

# 建筑力学

王伟明 主编



北京理工大学出版社



高等职业教育“十三五”规划教材

# 建筑力学

主 编 王伟明

## 内 容 提 要

本书以高职高专的教学特色为依据，紧密结合土建行业各岗位的专业知识需求，精选理论力学（静力学）、结构力学、材料力学的经典内容进行编写，具有较强的针对性、适用性和实用性。全书共十四章，主要内容包括绪论、建筑力学基础、平面力系的平衡、平面体系的几何组成分析、静定结构的内力、静定结构的位移、力法、位移法及力矩分配法、影响线、拉（压）杆的强度、扭转、梁的弯曲应力、组合变形、压杆稳定等。本书每章前均配有内容摘要和学习目标，每章后均配有习题，同时附有习题提示及参考答案。

本书可作为高职高专院校建筑工程技术、水利工程、道路与桥梁工程技术、市政工程技术、建设工程监理、建筑设计等相关专业的教学用书，也可作为工程技术人员的参考用书。

版权专有 侵权必究

### 图书在版编目(CIP)数据

建筑力学 / 王伟明主编. —北京：北京理工大学出版社，2018.4 (2018.5重印)

ISBN 978-7-5682-5501-1

I .①建… II .①王… III .①建筑科学—力学—高等学校—教材 IV .①TU311

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第077575号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街5号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(总编室)

(010)82562903(教材售后服务热线)

(010)68948351(其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京紫瑞利印刷有限公司

开 本 / 787毫米×1092毫米 1/16

印 张 / 15

字 数 / 367千字

版 次 / 2018年4月第1版 2018年5月第2次印刷

定 价 / 45.00元

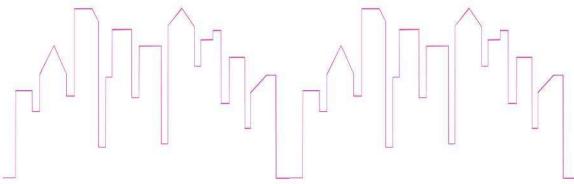
责任编辑 / 钟 博

文案编辑 / 钟 博

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题，请拨打售后服务热线，本社负责调换



## 前言

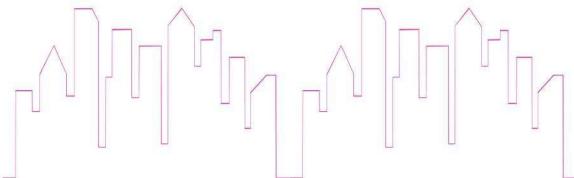
建筑力学是土建类相关专业一门重要的专业基础课程，它将理论力学、材料力学、结构力学（“三大力学”）的内容系统地结合在一起。通过本课程的学习，学生能够对工程结构进行正确的受力分析，画出受力图并进行相关计算，掌握受力构件变形及其变形过程中构件内部应力的分析和计算方法，掌握静定结构的内力和位移计算，熟悉超静定结构内力的相关计算，掌握构件的强度、刚度和稳定性分析理论在工程设计、事故分析等方面的应用。本课程为经济合理地设计构件提供必要的理论基础和计算方法，并为有关的后续课程打下必要的基础，还可以有效培养学生的逻辑思维能力，促进学生综合素质的全面提高。

本书力求体现高职高专教育教学改革的特点，内容由浅入深、理论联系实际，叙述简明扼要、通俗易懂，图文配合紧密，具有较强的针对性、适用性和实用性。本书以国家对高职高专土建类专业人才的培养要求为依据，结合行业岗位的专业知识需求，精选理论力学的静力学、材料力学以及结构力学的相关内容自成体系。其着重点在于力学基本概念，简化理论推导，例题分析过程通俗易懂，避免“偏、难、怪”的繁杂计算，紧密联系工程实践重视工程应用。

本书由广东建设职业技术学院王伟明担任主编。本书在编写过程中参阅了大量文献资料，同时吸收、引用了部分优秀力学教材的内容，编者在此向这些参考文献的作者们深表谢意。

由于编写时间仓促及编者水平有限，书中难免存在错漏之处，敬请各位同行和专家批评指正，以便日后修订完善。

编 者



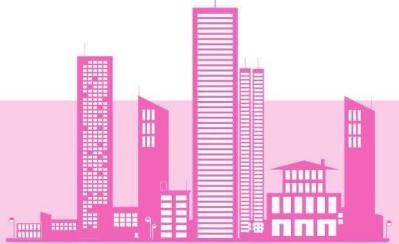
# 目录

<b>第一章 绪论</b> .....	1	<b>第五章 静定结构的内力</b> .....	48
第一节 建筑力学的研究对象	1	第一节 单跨梁	48
第二节 建筑力学的基本任务	3	第二节 多跨静定梁	59
第三节 变形固体及其基本假设	4	第三节 静定平面刚架	62
<b>第二章 建筑力学基础</b> .....	6	第四节 静定平面桁架	65
第一节 基本概念	6	第五节 静定平面组合结构	70
第二节 约束与约束力	12	第六节 三铰拱	70
第三节 受力分析与受力图	16	<b>第六章 静定结构的位移</b> .....	76
<b>第三章 平面力系的平衡</b> .....	21	第一节 概述	76
第一节 平面汇交力系的合成	21	第二节 静定结构在荷载作用下的位移 计算	77
第二节 平面力偶系的合成	24	第三节 图乘法	80
第三节 平面力系向一点的简化	25	第四节 静定结构由于支座移动引起的 位移计算	84
第四节 平面力系的平衡方程 及其应用	27	<b>第七章 力法</b> .....	88
<b>第四章 平面体系的几何组成分析</b> .....	38	第一节 概述	88
第一节 概述	38	第二节 力法的基本原理和典型方程	90
第二节 几何不变体系的基本 组成规则	42	第三节 结构对称性的利用	97
第三节 几何组分析应用	43	<b>第八章 位移法及力矩分配法</b> .....	103
第四节 体系的静定性	45	第一节 位移法基本概念	103



第二节 位移法的基本原理及应用	107	第三节 圆轴扭转时的强度计算	166
第三节 力矩分配法的基本原理	112	第四节 圆轴扭转时的变形及刚度 条件	167
第四节 力矩分配法的应用	115		
<b>第九章 影响线</b>	<b>121</b>	<b>第十二章 梁的弯曲应力</b>	<b>171</b>
第一节 影响线的概念	121	第一节 截面的几何性质	171
第二节 静定梁影响线的绘制	122	第二节 梁的弯曲正应力	176
第三节 影响线的应用	127	第三节 梁弯曲时的强度计算	183
第四节 绝对最大弯矩及内力包络图 的概念	130	第四节 提高梁弯曲强度的措施	186
		第五节 梁弯曲时的变形和刚度计算	188
<b>第十章 拉(压)杆的强度</b>	<b>133</b>	<b>第十三章 组合变形</b>	<b>196</b>
第一节 轴向拉伸与压缩的概念	133	第一节 概述	196
第二节 轴向拉(压)杆的内力与轴 力图	134	第二节 斜弯曲	197
第三节 拉(压)杆应力	136	第三节 拉伸(压缩)与弯曲的组合 变形	201
第四节 轴向拉(压)时的变形	140	第四节 偏心压缩(拉伸)	203
第五节 材料在拉伸与压缩时的力学 性能	142		
第六节 安全因数、许用应力、强度 条件	146	<b>第十四章 压杆稳定</b>	<b>207</b>
第七节 连接件的强度计算	150	第一节 压杆稳定的概念	207
<b>第十一章 扭转</b>	<b>157</b>	第二节 临界力和临界应力	208
第一节 扭转的概念	157	第三节 压杆的稳定计算	211
第二节 圆轴扭转时横截面上的内力	158	第四节 提高压杆稳定性的措施	214
		<b>附录</b>	<b>217</b>
		<b>参考文献</b>	<b>233</b>





# 第一章

## 绪论

### 内容摘要

本章主要介绍建筑力学的基本概念和内容，阐述建筑力学的研究对象及基本任务。

### 学习目标

1. 了解建筑结构的概念及相关分类，了解建筑力学的主要研究对象。
2. 了解建筑结构的静力分析、强度、刚度、稳定性和几何组成的相关含义，了解建筑力学基本任务。
3. 了解变形固体的概念，并了解其基本假设。

## 第一节 建筑力学的研究对象

### 一、基本概念

建筑力学的研究对象是建筑结构及其构件。建筑结构(如厂房、桥梁、闸、坝、电视塔等)是由工程材料制成的构件(如梁、柱等)按合理方式连接而成的，它能承受和传递荷载，起骨架作用。例如，单层工业厂房的基础、柱、屋架(梁)通过相互连接而构成厂房的骨架(图 1-1)。又如民用建筑中的框架，公路与铁路工程中

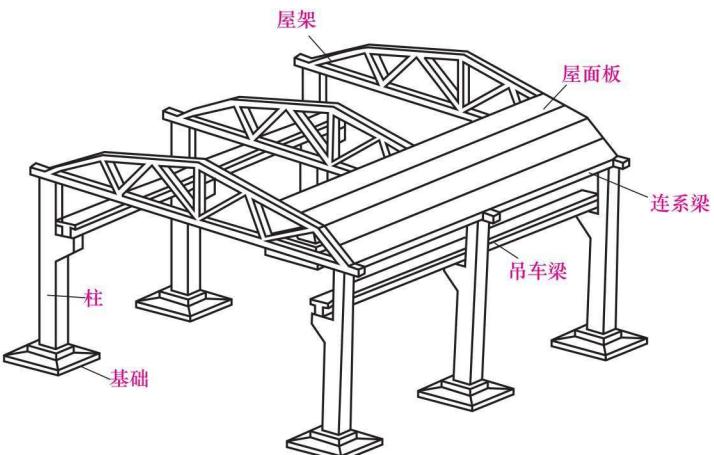


图 1-1 工业厂房



的桥梁以及挡土墙、水坝等，也是结构的实际例子。结构一般是由多个构件连接而成的，如桁架、框架等。最简单的结构则是单个构件，如单跨梁、独立柱等。

## 二、结构分类

结构的类型很多，按照结构构件的形状和几何尺寸，可以将结构分为杆件结构、板壳结构和实体结构三类。

(1) 杆件结构由若干根杆件相互连接而成，图 1-1 所示的厂房即杆件结构。**杆件的几何特征是其长度远大于截面的宽度和高度**，如图 1-2(a)所示。杆件轴线为直线的称为直杆；杆件轴线为曲线的称为曲杆。各种结构中，杆件结构最多，本书讨论的也主要是杆件结构。

(2) 板壳结构又称薄壁结构，是指长度和宽度远大于其厚度的结构。形状为平面的板壳结构称为板，如图 1-2(b)所示；形状为曲面的板壳结构称为壳，如图 1-2(c)所示。

(3) **实体结构是指三个方向的尺寸比较接近，为同一量级的结构**，如挡土墙[图 1-2(d)]、堤坝、块式基础等都是实体结构。

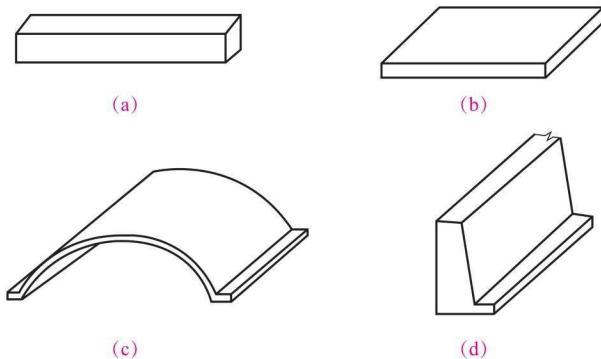


图 1-2 各类结构

(a) 杆；(b) 板；(c) 壳；(d) 挡土墙

在建筑工程中，杆件结构是应用最为广泛的结构形式。建筑力学的主要研究对象是杆件结构，本书主要以平面杆件结构作为研究对象。

## 三、杆件基本变形

工程中的杆件所受的外力是多种多样的，其变形也是各种各样的。总体而言，杆件的基本变形形式有以下四种：

(1) 轴向拉压变形。在一对方向相反、作用线与杆轴线重合的外力作用下，杆件的主要变形是沿轴方向的长度增加或减小，这种变形形式称为轴向拉伸[图 1-3(a)]或轴向压缩[图 1-3(b)]。

(2) 剪切变形。**在一对大小相等、方向相反且相距很近的横向外力作用下方向发生错动**，这种变形形式称为剪切，如图 1-3(c)所示。

(3) 扭转变形。在一对转向相反、作用面垂直于杆轴线的外力偶作用下，**杆件任意两个横截面将发生相对转动，但轴线仍维持直线**，这种变形形式称为扭转，如图 1-3(d)所示。

(4) 弯曲变形。在一对转向相反、作用面在杆件的纵向平面(即包含杆轴线在内的平面)



内的外力偶作用下，杆件将在纵向平面内发生弯曲，这种变形形式称为弯曲，如图 1-3(e) 所示。

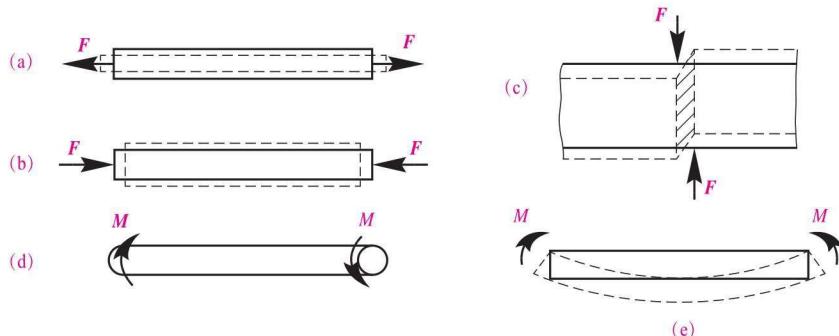


图 1-3 杆件的基本变形

工程中的杆件可能同时承受多种不同形式的外力，同时发生两种或两种以上的基本变形，这种变形情况称为组合变形。

## 第二节 建筑力学的基本任务

杆系结构是由杆件组成的一种结构，它必须满足一定的组成规律，才能保持结构的稳定，从而承受各种作用力。结构的形式各异，但必须具备可靠性、适用性、耐久性等性能。

在荷载作用下，承受荷载与传递荷载的建筑结构和构件会引起周围物体对它们的反作用，同时，构件本身因受荷载作用而产生变形，并且存在着发生破坏的可能性。但结构本身具备一定的抵抗变形和破坏的能力，即具有一定的承载能力，而构件的承载能力的大小与构件的材料性质、截面的几何尺寸和形状、受力性质、工作条件和构造情况等有关。

在结构设计中，其他条件一定时，如果构件的截面设计得过小，当构件所受的荷载大于构件的承载能力时，结构将不安全，它会因变形过大而影响正常工作，或因强度不够而破坏。当构件的承载能力大于构件所受的荷载时，则要多用材料，造成浪费。因此，建筑力学的任务是讨论和研究使建筑结构及构件在荷载或其他因素(支座移动、温度变化)的作用下能安全、正常地工作且符合经济要求的理论和计算方法，它可归纳为以下几个方面的内容：

(1) 力系的简化和力系的平衡问题。研究和分析此类问题时，往往将所研究的对象视为刚体。所谓刚体是指无论受到什么样的力的作用，其形状都不会有任何改变的物体，即在任何情况下，刚体内任意两点之间的距离都不会改变。然而事实上刚体是不存在的，任何物体在受到力的作用时，都将发生不同程度的变形(称为变形体)，如房屋结构中的梁和柱，在受力后将产生弯曲和压缩变形。但由于在很多情况下物体的变形对于研究平衡问题的影响甚小，变形可忽略不计，从而可简化力系平衡的相关计算与研究。



(2)强度问题，即研究材料、构件和结构抵抗破坏的能力。若结构在预定荷载的作用下能安全工作而不产生破坏，即可认为其满足强度要求。

(3)刚度问题，即研究构件和结构抵抗变形的能力。**一个结构受荷载作用，虽然强度满足要求，但变形过大，也将影响正常使用。**例如，屋面檩条变形过大，导致屋面漏水。若结构在荷载的作用下产生的变形在允许范围内，不影响正常使用，即可认为其满足刚度要求。

(4)稳定性问题。对于比较细长的轴心受压杆，当压力超过某一定压力时，杆将不再保持直线形状，而突然从原来的直线形状变成曲线形状，改变它原来受压的工作性质而发生破坏，这种现象称为丧失稳定，简称“失稳”。例如房屋中承重的柱子，如果过细、过高，就可能由于失稳而导致整个房屋突然倒塌。

(5)研究几何组成规则。构件必须按一定的几何组成规律组成结构，以确保结构在预定荷载的作用下能维持原有的几何形状，保证结构各构件不发生相对运动。

建筑力学的基本任务就是处理好构件所受的荷载与构件本身的承载能力之间的基本矛盾，简而言之，就是必须保证设计的构件有足够的强度、刚度和稳定性。建筑力学就是研究多种类型构件(或构件系统)的强度、刚度和稳定性问题的学科，为上述三类问题提供相关的计算和实验方法，根据计算和分析选择合适的材料、合理的截面形式及尺寸，同时，研究几何组成规律和合理形式，保证安全和经济两个方面的要求。

## 第三节 变形固体及其基本假设

### 一、变形固体

工程上所用的构件都是由固体材料制成的，如钢、铸铁、木材、混凝土等，它们在外力作用下会或多或少地产生变形，有些变形可直接观察到，有些变形则需通过专门仪器检测。在外力作用下，会产生变形的固体称为变形固体。

变形固体在外力作用下会产生两种不同性质的变形：一种是外力消除时变形随之消失，这种变形称为弹性变形；另一种是外力消除后变形不能消失，这种变形称为塑性变形。一般情况下，物体受力后，既有弹性变形又有塑性变形，这种情况称为弹塑性变形。但工程中常用的材料，在外力不超过一定范围时，其塑性变形很小，可忽略不计，可认为其只有弹性变形，这种只有弹性变形的变形固体称为完全弹性体；只引起弹性变形的外力范围称为弹性范围。本书主要讨论材料在弹性范围内的变形及受力。

### 二、基本假设

变形固体的性质是十分复杂的，各学科研究的角度、范围不同，其侧重点也不一样。为了简化计算，在建筑力学中常略去一些与强度、刚度和稳定性等问题关系不大的因素，将具有多种复杂属性的变形固体模型化，从而建立建筑力学所研究对象的理想化模型。为此，建筑力学对变形固体作以下假设。



### (一)连续性假设

连续性假设认为，固体在其整个体积内毫无空隙地充满了物质。实际上，组成固体的各粒子之间并不连续，它们之间存在着空隙。但是，这些空隙与构件尺寸相比极其微小，由空隙存在所引起的性质上的差异，在宏观讨论中可以忽略不计，故可认为固体在其整个体积内是连续的。根据这个假设，可将表征固体内某些力学性质的物理量用点的坐标的连续函数来表示。基于此，可利用高等数学的知识(微分、积分和微分方程等)分析研究建筑力学的问题。

### (二)均匀性假设

均匀性假设认为，固体内各点处的力学性质完全相同。如工程中使用较多的金属材料，组成金属的各个晶粒的力学性质并不完全相同。但是，在构件或构件内任一部分中，都包含着为数极多的晶粒，而且它们又是处于无规则的排列状态，其力学性质应是所有各晶粒性质的统计平均值，故可认为构件内各部分的力学性质是均匀的。根据这个假设，可以从构件内任意点处取出一微小部分加以分析研究，并将研究结果应用于整个构件。同时，也可以将那些用大尺寸试件在实验中所获取的材料的力学性质，应用于任一微小部分。

### (三)各向同性假设

各向同性假设认为，固体在各个不同方向具有相同的力学性质。具有这种性质的材料称为各向同性体。常用的工程材料，如钢材、塑料、玻璃和混凝土都可认为是各向同性材料。根据该假设，在研究材料的力学性质时，不必考虑其方向性，即在研究材料某一方向的力学性质后，其结论就可以应用到其他任何方向。

在工程实际中也存在不少各向异性材料，如轧制钢材、合成纤维材料、木材、竹材等，它们沿各方向的力学性能是不同的。很明显，当木材分别在顺纹方向、横纹方向和斜纹方向受到外力作用时，它所表现出的力学性质是各不相同的。因此，对于由各向异性材料制成的构件，在设计时必须考虑材料在各个不同方向的不同力学性质。

### (四)小变形假设

在实际工程中，构件在荷载作用下，其变形与构件的原尺寸相比通常很小，可以忽略不计，这一类变形称为小变形。所以，在研究构件的平衡和运动时，可按变形前的原始尺寸和形状进行计算。研究和计算变形时，变形的高次幂项也可忽略不计。这既可以简化计算，又不影响计算结果的实用精度。

## 习题

- 1-1 简述结构的分类。
- 1-2 杆件结构的特点有哪些？
- 1-3 建筑力学的基本任务有哪些？
- 1-4 简述变形固体的基本假设。



参考答案





## 第二章

# 建筑力学基础

### 内容摘要

本章主要介绍力与力偶及力对点之矩的相关概念、性质，约束力与约束反力的基本概念，结构受力分析及受力图的画法。

### 学习目标

- 熟悉力与力偶的相关概念及性质，掌握力对点之矩的计算方法。
- 熟悉约束与约束力的概念，可以对常见的约束和约束力进行分析。
- 掌握结构受力分析的相关步骤，能完整、准确地画出结构受力图。

## 第一节 基本概念

### 一、力的概念

力是物体间相互的机械作用。力对物体产生的效应一般可分为两个方面：一方面是力使物体运动状态的改变；另一方面是力使物体形状的改变。通常，将前者称为力的外效应或运动效应；将后者称为力的内效应或变形效应。

实际物体在力的作用下，都会产生不同程度的变形。但在工程结构中的微小变形，对研究物体（结构）的平衡问题不起主要作用，可以略去不计，这样可使问题的研究大为简化。因此，在研究平衡问题时将受力物体视为不变形的刚体，这是一个理想化的力学模型。

实践表明，力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点，通常称为力的三要素。当这三个要素中的任何一个发生改变时，力的效应也将随之变化。

如图 2-1 所示，作用在 A 点的力  $F$  可用一有方向的线段来表示。线段的始端 A 表示力的作用点，用线段的长度按一定的比例表示力的大小，用线段的方位和箭头的指向表示力的方向，用线段的起点（A 点）或终点（B 点）表示力的作用点。通常用字母

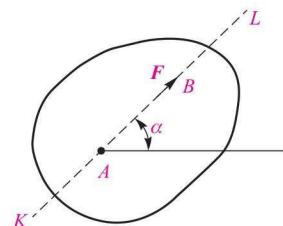


图 2-1 力的三要素



表示力的矢量，如  $\mathbf{F}$ ，线段的长短则不一定按大小画出。并且，习惯用线段的末端来代表压力的作用点，用线段的始端代表拉力的作用点。

**力的国际制单位是 N(牛顿)或 kN(千牛顿)。**

力的方向包括力作用线在空间的方位以及力的指向。力的作用点表示力对物体作用的位置，是力的作用区域的抽象。实际上物体间相互作用的区域不是一个点，而是具有一定面积或体积的区域，当作用面积或体积很小时可抽象为点，称为力的作用点。作用于这个点上的力称为集中力，力的作用区域不能抽象为点时则为分布力。

## 二、静力学公理

### (一) 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力，使刚体平衡的必要和充分条件是：**这两个力大小相等，方向相反，作用在同一条直线上**，如图 2-2 所示。

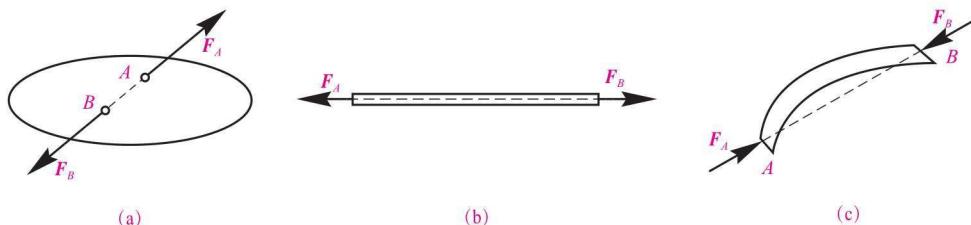


图 2-2 二力平衡公理

上述二力平衡公理对于刚体是充分的，也是必要的，而对于变形体只是必要的，而不是充分的。如图 2-3 所示，绳索的两端若受到一对大小相等、方向相反的拉力作用可以平衡，但若是压力就不能平衡。

**工程中仅受二力作用而处于平衡状态的杆件或构件称为二力杆件**（简称“二力杆”）或二力构件。图 2-4 中 BC 杆即二力杆。其特点是：构件只受到两个力作用而保持平衡。根据二力平衡公理可以断定，**这两个力必定沿着二力作用点的连线，且等值、反向**。

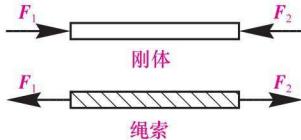


图 2-3 刚体与绳索的受力

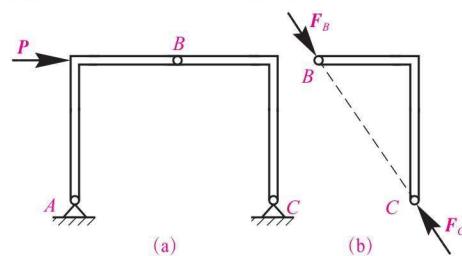


图 2-4 二力杆件

### (二) 加减平衡力系公理

作用于同一刚体上的任意力系中，加上或去掉任何平衡力系，原力系对刚体的作用效果不会改变，这也表明同一刚体在平衡力系作用下不会产生运动效应。

由加减平衡力系公理，可以推导出力的可传性。

**推论 1：力的可传性定理。**

作用于同一刚体上的力可沿其作用线移动到刚体内任意一点，而不改变该力对刚体的



作用效应，如图 2-5 所示。

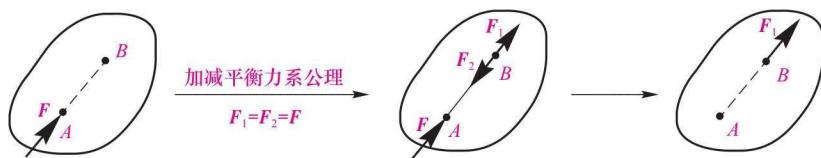


图 2-5 加减平衡力系公理

由二力平衡公理和加减平衡力系公理，可以得出三力平衡汇交定理。

**推论 2：三力平衡汇交定理。**

刚体在三力作用下处于平衡，若其中的两个力汇交于一点，则第三个力必汇交于该点。

### (三)作用与反作用公理

两物体间相互作用的力，总是大小相等、方向相反，沿同一直线并分别作用在两个相互作用的物体上。

这个定律概括了物体间相互作用的关系。其普遍适用于任何相互作用的物体，即作用力与反作用力总是成对出现，成对消失。如图 2-6 所示，C 铰处  $F_c = F'_c$  为一对作用力与反作用力。

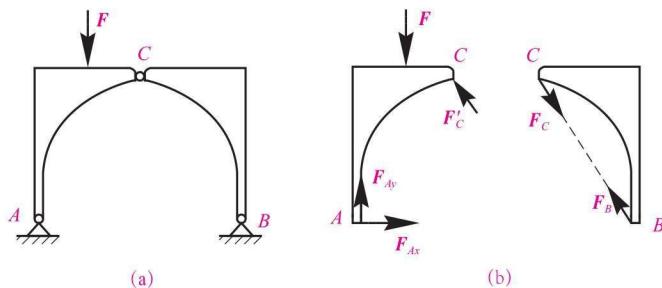


图 2-6 作用力与反作用力

### (四)平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点仍在该点，合力的大小和方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定。

力的平行四边形法则是力系合成与分解的基础。这种求合力的方法称为矢量加法。其矢量表达式为  $\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ ，如图 2-7(a) 所示，即作用于物体上同一点的两个力的合力矢量，等于这两个力的矢量和。

根据平行四边形法则求合力矢量时，也可只画半个平行四边形，这时力的平行四边形法则就演变为力的三角形法则。

### (五)分布力

作用范围不能忽视的力称为分布力。分布力根据其分布范围的几何特征通常可分为线

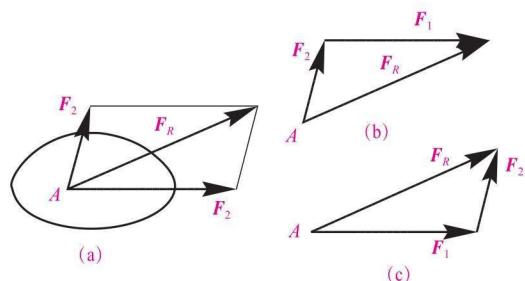


图 2-7 平行四边形法则



分布力、面分布力、体分布力三种；根据其分布的均匀性可分为均布力和非均布力两种；综合考虑通常可将分布力分为线均布力、面均布力、体均布力、线非均布力、面非均布力、体非均布力六种。力学计算中遇到最多的是线均布力。

线均布力是指作用在一个狭长范围内且各点作用强弱程度都相同的力，如均质梁的自重，如图 2-8(a)所示。线均布力用若干个平行且相等的带箭头的有向线段来表示，图 2-8(b)所示为一个作用在 AD 线上 BC 段内竖直向下的线均布力，分布长度为  $l$ ，单位为米(m)，分布集度为  $q$ ，**常用单位为牛顿/米(N/m)或千牛顿/米(kN/m)**。

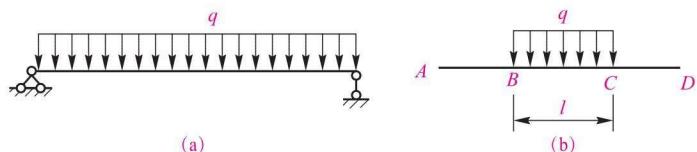


图 2-8 线均布力

应注意的是，分布力的分布集度并不代表力的大小。如一点的线分布力集度  $q=10 \text{ kN/m}$ ，并不是说该点承受着  $10 \text{ kN}$  的力，而是指如将该点的力大小不变扩展到  $1 \text{ m}$  长的范围时，总共是  $10 \text{ kN}$  的力，所以，一点的分布力的分布集度只表示分布力在该点的密集程度。

沿直线平行分布的线分布力可以合成为一个合力，**合力的方向与线分布力的方向相同，合力作用线通过荷载图的形心，其合力的大小等于荷载图的面积**。

**例 2-1** 求图 2-9 所示结构线分布力的合力。

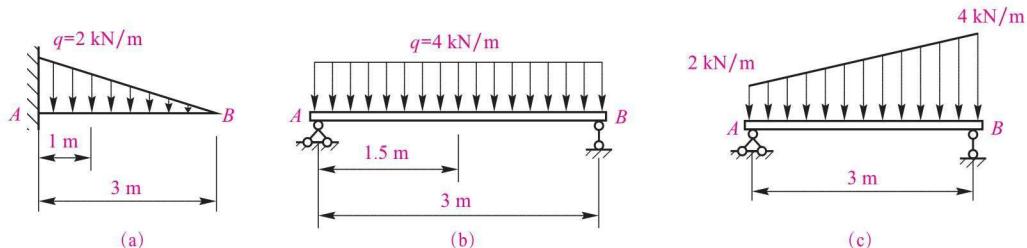


图 2-9 例 2-1 配图

解：(1)合力大小为： $\frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3(\text{kN})$ ，方向向下，合力作用线距 A 端  $1 \text{ m}$ 。

(2)合力大小为： $4 \times 3 = 12(\text{kN})$ ，方向向下，合力作用线距端点  $1.5 \text{ m}$ 。

(3)可将梯形分布荷载分解为均布荷载和三角形分布荷载，均布荷载合力大小为： $2 \times 3 = 6(\text{kN})$ ，方向向下，合力作用线距 A 端  $1.5 \text{ m}$ ；三角形分布荷载合力大小为： $\frac{1}{2} \times 3 \times (4 - 2) = 3(\text{kN})$ ，合力作用线距 A 端  $2 \text{ m}$ 。

### 三、力对点之矩

力对点之矩是很早以前人们在使用杠杆、滑车、绞盘等机械搬运或提升重物时所形成的一个概念。现以扳手拧螺母为例来说明。如图 2-10(a)所示，在扳手的 A 点施加一力  $F$ ，



将使扳手和螺母一起绕螺钉中心  $O$  转动，这就是说，力有使物体(扳手)产生转动的效应。实践经验表明，扳手的转动效果不仅与力  $F$  的大小有关，而且还与点  $O$  到力作用线的垂直距离  $d$  有关。当  $d$  保持不变时，力  $F$  越大，转动越快；当力  $F$  不变时， $d$  值越大，转动也越快。**若改变力的作用方向，加上适当的正负号来表示力  $F$  使物体绕  $O$  点转动的效应，并称为力  $F$  对  $O$  点之矩，简称力矩，以符号  $M_O(F)$  表示。**其计算公式如下：

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (2-1)$$

如图 2-10(b)所示， $O$  点称为转动中心，简称矩心。矩心  $O$  到力作用线的垂直距离  $d$  称为力臂，式(2-1)中的正负号表示力矩的转向。通常规定：力使物体绕矩心作逆时针方向转动时，力矩为正；反之为负。

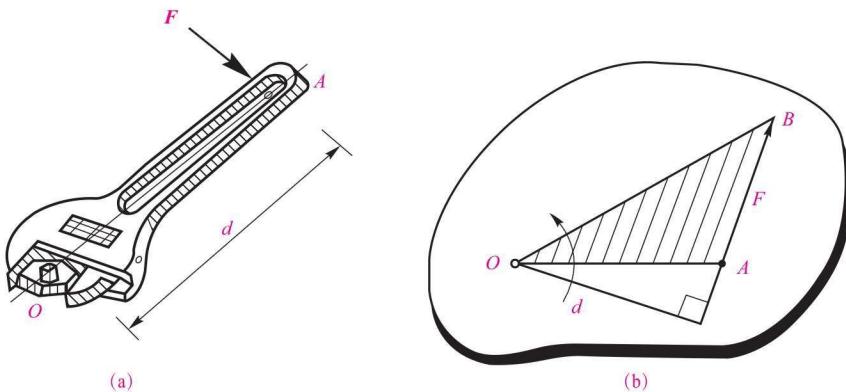


图 2-10 力对点之矩

力矩的单位是  $\text{N} \cdot \text{m}$  或  $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

力矩有如下性质：

- (1) 如果力的大小等于 0，则力对任一点的矩等于 0；
- (2) **如果力的作用线通过矩心，即力臂等于 0，则力对点的矩等于 0；**
- (3) 力对矩心  $O$  点之矩与  $O$  点位置有关，同一个力对不同的矩心，其力矩是不同的(包括数值、符号都可能不同)。

平面力系的合力( $F_R$ )对平面内任一点的矩等于各分力( $F_i$ )对同一点矩的代数和，见式(2-2)。

$$M_O(F_R) = M_O(F_1) + M_O(F_2) + \dots + M_O(F_n) \quad (2-2)$$

对在同一平面内几个力矩求代数和，称为求它们的合力矩。

**例 2-2** 每 1 m 长挡土墙所受土压力的合力为  $F_R$ ，它的大小  $F_R = 200 \text{ kN}$ ，方向如图 2-11 所示，求土压力  $F_R$  使墙倾覆的力矩。

**解：**土压力  $F_R$  可使挡土墙绕  $A$  点倾覆，求  $F_R$  使墙倾覆的力矩，也即求它对  $A$  点的力矩。由于力臂求解较麻烦，因此将  $F_R$  分解为两个分力  $F_1$  和  $F_2$ ，两分力的力臂是已知的。根据合力矩定理，合力  $F_R$  对  $A$  点之矩等于  $F_1$  和  $F_2$  分别对  $A$  点之矩的代数和。

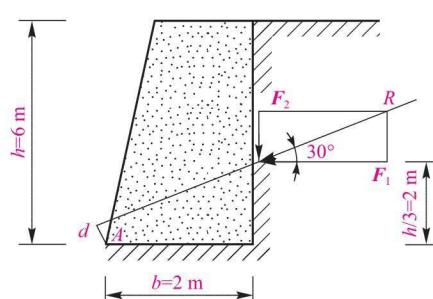


图 2-11 例 2-2 配图



$$\begin{aligned}
 M_A(\mathbf{F}_R) &= M_A(\mathbf{F}_1) + M_A(\mathbf{F}_2) \\
 &= 200\cos 30^\circ \times 2 - 200\sin 30^\circ \times 2 \\
 &= 146.41(\text{kN} \cdot \text{m})
 \end{aligned}$$

**例 2-3** 求图 2-9 中各分布荷载对 A 点之矩。

解：根据合力矩定理，分布荷载对某点之矩等于其合力对该点之矩。

如图 2-9(a)所示，三角形分布荷载对 A 点的力矩为： $M_A(q) = -\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 1 = -3(\text{kN} \cdot \text{m})$

如图 2-9(b)所示，均布荷载对 A 点的力矩为： $M_A(q) = -4 \times 3 \times 1.5 = -18(\text{kN} \cdot \text{m})$

图 2-9(c)所示为梯形分布荷载，此时为避免求图中的梯形形心，可将梯形分布荷载分解为均布荷载和三角形分布荷载。

梯形分布荷载对 A 点之矩为： $M_A(q) = -2 \times 3 \times 1.5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 2 = -15(\text{kN} \cdot \text{m})$

#### 四、力偶

在实际工程和日常生活中，为了使物体转动，一般要加上大小相等、方向相反且不共线的两个平行力。例如，汽车司机转动方向盘，两手加在方向盘上的力[图 2-12(a)]以及木工工人用丝锥攻螺纹[图 2-12(b)]等。

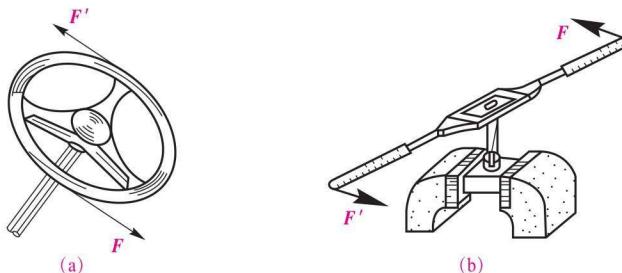


图 2-12 力偶

通常，将这种作用在同一个刚体上的大小相等、方向相反、作用线又不重合的两个平行力所组成的力系称为力偶，若将此两力分别记为  $\mathbf{F}$  及  $\mathbf{F}'$ ，则用符号  $(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$  表示这两个力所组成的力偶。其是一个不能再简化的基本力系。它对物体作用的运动效果是使物体产生单纯的转动。

力偶与力矩的区别在于：**力偶是一个基本力系，力成对出现，它们大小相等而方向相反，平行但不在同一直线上；** 力矩是用来度量某一个力对某一点产生转动作用的大小的物理量，要素有力的大小、力的方向、力与作用点的距离。**力偶与力矩的相同之处是它们均使物体产生转动。**

力偶的作用是使物体转动，力偶使物体转动的效应，不仅与力  $\mathbf{F}$  的大小有关，还与两个力作用线之间的垂直距离  $d$  有关。因此用乘积  $Fd$  表示力偶使物体转动的效应，称为力偶矩，记为  $M(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$  或  $M$ ，即

$$M(\mathbf{F}, \mathbf{F}') = \pm Fd \quad (2-3)$$

式中，距离  $d$  称为力偶臂。

力偶符号规定：力偶使物体作逆时针方向转动时为正；反之为负。力偶矩的单位与力

