

珍藏版

中考珍藏

学霸满分笔记

郑丹丹 主编

初中数学

- ★ 基础知识一网打尽
- ★ 常考点、必考点，纵横解读
- ★ 答题公式、万能模板全面整理
- ★ 典型例题精析
- ★ 重点、难点、易错点深度精解
- ★ 提分策略、解题技巧必备攻略大全

📖 好方法让优秀成为一种习惯，好习惯让能力伴随一生成长



电子科技大学出版社

中考珍藏

学霸满分笔记

郑丹丹 ⊙ 主编

初中数学



电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

学霸满分笔记. 初中数学 / 郑丹丹主编. -- 成都:
电子科技大学出版社, 2017.9
ISBN 978-7-5647-5192-0

I. ①学… II. ①郑… III. ①中学数学课—初中—升
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 244638 号

学霸满分笔记 初中数学 郑丹丹 主编

策划编辑 谭炜麟

责任编辑 谭炜麟

出版发行 电子科技大学出版社

成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦九楼 邮编 610051

主 页 www.uestcp.com.cn

服务电话 028-83203399

邮购电话 028-83201495

印 刷 成都市天金浩印务有限公司

成品尺寸 210mm×285mm

印 张 10.25

字 数 256 千字

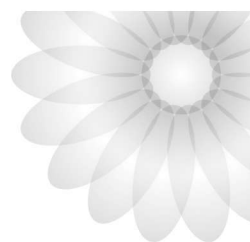
版 次 2017 年 9 月第一版

印 次 2017 年 9 月第一次印刷

书 号 ISBN 978-7-5647-5192-0

定 价 46.00 元

版权所有，侵权必究



目 录

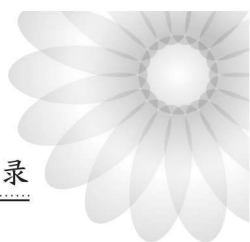
笔记一 有理数知识点归纳	1
第一节 正数和负数	1
第二节 有理数的有关概念	1
第三节 有理数的加减	3
第四节 有理数的乘除、乘方	3
第五节 近似数、有效数字与科学计数法	4
笔记二 整式加减知识点归纳	7
第一节 整式的有关的概念	7
第二节 整式的运算法则	8
笔记三 一元一次方程知识点归纳	11
第一节 一元一次方程的有关概念	11
第二节 一元一次函数的解法	11
第三节 列一元方程解应用题	12
笔记四 图形的初步认识知识点归纳	15
第一节 立体图形与平面图形	15
第二节 直线、射线、线段	16
第三节 角	18
笔记五 相交线与平行线知识点归纳	21
第一节 相交线	21
第二节 垂线	21
第三节 平行线、相交线中的角	22
第四节 平移	24
笔记六 实数知识点归纳	27
第一节 平方根、立方根	27
第二节 实数的概念及分类	28
第三节 实数大小的比较	29
笔记七 平面直角坐标系知识点归纳	32
第一节 平面直角坐标系的有关概念	32
第二节 点的坐标的有关性质	32





笔记八 二元一次方程组知识点归纳	36
第一节 二元一次方程组	36
第二节 二元一次方程组解题技巧(重点)	38
笔记九 一元一次不等式(组)知识点归纳	42
第一节 一元一次不等式(组)	42
第二节 一元一次不等式(组)重点、难点	43
笔记十 数据的收集、整理与描述知识点归纳	46
第一节 统计调查	46
第二节 频数分布直方图	47
笔记十一 三角形知识点归纳	50
第一节 与三角形有关的线段	50
第二节 与三角形有关的角	51
第三节 多边形及其内角和	52
第四节 全等三角形及判定	52
第五节 等腰三角形	53
第六节 三角形证明题典型例题精选	54
笔记十二 尺规作图与命题证明	58
第一节 尺规作图	58
第二节 命题证明	58
笔记十三 图形的平移、旋转、对称知识点归纳	61
第一节 图形平移	61
第二节 图形旋转	61
第三节 中心对称	62
笔记十四 整式的乘法与分解因式知识点归纳	65
第一节 整式的乘法	65
第二节 乘法公式	66
第三节 因式分解	66
第四节 初中因式分解最常用方法精讲(典型例题详解)	67
笔记十五 分式与分式方程知识点归纳	72
第一节 分式的有关概念	72
第二节 分式的运算	73
第三节 分式方程及其应用	74



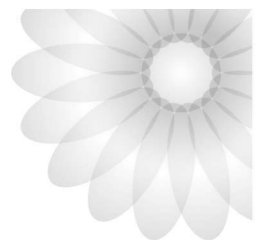


笔记十六 一次函数知识点归纳	78
第一节 变量与函数	78
第二节 一次函数	79
第三节 一次函数应用	81
笔记十七 平行四边形知识点归纳	86
第一节 平行四边形	86
第二节 特殊的平行四边形	86
笔记十八 勾股定理知识点归纳	91
笔记十九 反比例函数知识点归纳	94
笔记二十 数据的分析知识点归纳	98
笔记二十一 二次根式知识点归纳	101
第一节 二次根式的概念	101
第二节 二次根式的运算	102
笔记二十二 一元二次方程知识点归纳	105
第一节 一元二次方程的有关概念	105
第二节 解一元二次方程	106
笔记二十三 圆知识点归纳	110
第一节 圆的初步认识	110
第二节 与圆的有关的位置关系	112
第三节 与圆有关的计算	113
第四节 与圆的相关一些重要定理	115
笔记二十四 概率知识点归纳	118
笔记二十五 二次函数知识点归纳	120
第一节 二次函数的相关概念及性质	120
第二节 二次函数的基本形式	122
第三节 二次函数与一元二次方程	124
笔记二十六 相似知识点归纳	128
第一节 比例线段有关概念及性质	128
第二节 黄金分割	129
第三节 相似三角形	130
第四节 相似的应用：位似	132





笔记二十七	锐角三角形函数知识点归纳	135
第一节	锐角三角形函数	135
第二节	解直角三角形及其应用	136
笔记二十八	把握中考易失分的创新题	139
第一节	新定义型创新题	139
第二节	规律探索型创新题	141
第三节	图形的变换创新题	142
第四节	数形结合型创新题	145
笔记二十九	重点攻克中考3类压轴题	147
第一节	图形中的探索问题	147
第二节	与圆有关的综合题	149
第三节	与二次函数有关的综合题	151
笔记三十	初中数学常见的数学思想归纳	155



笔记一 有理数知识点归纳

第一节 正数和负数

1. 正数

像3, 1.8%, 3.5这样大于0的数叫做整数.

2. 负数

像-3, -2.6%, -4.5, -1.3这样在正数前面加上符号“-”（负）的数叫做负数.

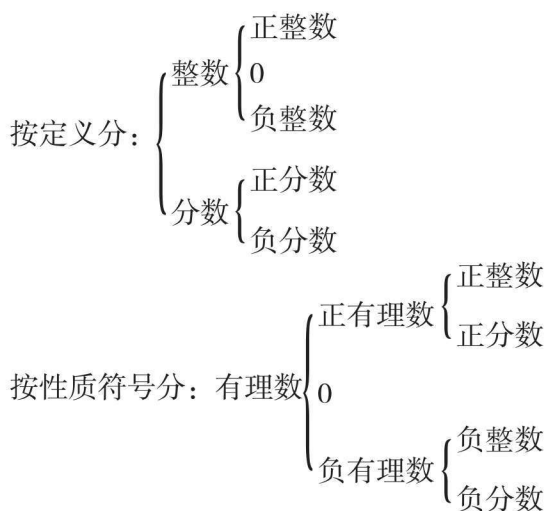
【注意】

(1) 0既不是正数也不是负数, 它是正负数的分界点.

(2) 对于正数和负数, 不能简单理解为带“+”号的数是正数, 带“-”号的数是负数. 如 $-a$, 当 $a=0$ 时, $-a=0$; 当 $a<0$ 时, $-a$ 是正数; 只有当 $a>0$ 时, $-a$ 才是负数..

第二节 有理数的有关概念

1. 有理数的分类



【注意】

(1) 整数可以看作分母为1的分数, 无限循环小数可写成分数形式, 所以是有理数.

(2) 正数和0统称为非负数, 负数和0统称为非正数.

(3) 0是整数不是分数

2. 数轴 (重点)

(1) 定义: 规定了原点、正方向、单位长度的直线.

(2) 数轴的含义:

①数轴是一条直线, 可以向两边无限延伸.





②数轴的三要素：原点、正方向、单位长度，这三者缺一不可。

③数轴一般取右（或向上）为正方向，数轴的原点的选定，正方向的取向，单位长度大小的确定都是根据实际需要规定的。

④同一数轴的单位长度必须一致。

(3) 数轴上的点和有理数

一般地，设 n 是一个整数，则数轴上表示数的点在原点的右边，与原点的距离是个单位长度；表示数 $-n$ 的点在原点的左边，与原点的距离是个单位长度。

3. 相反数（重点）

定义：只有符号不同的两个数叫做相反数（在数轴上分布在原点两侧，到原点的距离相等的两个点所表示的数叫做互为相反数）。

相反数的表示方法及多重符号的化简：
$$\begin{cases} \text{当 } a > 0, \text{ 则 } -a < 0 \\ \text{当 } a < 0, \text{ 则 } -a > 0 \\ \text{当 } a = 0, \text{ 则 } -a = 0 \end{cases}$$

4. 绝对值（难点）

定义：数轴上表示 a 的点与原点的距离叫做 a 的绝对值，记为 $|a|$ ，读作： a 的绝对值。

因为数的绝对值是表示两点之间的距离，所以一个数的绝对值不可能是负数。即：任何数的绝对值都是正数。（0的绝对值是0）

绝对值的代数定义：

- (1) 一个正数的绝对值是它本身。
- (2) 一个负数的绝对值是它的相反数。
- (3) 0的绝对值是0。

即
$$\begin{cases} \text{如果 } a > 0, \text{ 那么 } |a| = a \\ \text{如果 } a = 0, \text{ 那么 } |a| = 0 \\ \text{如果 } a < 0, \text{ 那么 } |a| = -a \end{cases}$$

绝对值的计算规律：

- (1) 互为相反数的两个数的绝对值相等。
- (2) 若 $|a| = |b|$ ，则 $a = b$ 或 $a = -b$ 。
- (3) 若 $|a| + |b| = 0$ ，则 $|a| = 0$ ， $|b| = 0$ 。

绝对值的几何 离越大，绝对值越小。

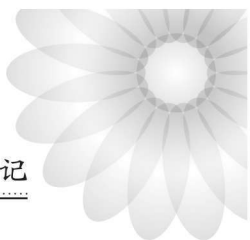
绝对值的性质：绝对值具有非负性，即有 $|a| \geq 0$ ；若几个数的绝对值的和为0，则每个数都等于0，即 $|a| + |b| + \dots + |m| = 0$ ，则 $a = b = \dots = m = 0$ 。

5. 有理数的大小比较

在数轴上表示有理数，它们从左到右的顺序，就是从小到大的顺序，即左边的数小于右边的数，从而可知：

- (1) 正数大于0，0大于负数，正数大于负数。
- (2) 两个负数，绝对值大的反而小。

设 a, b 是两负有理数，则 $|a| > |b| \Leftrightarrow a < b$ ； $|a| = |b| \Leftrightarrow a = b$ ； $|a| < |b| \Leftrightarrow a > b$



第三节 有理数的加减

1. 有理数加法

(1) 同号两数相加, 取相同的符号, 并把其绝对值相加.

即若 $a > 0, b > 0$, 则 $a + b = +(|a| + |b|)$;

若 $a < 0, b < 0$, 则 $a + b = -(|b| + |a|)$.

绝对值不相等的异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值; 互为相反数的两个数相加得零;

即若 $a > 0, b < 0$, 且 $|a| > |b|$, 则 $a + b = +(|a| - |b|)$;

若 $a > 0, b < 0$, 且 $|a| < |b|$, 则 $a + b = -(|b| - |a|)$;

(3) 一个数与零相加, 仍得这个数.

2. 有理数减法

(1) 减去一个数, 等于加上这个数的相反数. 有理数减法法则也可以表示成 $a - b = a + (-b)$, 其中字母 a, b 表示任意有理数; 0 减去任何数得这个数的相反数.

(2) 有理数的减法可转化为有理数的加法进行计算, 不要将减法法则与加法法则中异号两者相加混淆.

(3) 计算有理数的减法, 将减法变为加法时, 注意“两变”和“一不变”. “两变”即改变运算符号(减→加)和改变减法的性质符号(变为相反数); “一不变”即被减法和减法的位置不能变换.

3. 有理数加减的综合运用

(1) 有理数的加减混合运算可统一成加法运算.

【典例1】 $(-9) - (-12) + (-5) - (+6) = (-9) + (+12) + (-5) + (-6) = -8$

(2) 有理数的加减混合运算统一成加法运算后可适当运用加法运算律, 使运算简便.

【典例2】 计算: $3.75 - (-\frac{1}{2}) - (4\frac{2}{3}) + |-\frac{3}{2}| + (-6\frac{1}{3})$.

【解】 原式 $= 3.75 + \frac{1}{2} - 4\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - 6\frac{1}{3} - (3.75 + \frac{1}{2} + \frac{3}{2}) - (4\frac{2}{3} + 6\frac{1}{3}) = 5.75 - 11 = -5.25$



第四节 有理数的乘除、乘方

1. 有理数的乘法

(1) 两数相乘, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相乘.

(2) 任何数与零相乘, 都得零;

(3) 几个不等于零的数相乘, 积的符号由负因数的个数决定, 当负因数的个数为奇数个时, 积为负; 当负因数的个数为偶数个时, 积为正.

几个数相乘, 如果其中有因数为0, 那么积等于0.

2. 有理数除法

(1) 两数相除, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相除.



(2) 零除以任何一个不为零的数, 都得零.

(3) 除以一个数等于乘以这个数的倒数. (零不能作除数)

3. 有理数的乘方

(1) 乘方的定义

求 n 个相同因数的积的运算, 叫做乘方, 乘方的结果叫做幂. 在 a^n 中, a 叫做底数, n 叫做指数. 当 a^n 看作 a 的 n 次方的结果时, 也可以读作“ a 的 n 次幂”.

(2) 乘法的运算

负数的积次幂是负数, 负数的偶次幂是正数.

正数的任何次幂都是正数, 零的任何正整数次幂都是0

4. 有理数运算律

(1) 加法的交换律: $a+b=b+a$;

(2) 加法的结合律: $a+(b+c)=(a+b)+c$;

(3) 存在数0, 使: $0+a=a+0=a$;

(4) 对任意有理数 a , 存在一个加法逆元, 记作 $-a$, 使: $a+(-a)=(-a)+a=0$;

(5) 乘法的交换律: $a \cdot b=b \cdot a$;

(6) 乘法的结合律: $a(b \cdot c)=(a \cdot b)c$;

(7) 分配律: $a(b+c)=ab+ac$;

(8) 存在乘法的单位 $1 \neq 0$, 使得对任意有理数 a , $1 \cdot a=a$;

(9) 对于不为0的有理数 a , 存在乘法逆元 $1/a$, 使: $a(1/a)=(1/a)a=1$.

(10) $0 \cdot a=0$ 文字解释: 一个数乘0还于0.

【注意】先乘方、开方后乘除, 最后加减; 有括号时, 先算括号里面的; 同级运算按从左至右的顺序进行. 加减是一级运算, 乘除是二级运算, 乘方、开方是三级运算.

【典例3】已知 x, y 互为相反数, m, n 互为倒数, p 的倒数等于它本身, 计算 $\frac{mn}{p} + (x+y)p - |p|$ 的值.

【解】因为 x, y 互为相反数, m, n 互为倒数, p 的倒数等于它本身

所以 $x+y=0$, $mn=1$ $p=\pm 1$.

当 $p=1$ 时, $\frac{mn}{p} + (x+y)p - |p| = 0$; 当 $p=-1$ 时, $\frac{mn}{p} + (x+y)p - |p| = -2$.

第五节 近似数、有效数字与科学计数法

1. 近似数

准确数: 在日常生活和生产实际中, 能准确地表示一些量的数, 称为准确数.

近似数: 与实际接近但存在一定偏差的数称为近似数.

精确度: 近似数与准确数的接近程度, 可以用精确度表示, 一个近似数四舍五入到哪一位就称这个数精确到哪一位, 精确度就是精确的程度.



2. 有效数字:

对于一个近似数,从左边第一个不是0的数字开始,到最末一个数字止,都是这个近似数的有效数字。

3. 科学计数法:

把一个大于10的数表示成 $a \times 10^n$ 的形式(其中 $1 \leq a \leq 10$, n 为正整数.),使用的是科学记数法.

【典例4】近似数 x ,则 x 的取值范围是()

- A. $3.1 < x < 3.3$ B. $3.15 < x < 3.25$ C. $3.15 \leq x \leq 3.25$ D. $3.15 \leq x < 3.20$

答案: C

●●典型例题解析●●

“有理数”是中学数学最基础的知识,在中考中占有一定的比例,且是必考内容.综观近几年各地中考题,主要考点有以下几种类型.

考点一: 考查正、负数的意义

【典例1】如果水位下降3m记作 $-3m$,那么水位上升4m记作()

- A. 1m B. 7m C. 4m D. $-7m$

【解析】本例主要考查具有相反意义的量,应选C.个别同学易同有理数加法相混而误选A.

考点二: 考查有理数加减的意义

【典例2】已知甲地的海拔高度是300m,乙地的海拔高度是 $-50m$,那么甲地比乙地高多少m.

【解析】由有理数减法的意义易知甲地比乙地高 $300 - (-50) = 350(m)$.

考点三: 考查基本概念

【典例3】已知 a 、 b 互为相反数, c 、 d 互为倒数, x 的绝对值等于1,求 $a+b+x^2-cdx$ 的值.

【解析】考查相反数、倒数与绝对值的概念,由已知易得 $a+b=0$, $cd=1$,又由 $|x|=1$ 可知 $x = \pm 1$.

当 $x=1$ 时,原式 $=0+1^2-1 \times 1=0$;当 $x=-1$ 时,原式 $=0+(-1)^2-1 \times (-1)=2$.

所以 $a+b+x^2-cdx$ 的值是0或2.

考点四: 考查有理数大小的比较方法

【典例4】在1, -1 , -2 这三个数中任意两数之和的最大值是()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. -3

【解析】先求出任意两数之和再比较,由题意应有如下三个值 $1+(-1)=0$; $1+(-2)=-1$; $(-1)+(-2)=-3$.故易知应选B.

考点五: 考查科学记数法、近似数等

【典例5】举世瞩目的三峡工程,首批4台机组预计年内可发电5 500 000 000度,这个数用科学记数法表示,记为_____度.近似值0.30精确到_____位,有_____个有效数字.

【解析】本题主要考查了科学记数法的概念及近似数的有关知识,另外试题注意了学科知识的渗透及用数学的意识. $5\ 500\ 000\ 000=5.5 \times 10^9$;近似数0.30精确到百分位(即精确到



0.01), 有两个有效数字.(注意是从左边第1个不是零的数字起到最末一位止的所有数字).

考点六: 考查有理数的运算

【典例6】计算: $-9+5 \times (-6) - (-4)^2 \div (-8)$;

【解析】计算此类题目, 应注意运算顺序, 先算乘方, 再算乘除, 最后算加、减. 如果有括号就先算括号里面的.

$$\text{原式} = -9 + 5 \times (-6) - 16 \div (-8) = -9 - 30 + 2 = -37;$$

考点七: 考查非负数的性质

【典例7】若有理数 a 、 b 满足 $|3a-1| + (b-2)^2 = 0$, 则 a^b 的值为_____.

【解析】由绝对值及平方的非负特征, 可知 $|3a-1| \geq 0$, $(b-2)^2 = 0$, 又 $|3a-1| + (b-2)^2 = 0$. 故只能有 $|3a-1| = 0$, $(b-2)^2 = 0$, 所以 $a = \frac{1}{3}$, $b = 2$. $\therefore a^b = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$

考点八: 考查数学思想方法

【典例8】设 a 是大于1的有理数, 若 a , $\frac{a+2}{3}$, $\frac{2a+1}{3}$ 在数轴上对应的点分别记作 A 、 B 、 C , 则 A 、 B 、 C 三点在数轴上自左至右的顺序是().

- A. C 、 B 、 A B. B 、 C 、 A C. A 、 B 、 C D. C 、 A 、 B

【解析】本题考查有理数大小的比较方法, 同时考查常用数学方法的灵活应用. 如本题采用特殊值法进行比较, 则显得简捷明快.

因为 $a > 1$, 所以不妨取 $a = 4$, 则 $\frac{a+2}{3} = 2$, $\frac{2a+1}{3} = 3$, 由 $2 < 3 < 4$ 知 $\frac{a+2}{3} < \frac{2a+1}{3} < a$. 故
应选B.

考点九: 考查数学思维能力

【典例9】已知 $|ab-2|$ 与 $(b-1)^2$ 互为相反数, 试求代数式

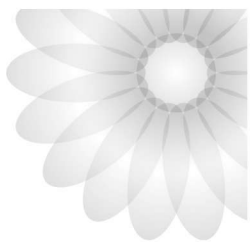
$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{(a+1)(b+1)} + \frac{1}{(a+2)(b+2)} + \cdots + \frac{1}{(a+2005)(b+2005)}$$
 的值.

【解析】由已知典例9可知 $|ab-2| = 0$, $(b-1)^2 = 0$, 所以 $ab-2=0$, $b-1=0$, 从而 $a=2$, $b=1$

$$\begin{aligned} \text{则原式} &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{2005 \times 2006} + \frac{1}{2006 \times 2007} \\ &= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) - (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \cdots + (\frac{1}{2005} - \frac{1}{2006}) + (\frac{1}{2006} - \frac{1}{2007}) = 1 - \frac{1}{2007} = \frac{2006}{2007}. \end{aligned}$$

【注】应予以本题用到了逆向思维的思想(逆用分数加减法则), 应予以重视.





笔记二 整式加减知识点归纳

第一节 整式的有关的概念

1. 单项式

(1) 单项式的概念: 数与代表数的字母的积这样的代数式叫做单项式, 单独一个数或一个字母也是单项式.

【注意】数与字母之间是乘积关系. $\frac{2x}{3}$ 类的也是数与字母的积 ($\frac{2}{3}$ 与 x 的积). 特征: 分母中无字母.

单项式的系数: 单项式中的字母因数叫做单项式的系数.

如果一个单项式, 只含有字母因数, 带正号的单项式 (例如 ab^2) 的系数为 1, 带负号的单项式 (例如: $-ab^2$) 的系数为 -1.

(3) 单项式的次数: 一个单项式中, 所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数. 如: 单项式 $-\frac{1}{2}x^2yz^3$ 的系数是 $-\frac{1}{2}$, 次数是 6.

2. 多项式

(1) 多项式的概念: 几个单项式的和叫做多项式.

① 在多项式中, 每个单项式叫做多项式的项. 某项的次数是几, 该项就叫几次项. 不含字母的项叫做常数项, 也叫零次项.

② 一个多项式有几项就叫做几项式.

③ 多项式中的符号, 看作各项的性质符号. (正负号)

(2) 多项式的次数: 多项式中, 次数最高的项的次数, 就是这个多项式的次数.

(3) 多项式的排列

① 把一个多项式按某一个字母的指数从大到小的顺序排列起来, 叫做把多项式按这个字母降幂排列.

② 把一个多项式按某一个字母的指数从小到大的顺序排列起来, 叫做把多项式按这个字母升幂排列.

由于多项式是几个单项式的和, 所以可以用加法的运算定律, 来交换各项的位置, 而保持原多项式的值不变.

3. 整式

单项式和多项式统称为整式.

整式的特征是分母不含字母. 分母含有字母的叫分式.

4. 同类项的概念



所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项.几个常数项也是

5. 合并同类项

(1) 合并同类项的概念

把多项式中的同类项合并成一项，叫做合并同类项.

通常我们把一个多项式的各项按照某个字母的指数从大到小（降幂）或者从小到大（升幂）的顺序排列.

(2) 合并同类项的法则：合并同类项，所得的系数是合并前各同类项的系数的和，且字母连同它的指数不变.

6. 去括号法则

如果括号外的因数是正数，去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相同.

如果括号外的因数是负数，去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相反.

【典例1】如果整式 $x^{n-2} - 5x + 2$ 是关于 x 的三次三项式，那么 n 等于5.

【注意】

(1) 求代数式的值，一般是先将代数式化简，然后再将字母的取值代入.

(2) 求代数式的值，有时求不出其字母的值，需要利用技巧，利用“整体”代入.

第二节 整式的运算法则



1. 整式的加减法

一般地，几个整式相加减，如果有括号就先去括号，然后再合并同类项.

2. 整式的乘法

(1) 同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变，指数相加. 如： $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 都是正整数).

(2) 幂的乘方法则：幂的乘方，底数不变，指数相乘. 如： $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数).

(3) 积的乘方法则：积的乘方等于把积的每一个因式分别乘方，再把所有的幂相乘. 如： $(ab)^n = a^n b^n$ (n 为正整数).

(4) 单项式的乘法法则：单项式乘以单项式，把它们的系数、相同字母分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式.

【注意】单项式乘以单项式的结果仍然是单项式.

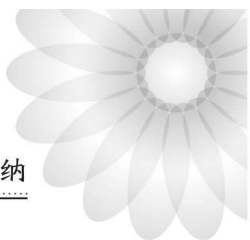
(5) 单项式与多项式相乘的运算法则：单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加. 如： $m(a+b+c) = ma+mb+mc$ (m, a, b, c 都是单项式).

【注意】

①单项式与多项式相乘，结果是一个多项式，其项数与因式中多项式的项数相同.

②计算时要注意符号问题，多项式的每一项都包括它前面的符号，同时还要注意单项式的符号.

多项式乘法法则：多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的



每一项，再把所得的积相加.

【注意】多项式与多项式相乘的展开式中，有同类项的要合并同类项.

(6) 乘法公式

①平方差公式： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ；

②完全平方公式： $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ， $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ；

③立方和公式： $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ ；

④立方差公式： $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$ ；

⑤ $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$.

【注意】公式中的字母可以表示数，也可以表示单项式或多项式.

3. 整式的除法

(1) 同底数幂的除法法则：同底数幂相除，底数不变，指数相减. 如： $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (m, n 为正整数， $a \neq 0$) .

【注意】 $a^0=1$ ($a \neq 0$)； $a^{-p}=\frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0, p$ 为正整数) .

(2) 单项式的除法法则：单项式相除，把系数和同底数幂分别相除，作为商的因式，对于只在被除式里面含有的字母，则连同它的指数作为商的一个因式.

(3) 多项式除以单项式的运算法则：多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项除以这个单项式，再把所得的商相加.

【注意】这个法则的适用范围必须是多项式除以单项式，反之，单项式除以多项式是不能这么计算的.

【典例2】若 $3x^{m+5}y^2$ 与 x^3y^n 的和是单项式，则 $m+n=_0$.

●●典型例题解析●●

考点一：用字母表示数量关系

【典例1】香蕉每千克售价3元， m 千克售价_____元.

【解析】用字母表示数量关系，关键是理解题意，抓住关键词句，再用适当的式子表达出来.

考点二：整式的概念

【典例2】指出下列各式中哪些是整式，哪些不是()

- (1) $\frac{3}{2}x+1$ ； (2) $a=2$ ； (3) π ； (4) $S=\pi R^2$ ；

【解析】判断是不是整式，关键是了解整式的概念，注意整式与等式、不等式的区别，等式含有等号，不等式含有不等号，而整式不能含有这些符号.

考点三：同类项

【典例3】若 $\frac{1}{2}x^{a-1}y^3$ 与 $-3x^{-b}y^{2a+b}$ 是同类项，那么 a, b 的值分别是()

- A. $a=2, b=-1$ B. $a=2, b=1$ C. $a=-2, b=-1$ D. $a=-2, b=1$

【解析】解决此类问题的关键是明确同类项定义，即字母相同且相同字母的指数相



同,要注意同类项与系数的大小没有关系.由同类项的定义可得: $a-1=-b$,且 $2a+b=3$,解得 $a=2,b=-1$,故选A.

考点四:整式的加减

【典例4】化简 $m-n-(m+n)$ 的结果是()

- A. 0 B. $2m$ C. $-2n$ D. $2m-2n$

【解析】按去括号的法则进行计算,括号前面是“-”号,把括号和它前面的“-”号去掉,括号里各项都改变符号.原式 $=m-n-m-n=-2n$,故选C.

考点五:整体思想的应用

【典例5】已知 x^2+x+3 的值为7,求 $2x^2+2x-3$ 的值.

【解析】该题解答的技巧在于先 x^2+x 的值,再整体代入求解,体现了数学中的整体思想.由题意得 $x^2+x+3=7$,所以 $x^2+x=4$,所以 $2(x^2+x)=8$,即 $2x^2+2x=8$,所以 $2x^2+2x-3=8-3=5$.

【剖析】整体思想就是在考虑问题时,不着眼于它的局部特征,而是将具有共同特征的某一项或某一类看成一个整体的数学思想方法.运用这种方法应从宏观上进行分析,抓住问题的整体结构和本质特征,全面关注条件和结论,加以研究、解决,使问题简单化.在中考中该思想方法比较常见,尤其在化简题中经常用到.

考点六:综合应用

【典例6】已知多项式 $3(ax^2+2x-1)-(9x^2+6x-7)$ 的值与 x 无关,试求 $5a^2-2(a^2-3a+4)$ 的值.

【解析】要使某个单项式在整个式子中不起作用,一般是使此单项式的系数为0即可.

$$3(ax^2+2x-1)-(9x^2+6x-7)=3ax^2+6x-3-9x^2-6x+7=(3a-9)x^2+4.$$

因为原式的值与 a 无关,故 $3a-9=0$,所以 $a=3$.

$$\text{又因为 } 5a^2-2(a^2-3a+4)=5a^2-2a^2+6a-8=3a^2+6a-8,$$

所以当 $a=3$ 时,原式 $=3 \times 3^2+6 \times 3-8=37$.

【剖析】解答此类题目一定要弄清题意,明确题目的条件和所求,当题目中的条件或所求发生了变化时,解题的方法也会有相应的变化.

