

像读“连环画”一样学习压轴题

新视野

图解

中考数学

压轴题

主 编 ◎ 张宏伟
副主编 ◎ 黄 喆
 ◎ 陈轶华
 ◎ 张 华

帮助学生更清晰地理解压轴题的解题思路



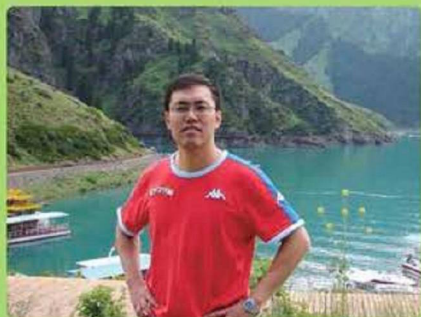
华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS



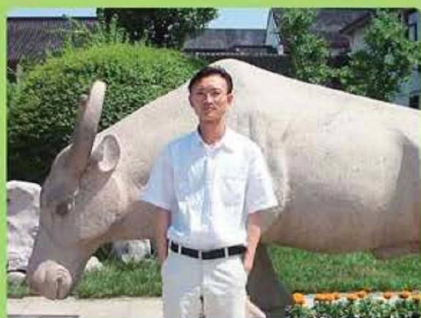
张宏伟，中学高级教师，上海市虹口区骨干教师，微信公众号“初中数学解法研究”创办人，擅长“一题多解”“错题归因”“思维调控”等方面教学研究，论文《元认知训练对提高初一学生数学解题能力的实验研究》获上海市课题论文三等奖，区教科研论文屡获二、三等奖。



黄喆，中学高级教师，上海市浦东新区学科带头人，“初中数学微课程”“吉吉初中数学小站”微信平台创办人，在各级刊物多次发表论文，主编《四星级题库》等书籍6本，参编书籍20余本，对于压轴题有独到见解。

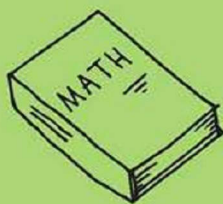


陈轶，中学高级教师，上海市闵行区骨干教师，主编交大之星《挑战名校压轴题八年级》《挑战名校压轴题中考篇》《初中数学300题中考热点问题》。



张华，上海市普陀区教学岗位能手，微信公众号“跟着老张玩数学”创办人，长期从事数学教学科研工作，曾获全国新技术应用比赛初中组一等奖，擅长利用图形分解的方法讲授中考压轴题，角度新颖，思路清晰，重点突出。

中考压轴题必备工具书



知识讲解更全面

根据课程标准，紧扣中考考点，详细解析经典例题，是一本具实用性和代表性的中考复习资料。



方法辅导更新颖

体例科学，知识完备，以图解形式分析压轴题更形象、更直观，一看就懂。



提分训练更有效

书中按照新课标的要求以方法梳理、典例图解、点拨关键、图解过程的形式进行针对性讲解，旨在让考生掌握解答中考难题所需必备知识、解题思路，切实提高解题技巧及正确率。通过练习每节相应专项训练，巩固知识，快速提高能力！



上架建议：初中教辅

ISBN 978-7-5628-5130-1



9 787562 851301 >

定价：29.80元



新视野

图解

中考数学

压轴题

主 编：张宏伟
副 主 编：黄 喆 陈 轶 张 华
顾 问：李建国 赵军山 胡 军 朱丽霞
编 委：姚 健 高 馨 吴晶君 刘 欢 张胤睿
(排名不分先后)



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

图书在版编目(CIP)数据

新视野. 图解中考数学压轴题 / 张宏伟主编. —上海:
华东理工大学出版社, 2017. 9

ISBN 978-7-5628-5130-1

I. ①新… II. ①张… III. ①中学数学课—初中—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 174274 号

策划编辑 / 陈月姣

责任编辑 / 陈月姣

装帧设计 / 徐 蓉

出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司

地址: 上海市梅陇路 130 号, 200237

电话: 021-64250306

网址: www.ecustpress.cn

邮箱: zongbianban@ecustpress.cn

印 刷 / 常熟市华顺印刷有限公司

开 本 / 787mm×1092mm 1/16

印 张 / 8.75

字 数 / 185 千字

版 次 / 2017 年 9 月第 1 版

印 次 / 2017 年 9 月第 1 次

定 价 / 29.80 元

版权所有 侵权必究

前言

中考压轴题一向是“兵家必争之地”，是中考的夺分题，也是区分层次和实现选拔的重要题型。由于压轴题考查的知识点较多，综合性较强，覆盖面广，关系复杂，思路难觅，解法灵活，常常令一些学生束手无策，也令一些教师不知从何教起。进入初三的学生都有一个期盼，希望能有“良师”的指点，进而在较短的时间内迅速提升自己解压轴题的能力。奋斗在初三的一线教师希望自己身边多一个“益友”陪伴，使得自己压轴题的教学技艺更加精湛，处理各种繁杂问题能如鱼得水，课堂上能有无限多精彩的生成。正是由于上述的需要，本书因此孕育而生，扮演学生心中的“良师”和教师心中的“益友”双重角色。

本书主要内容虽为“压轴题的解读”，但又区别于同类书籍，概括为以下五大“亮点”。

一、图解分析 击中关键

强调“新”“易”“趣”三个字，引导学生以图形为前提学会分析，得出解题关键，全面破解压轴题，写一本图比字多的压轴题解析书。之所以为“新”，因为目前市面上很少有类似的书籍；“易”是指学生不会再有“解压轴题”的畏惧心理，容易看懂；“趣”是指让学生类似于看连环画一样学习压轴题，能有效地提升学生理解压轴题和解决压轴题的能力。

二、解题循道 拓展精妙

本书不是将数学知识和思想方法简单堆积，而是将数学知识、思想方法和解题策略有机结合，力争在关键处“分析”，让学生找到解题突破口。同时本书还会从解法和变式两个方面进行“拓展”，关注一题多解和一题多变，最大程度挖掘试题的价值，奉献出精美的解法，让读者读后回味无穷。

三、策略升华 画龙点睛

书中“压轴题的教学策略”这一节内容是本书的升华部分. 一切事物都有它的内在规律,想必压轴题的教学也是如此. 本书的第一章从教师的教学策略和学生的解题策略两个角度来揭示压轴题教学的一般规律,不仅给教师教学提供了参考,也给学生解题提供了指引,促使师生从“以题论题”向“以题论法”和“以题论道”转变.

四、编者敬业 智慧结晶

本书汇集了优秀教研专家和一线优秀数学骨干教师的集体智慧,是作者团队多年开展压轴题教学研究与丰富实践经验的总结. 所有的作者都长期坚守在初三数学课堂,他们“身怀绝技”并“身经百战”,书中字里行间都传递着他们教学中的机智与正能量.

五、四大平台 实力超群

本书编者中有四位老师分别创设了“初中数学微课程”“吉吉初中数学小站”“初中数学解法研究”“初中数学教学日志”和“跟着老张玩数学”五个微信公众号,并形成联盟互动. 这五个微信公众号已发文原创帖 700 余篇,累计粉丝四万左右,反响良好,受到家长、教师、学生、数学爱好者等的广泛好评.

本书的第一部分和附录的写作曾得益于**胡军**老师(上海市数学正高级教师、上海市数学特级教师、数学奥林匹克教练)的指导,在此深表谢意! 同时感谢**赵军山**老师(上海市数学特级教师、上海市虹口区教育学院副院长)、**李建国**老师(上海市原黄浦区数学教研员、课程与课堂教学评估专家)、**朱丽霞**老师(上海市虹口区数学教研员、虹口区骨干教师)三位老师对本书整体结构的指导和建议! 由于编者水平有限,不妥之处在所难免,恳请读者指正!

其他年级的“图解压轴题”系列仍在精心制作中,敬请期待.

编者团队

目录

第一部分 中考压轴题的解题思路与方法 / 1

第二部分 中考压轴题的专项指导 / 7

第1讲 图形运动问题 / 9

第2讲 函数关系问题 / 15

第3讲 函数图像问题 / 21

第4讲 特殊三角形的存在性问题 / 27

第5讲 特殊四边形的存在性问题 / 33

第6讲 相似三角形的存在性问题 / 39

第7讲 圆的问题 / 45

第8讲 操作实践类问题 / 53

第三部分 中考压轴题的专项训练 / 61

专项训练1 图形运动问题 / 63

专项训练2 函数关系问题 / 65

专项训练3 函数图像问题 / 67

专项训练4 特殊三角形的存在性问题 / 69

专项训练5 特殊四边形的存在性问题 / 71

专项训练6 相似三角形的存在性问题 / 73

专项训练7 圆的问题 / 75

专项训练8 操作实践类问题 / 77

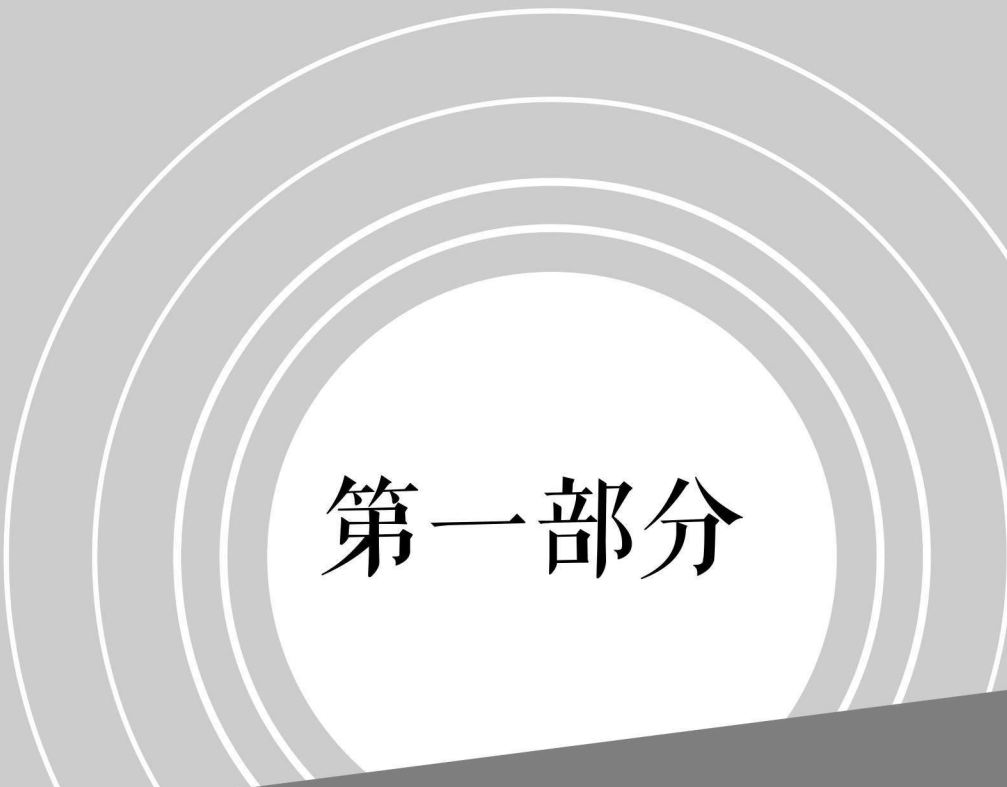
第四部分 中考压轴题的综合训练 / 79

综合训练一 / 81

综合训练二 / 85

附录 压轴题的教学策略(教师篇) / 89

参考答案 / 97

A series of five concentric circles, with the innermost being white and the others being light gray, creating a target-like effect.

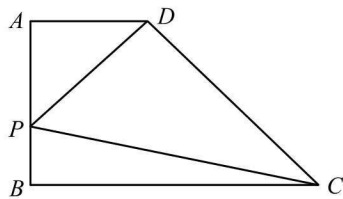
第一部分

中考压轴题的 解题思路与方法



从宏观方面看,解压轴题不仅需要扎实的数学基础知识和基本技能,还需要有一定的分析问题、解决问题的能力,更需要有灵活运用数学思想方法的能力;从微观角度看,解压轴题需要将已知条件进行编码、转译和改造,再运用相关的数学思想方法,借助转化、联想等策略解决问题.就探索一道压轴题的解题思路的过程而言,我们可以结合 2012 年上海市闵行区初三二模压轴题为例,谈谈学生在解压轴题时可以关注以下四个环节.

原题如下:已知,如图 1-1, $AB \perp BC$, $AD \parallel BC$, $AB=3$, $AD=2$. 点 P 在线段 AB 上,连接 PD ,过点 D 作 PD 的垂线,与 BC 相交于点 C . 设线段 AP 的长为 x .



- (1) 当 $AP=AD$ 时,求线段 PC 的长;
- (2) 设 $\triangle PDC$ 的面积为 y ,求 y 关于 x 的函数解析式,并写出函数的定义域;

(3) 当 $\triangle APD \sim \triangle DPC$ 时,求线段 BC 的长.

同学们在解上题时,可参考以下四个环节来分析.

☆ 第一环节 认真审题,对条件进行分析、编码、转译和改造是解压轴题的前提

解题是运用已知条件探求未知结论的一个过程.压轴题涉及的知识面广,“已知”和“未知”的关系复杂且隐蔽,只有仔细读题、认真审题,才能弄清问题的全部条件及其结构,明确解题方向,分清条件的结构和层次,善于抓住关键的条件(能为解题提供方向),对局部条件的转译与改造(使之字母化,便于推理),充分挖掘隐蔽条件,为解压轴题打下坚实的基础.本题如何来审题呢?见下表.

表 1-1

编码	① $AB \perp BC$ ② $AD \parallel BC$ ③ $AB=3$ ④ $AD=2$ ⑤ $PD \perp DC$ ⑥ 点 P 在线段 AB 上 ⑦ 线段 AP 的长为 x
转译改造	(1) 根据直角梯形的常规辅助线,可以得到 $\triangle APD \sim \triangle HCD$,如图(1). (2) 根据“一线三等角”构造相似的方法,可以得到 $\triangle APD \sim \triangle EDC$,如图(2). (3) 由图(1)或图(2)可得 $\frac{PD}{DC} = \frac{2}{3}$,也就是说 $\triangle CPD$ 形状是确定的.对本题的求解都有很大的帮助. 图(1) 图(2)

☆ 第二环节 化复杂为单一、拆综合为基本,善于联想与转化是解压轴题的关键

压轴题常常是由一些基础题构成的,或者是由一些基础题演变而来的.解题时,先认真观察“已知”与“未知”中数、式、图形的特点,进而联想重要的知识、方法和曾解过的典型问题,并进一步把复杂问题转化为简单问题,把综合问题拆成基本问题,这样做的目的是分而“治”之,便于各个击破,从而在整体上解决问题.本题的第(2)问可以按照如下的方法来解决.

表 1-2

原问题	联想	转化后的问题	解法图例
(2) 设 $\triangle PDC$ 的面积为 y ,求 y 关于 x 的函数解析式,并写出函数的定义域	(1) 直角梯形的常规辅助线. (2) 直角三角形的面积算法	(1) 用 x 表示 PD 和 PC 的长度. (2) 再用面积公式 $S = \frac{1}{2} PD \cdot PC$	图(3) 由$\triangle APD \sim \triangle HCD$和勾股定理可得: $PD = \sqrt{x^2+4}$, $CD = \frac{3}{2} \sqrt{x^2+4}$, 如图(3),求得 $S = \frac{3}{4} x^2 + 3$

☆ 第三环节 恰当的分离与重组是解压轴题的重要手段

压轴题往往关系隐蔽、图形复杂,解压轴题时恰当地分离出图形和知识点,就能排除干扰,集中火力解决问题.本题的第(3)问可以按照这样的策略去攻克,详见下表.

表 1-3

原问题	分离	重组
(3) 当 $\triangle APD \sim \triangle DPC$ 时,求线段 BC 的长	只要求出x,就能求出线段BC的长,原题中可以分出三个直角三角形,如图(4)(5)(6)所示 图(4) 图(5) 图(6)	重组之后如图(7)可知:$BC = BH + HC$.由$\triangle APD \sim \triangle HCD$可得 $HC = \frac{3}{2} x$,而 $BH=2$,BC可求 图(7)

(续表)

原问题	分离	重组
	由表 1-1 中的“转译改造”可知图(5)中 $\frac{PD}{DC} = \frac{2}{3}$, 因为 $\triangle APD \sim \triangle DPC$, 由图(4)可得 $\frac{x}{2} = \frac{2}{3}$ 或 $\frac{x}{2} = \frac{3}{2}$, 求出 $x=3$ 或 $\frac{4}{3}$. 现在所有问题都转化到如何在图(6)中求出 BC 的长的问题, 这时我们有必要将图形重组一下	

☆ 第四环节 调控思维,分题得分、分段得分,各个击破是解压轴题的重要保障

中考压轴题一般在大题下都设置二至三个小题,难易程度是第(1)小题较易,第(2)小题中等,第(3)小题偏难.在解答时该题时,第(1)小题的分数一定要拿到,第(2)小题的分数要力争拿到,第(3)小题的分数要争取得到,这样就大大提高了获得高分的可能性.例题中的三小问基本上属于平行的关系,也就是说每一小问和下一问没有必然的联系,即第二小问做不出来也可以尝试做第三小问.一道中考压轴题做不出来,不等于一点不懂或一点不会,要将片段的思路转化为得分点,因此,要强调分段得分,中考的评分是按照题目所考查的知识点分段评分,答对知识点就给分,多答多给分.下面以第(2)小题为例,谈谈如何分段得分,见下表.

表 1-4

标准解答	分段情况	难易程度
(2) 如图(7),在 $\text{Rt}\triangle APD$ 中,由 $AD=2, AP=x$,得 $PD=\sqrt{x^2+4}$ (1分) 因为 $\triangle APD \sim \triangle HCD$,所以 $\frac{AD}{CH} = \frac{PD}{CD}$. 所以 $CD = \frac{3}{2}PD = \frac{3}{2}\sqrt{x^2+4}$ (1分) 在 $\text{Rt}\triangle PCD$ 中, $S_{\triangle PCD} = \frac{1}{2} \cdot PD \cdot CD = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}(\sqrt{x^2+4})^2 = \frac{3}{4}x^2 + 3$. 所以所求函数解析式为 $y = \frac{3}{4}x^2 + 3$ (2分) 函数的定义域为 $0 < x \leq 3$ (1分)	① 勾股段	容易拿分
	② 相似段	这两段有因果关系,相对较难
	③ 函数段	
	④ 定义域段	容易拿分
	说明:①和④相对独立也很容易,可以考虑先把这 2 分拿到,再集中火力攻克②和③两段	

在解题时要适当调控思维,当某一问做不下去或者陷入复杂计算时,可以先停一下,考虑是否可以改变一下角度求解问题,或者再回头看看已知条件是否都用上,或者暂时放弃,思考下一问,不能在一个小问上耽搁太长时间.解题过程中要和自己有效对话,结合本题,可以有这样几句提示语,如下表.

表 1-5

对话语	目的
1. 已知条件都看清了吗?	防止错看和漏看条件
2. 直角梯形常规辅助线怎么添?	发现作高发现相似形
3. 每个条件都有什么用? 它们之间都有什么联系?	转译和改造条件
4. 三个小问有联系吗?	发现是平行关系时可以跳跃做题
5. $\triangle APD \sim \triangle DPC$ 有几种情况呢?	发现对应边成比例有两种情况
6. 可以重新画几个图形吗?	排除干扰、各个击破
7. 哪些得分点我可以马上得到?	分题、分段得分

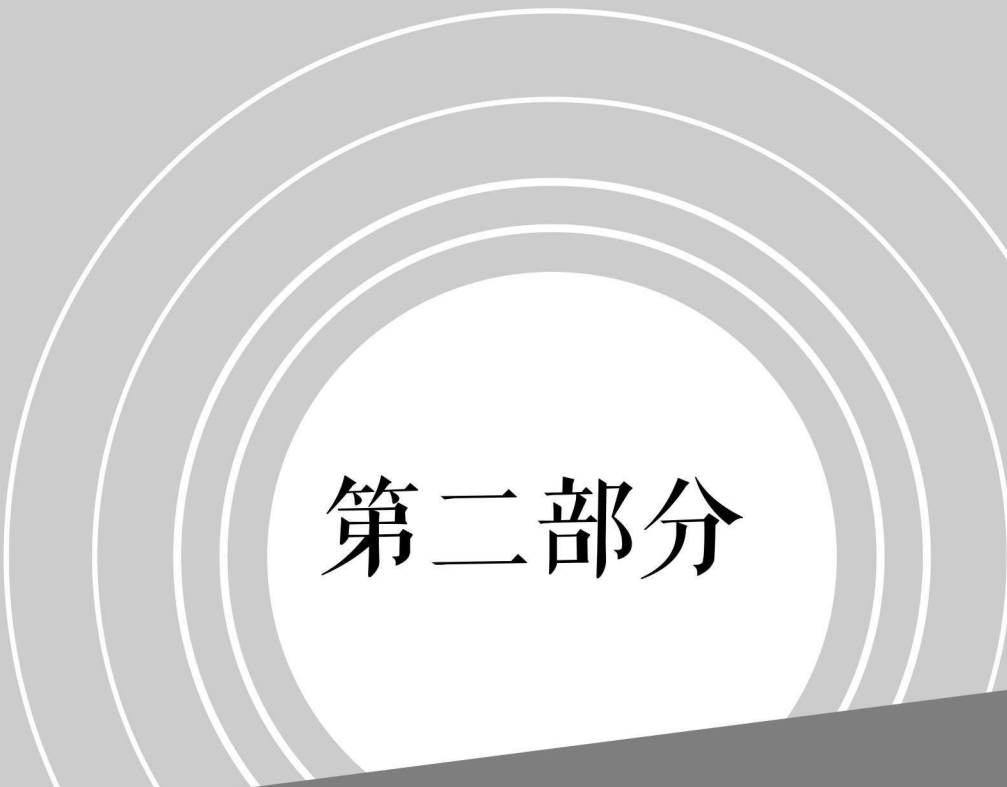
总之,解压轴题的能力不是一朝一夕的,除了上面的一些策略外,同学们还要在平时的学习中注意以下几个习惯.

1. 会听课.既要听老师对压轴题的分析方法,还要听其他同学的想法,再比较和优化自己的解法,了解每个想法的来龙去脉.

2. 会总结.在平时每做完一道压轴题,一定要探寻题目背后的规律;如果自己解题有误,一定要反思出错的原因并及时记下来.

3. 严谨规范.做压轴题时,关键步骤、关键环节要认真去写,压轴题不是写的越多越好,而是要分清主次、把握关键.



A series of five concentric circles in shades of gray, centered on the page, creating a target-like effect.

第二部分

中考压轴题的 专项指导

