法。

## 1.2

# 变形固体的基本假设

构件由固体材料组成，任何固体在外力作用下将或多或少地发生变形，因此也称为可变形固体，简称变形固体。变形固体的变形按其变形性质可分为弹性变形和塑性变形。弹性变形是指作用于变形固体上的外力去除后能消失的变形；塑性变形是指作用于变形固体的外力去除后不能消失的变形。只产生弹性变形的固体称为弹性体。材料力学仅研究弹性体的变形。

制造构件的材料多种多样，它们的组成和微观结构更是复杂。材料力学仅研究材料的宏观形态，为了突出主要因素，以便于工程应用，对变形固体作如下假设。

**连续性假设：**假设组成固体的物质不留空隙地充满了固体的体积。这个假设有助于将有关的力学量表达为固体内各点坐标的连续函数。

**均匀性假设：**假设组成固体的物质在固体内均匀分布并且在各处都具有相同的力学性能。这个假设有助于将用小试样测得的力学性能作为该材料的性能。

**各向同性假设：**假设材料沿任何方向的力学性能是完全相同的。金属材料单晶的力学性质具有方向性，但许多晶粒随机排列的结果，从宏观上看，是各向同性的。许多工程材料，如金属材料、塑料、玻璃都可认为是各向同性材料。这个假设有助于对构件进行力学分析时，可沿任意方向截取分析对象，而材料力学性能均相同。

实践表明，根据这些假设得出的力学理论，对于工程上的大多数材料都是正确的。也有一些工程材料，它们的力学性能具有明显的方向性，如木材，其顺纹与横纹的强度是不同的；又如单向纤维增强复合材料，沿其纤维方向和垂直于纤维方向的力学性能也是不相同的。这类材料属于各向异性材料，本教材主要研究各向同性材料。

**小变形假设：**所谓小变形指的是构件的变形远小于构件的原始尺寸。材料力学中研究的构件在承受荷载作用时，其变形与构件的原始尺寸相比通常甚小，所以，在研究构件的平衡或运动以及内部受力和变形等问题时，可按构件的原始尺寸和形状进行计算。

## 1.3

# 外力的概念及分类

建筑物或机械工作时通常都受到各种外力作用。例如，建筑物所受风压力及地震力，轧钢机所受钢坯的阻力，车床主轴所受切削力和齿轮啮合力等，这些力可统称为载荷。建筑物和机械中的任一构件或零件一般也要承受作用力或传递运动，当将其从周围物体中隔离出进行力学分析时，构件所受的外部作用力即为外力。

外力按作用方式可分为体积力和表面力。体积力是场力，包括自重和惯性力，连续分布在物体内部各点处。体积力通常由其集度来度量其大小，体积分布力集度就是每单位体积内的力。表面力则是作用在物体表面的力，包括直接作用在物体上和经由周围其他物体传递来的外力，又可分为分布力和集中力。分布力是指在物体表面连续分布的力，如屋面上的雪载荷、作用于水坝和船体表面的水压力、作用于油缸内壁的油压力等。表面分布力也由其集度来度量其大小，表面分布力集度就是指每单位面积上的力。有些分布力是沿杆件轴线作用的，如楼板对梁的作用力，这时工程上常用的单位是 N/m。若表面力分布面积远小于物体表面尺寸或轴线长度，则可视为作用于一点的集中力，如交叉叠置的梁之间的相互作用力、火车轮对钢轨的压力、汽车重量对路面的压力等。

外力按随时间变化的情况可分为静载荷和动载荷。静载荷是指缓慢由零增加到一定数值，以后即基本保持不变的载荷。例如，屋面所承受的雪载荷、将设备缓缓搁置于基础上时基础因之所承受的外力等。动载荷则是指随时间明显变化的载荷。随时间作周期性变化的动载荷称为交变载荷，例如，齿轮轮齿的受力、内燃机连杆和机车轮轴的受力都明显随时间作周期性变化。因由物体运动瞬间突然变化或碰撞所引起的动载荷则称为冲击载荷，例如，岩石在爆炸力作用下破碎、飞轮急刹车时轮轴的受力等。

## 1.4

# 内力、截面法及应力的概念

## 1.4.1 内力

变形固体在没有受到外力作用之前，内部质点与质点之间就已经存在着相互作用力以使固体保持一定的形状。当受到外力作用而发生变形时，各点之间产生附加的相互作用力，称为附加内力，简称内力。也就是说，材料力学所研究的内力是由外力引起的，内力将随外力的变化而变化，外力增大，内力也增大，外力去掉后，内力也将随之消失。

内力的分析与计算是材料力学解决构件的强度、刚度、稳定性问题的基础，必须予以重视。

### 1.4.2 截面法

内力是由外力引起并与变形同时产生的，它随着外力的增大而增大，当超过某一限度时，构件就发生破坏。所以，要研究构件的承载能力，必须要研究和计算内力。

根据变形固体的连续性假设，弹性体内各部分的内力是连续分布的。为显示并求出内力，可将构件假想地沿某一截面切开，确定截面上的内力。这就是求解内力的普遍方法，即截面法。下面介绍截面法。

用一平面  $m-m$  假想地在欲求内力处将构件分为 I、II 两部分。任取其中一部分（如左半部分 I）作为研究对象，弃去另一部分（如右半部分 II）[图 1.1(a)]。在 I 部分，除原有作用的外力，截面上还应作用有内力（即 II 部分对 I 部分的作用力），这样才能与 I 部分所受外力平衡，如图 1.1(b) 所示。根据作用与反作用定律可知，另一部分 II 也受到 I 部分内部构件的反作用力，两者大小相等且方向相反。

对研究对象 I 部分而言，该部分所受外力与  $m-m$  截面上的内力组成平衡力系[图 1.1(c)]，根据平衡方程即可求出  $m-m$  截面上所作用的内力。

上述显示并确定内力的方法，称为截面法。概括而言，截面法可归纳为以下 3 个步骤。

(1) 截开。用假想截面将构件沿待求内力截面处截开，将构件一分为二。

(2) 替代。任取一部分分析，画出作用在该部分的所有外力和内力。

(3) 平衡。根据研究部分的平衡条件建立平衡方程，由已知外力求出未知内力。

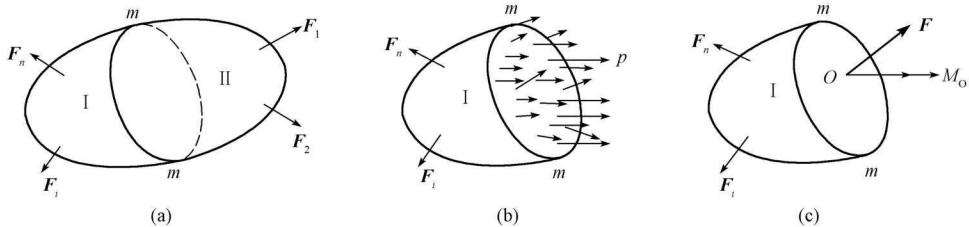


图 1.1

### 1.4.3 应力

确定截面内力后，还不能判断构件在外力作用下是否会因强度不足而被破坏，主要为说明分布内力系在截面内某一点处的强弱程度和方向，下面引入内力集度的概念。

要了解物体的某一截面  $m-m$  上任意一点 C 处分布内力的情况，可设想在  $m-m$  截面上围绕 C 点取一微小面积  $\Delta A$ （图 1.2），设该截面面积上分布内力的合力为  $\Delta F$ ， $\Delta F$  与  $\Delta A$  的比值可度量 C 点周围内力系的平均集度，称为平均应力，记作  $p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$ 。

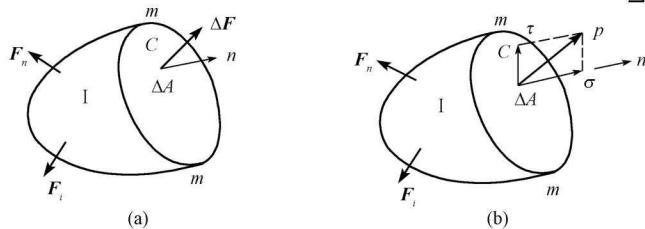


图 1.2

当  $\Delta A$  趋近于零时, 平均应力  $p_m$  的极限值称为截面  $m-m$  上 C 点的应力, 用  $p$  表示, 即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1.1)$$

应力  $p$  的方向为  $\Delta F$  的极限方向, 如图 1.2(b) 所示, 通常, 将应力  $p$  沿截面的法向与切向分解为两个分量。沿截面法向的应力分量称为正应力, 用  $\sigma$  表示, 沿截面切向的应力分量称为切应力, 用  $\tau$  表示。

应力的国际单位为帕斯卡(Pascal), 简称为帕(Pa),  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ 。在实际工程中, 应力的常用单位为 MPa、GPa,  $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 1 \text{ N/mm}^2$ ,  $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$ 。

## 1.5 变形与应变

构件在载荷作用下, 其形状和尺寸都将发生改变, 即产生变形, 构件发生变形时, 内部任意一点将产生移动, 这种移动称为线位移。同时, 构件上的线段(或平面)将发生转动, 这种转动称为角位移。由于构件的刚体运动也可产生线位移和角位移, 因此, 构件的变形要用线段长度的改变和角度的改变来描述。线段长度的改变称为线变形, 线段角度的改变称为角变形。线变形和角变形分别用线应变和角应变来度量。

如图 1.3 所示为在构件中取出一微小六面体, 现取其中一棱边研究, 设棱边 AB 原长为  $\Delta x$ , 构件在载荷作用下发生变形, A 点沿  $x$  轴方向的位移为  $u$ , B 点沿  $x$  轴方向的位移为  $u + \Delta u$ , 则棱边的改变为  $[(\Delta x + u + \Delta u) - (\Delta x + u) = \Delta u]$ , 棱边 AB 的平均应变为

$$\epsilon_m = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1.2)$$

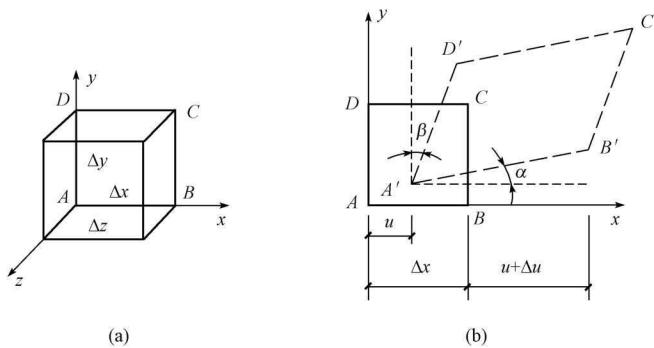


图 1.3

通常情况下, AB 上各点的变形程度不同, 则

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1.3)$$

称为 A 点沿  $x$  轴方向的线应变或简称为应变。

线应变的物理意义是构件上一点沿某一方向变形量的大小。线应变无量纲，无单位。

棱边长度发生改变时，相邻棱边的夹角一般也相应发生改变。如图 1.3(b)所示，AD 边与 AB 边原交角为直角。若变形后两线段的夹角为 $\angle D'A'B'$ ，当 AB 边与 AD 边的两边长趋于无限小时，则变形后原直角发生的微小角度改变，即

$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left( \frac{\pi}{2} - \angle D'A'B' \right), \text{ 即 } \gamma = \alpha + \beta \quad (1.4)$$

称为 A 点在 xy 平面内的切应变或剪应变。切应变无量纲，单位为弧度。

线应变  $\epsilon$  和切应变  $\gamma$  是度量一点处变形程度的基本量，无量纲。

## 1.6

# 杆件变形的基本形式

材料力学主要研究杆件的受力和变形。描述杆件的两个主要几何要素为横截面和轴线。横截面是指沿垂直于杆长度方向的截面，而轴线则为杆件所有横截面形心的连线，两者相互垂直。如杆的轴线为直线，称为直杆；如杆件的轴线为曲线，称为曲杆。对横截面大小和形状不变的杆件，称为等截面杆；反之称为变截面杆。变截面杆包括截面突变和渐变两类。材料力学的基本理论主要建立在等截面直杆（等直杆）的基础上。

随着外力作用方式的不同，杆件受力后所产生的变形也有差异。杆件变形的基本形式有以下四种。

### 1.6.1 轴向拉伸或压缩

一对大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的外力作用在杆的两端，使杆件产生伸长或缩短，这种变形称为轴向拉伸或压缩。例如，建筑物的柱子、桥墩、斜拉桥的拉杆、理想桁架杆（图 1.4）、托架的吊杆、液压缸的活塞杆、压缩机蒸汽机的连杆、门式机床和起重机的立柱等均属于此类变形。



图 1.4

### 1.6.2 剪切

剪切变形是由一对大小相等、方向相反，作用线互相平行且相距很近的横向外力所引起的。相应于这种外力作用，杆件的主要变形是相邻横截面沿外力作用方向发生相对错动。工程中的很多连接件，如螺钉、螺栓、铆钉（图 1.5）、销钉和平键等都产生剪切变形。一般杆件在发生剪切变形的同时，还伴有其他种类的变形形式。

### 1.6.3 扭转

扭转变形是由作用面垂直于轴线的力偶所引起的。相应于这种外力作用杆件的主要变形是任意两横截面绕轴线相对转动。如机器的传动轴(图 1.6)、电机和汽轮机的主轴都会产生扭转变形。



图 1.5

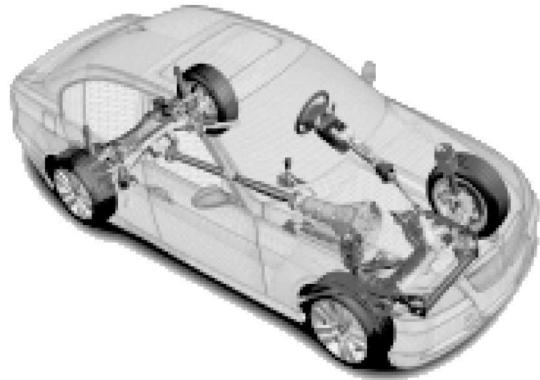


图 1.6

### 1.6.4 弯曲

弯曲变形是由作用面平行于轴线的力偶或作用线垂直于轴线的横向力所引起的。相应于这种外力作用，杆件的主要变形是轴线由直线变为曲线。如建筑物的横梁、起重机的吊臂、桥式起重机的大梁(图 1.7)、门式起重机的横梁、机车的轮轴、钻床和冲床的伸臂都会产生弯曲变形。



图 1.7

另外，工程中还有一些杆件在工作时，同时发生几种基本变形，即组合变形。例如，水坝是弯曲与压缩的组合变形(图 1.8)、卷扬机主轴发生弯扭组合变形(图 1.9)、传动轴往往是弯曲与扭转的组合，而车床主轴工作时发生弯曲、扭转和压缩的组合。本教材首先将依次研究上述四种基本变形的强度和刚度计算，然后再研究组合变形的问题。



图 1.8

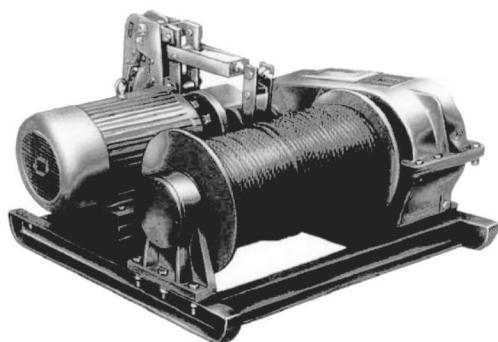


图 1.9



## 本章小结

本章介绍了材料力学的任务，变形固体的基本假设，内力、截面法、应力和应变的概念及杆件的变形形式。主要内容如下。

- (1) 材料力学的任务：强度要求、刚度要求和稳定性要求。
- (2) 变形固体的基本假设：连续性假设、均匀性假设、各向同性假设和小变形假设。
- (3) 内力：由于外力的作用而在杆件两部分之间引起的相互作用力。
- (4) 截面法：为显示内力并计算其大小，用假想的平面将构件截开，一分为二弃去一半，保留另一半作为研究对象，再通过平衡方程求出内力的方法。
- (5) 应力：表示一点处内力的强弱程度。

$$\rho = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

(6) 应变：应变是对变形的量度，是无量纲的量。线应变又称正应变，是弹性体变形时一点沿某一方向微小线段的相对改变量，是一无量纲量。

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx}$$

角应变又称剪应变，是弹性体变形时某点处一对互相正交的微线段所夹直角的改变量，单位为弧度(rad)，用 $\gamma$ 表示，即

$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

式中， $\alpha$  是变形后原来正交的两线段之间的夹角。



## 思考题

1.1 工程中对设计的构件有哪些要求？

1.2 外力的分类有哪些？

1.3 什么是变形与应变？应变是否有量纲？

1.4 什么是截面法？截面法的步骤是什么？怎样构造截面？

## 习 题

1.1 如图 1.10 所示的受力杆件中，哪一段内有应力？哪一段内有应变？哪一段内有位移？

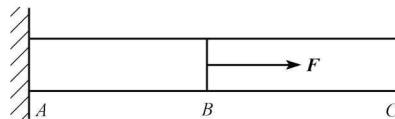


图 1.10

1.2 如图 1.11 所示的圆形薄板半径为  $R=120 \text{ mm}$ ，变形后半径  $R$  的增量为  $\Delta R=2 \times 10^{-3} \text{ mm}$ ，求出沿半径的平均应变。

1.3 如图 1.12 所示的三角形薄板受外力作用而变形，角点 B 垂直向上位移为 0.06 mm，AB 和 OB 仍保持为直线。试求：(1)AB 的平均应变；(2)B 点的剪应变。

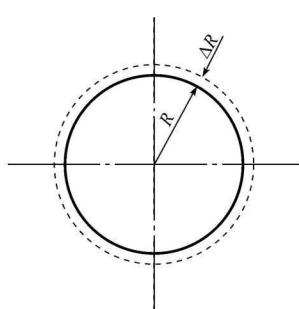


图 1.11

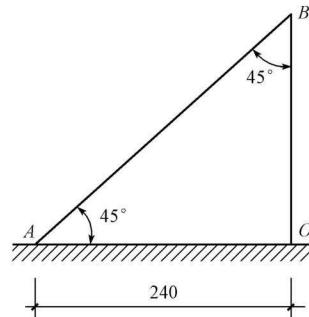


图 1.12