

2018

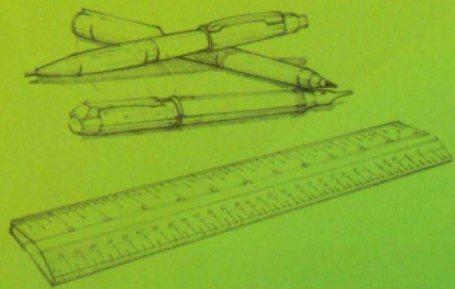
高职考试丛书 | GAOZHI KAOSHI CONGSHU

中职数学 升学考试教程

ZHONGZHI SHUXUE
SHENGXUE KAOSHI JIAOCHENG

(第二版)

总 主 编 张小毅
执行总主编 张 容
主 编 郑常秀 唐 兵
副 主 编 孙 殷 罗放梅 陈 凤 朱 健



重庆大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中职数学升学考试教程/郑常秀,唐兵主编.--2版.--
重庆:重庆大学出版社,2017.4(2018.3重印)
(高职考试丛书)
ISBN 978-7-5689-0500-8

I.①中… II.①郑…②唐… III.①数学课—中等专业学校
—升学参考资料 IV.①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第065073号

高职考试丛书

中职数学升学考试教程

第二版

总主编 张小毅

执行总主编 张容

主 编 郑常秀 唐兵

责任编辑:章可 版式设计:章可

责任校对:刘志刚 责任印制:张策

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:易树平

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路21号

邮编:401331

电话:(023)88617190 88617185(中小学)

传真:(023)88617186 88617166

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn(营销中心)

全国新华书店经销

重庆共创印务有限公司印刷

*

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:17 字数:417千

2016年9月第1版 2017年4月第2版 2018年3月第10次印刷

ISBN 978-7-5689-0500-8 定价:38.00元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换
版权所有,请勿擅自翻印和用本书
制作各类出版物及配套用书,违者必究

前言 *Qianyan*

《中职数学升学考试教程》是根据重庆市高职对口类和中职直升类招生考试大纲的要求,切合高考考题重新编写的一本中职高考复习教材,本教材可供学生单独复习和教师复习指导使用。本书的前身《最新高职考试数学应试指南》一书受到了市内广大中职学校、中专学校及技工学校的好评,每年发行上万册。针对每年的考试形式、考试要求的变化以及兄弟学校反映的书中少数试题有重复,题型较陈旧,鉴于此,我们组织了长期从事高职考试教学工作、教学经验丰富、所教学生高考成绩突出的高、中级数学骨干教师和教学能手重新修订了本书。

本书由章节复习和专项复习两部分构成:

第一部分 章节复习的主要内容有:(1)近几年高考命题情况分析;(2)考纲内容及要求;(3)每节考点剖析(剑指考纲);(4)知识小结(理清重难点);(5)典型例题(分类呈现);(6)赢在起点(打牢基础);(7)基础练习(树立信心);(8)提高练习(培养能力);(9)拓展训练(提升能力);(10)自我评价(及时诊断)。

第二部分 专项复习的主要内容有:(1)中职数学高考公式;(2)针对各类知识点的单项选择题和解答题的专题复习;(3)易错题专题复习。

本书作为中职高考复习教材凸显以下特性:

一、紧扣考纲,细化考点;知识小结,突出重点

本书每章每部分标注考纲内容和要求,并针对每一节的每个知识考点进行了细化,能够让学生熟悉考点,对复习备考具有指导作用。本书把每节的基本概念、公式、定理或性质进行了归纳总结,梳理了知识结构,突出了复习重点,有利于教师教学和学生复习。

二、典型例题,赢在起点;针对练习,循序渐进

本书例题均选用重要考点、升学考试出现频率较高或高考的典型题,例题具有很强的针对性和实效性。练习分基础、提高和拓展三部分,适用于不同阶段的学生练习,遵循了由浅入深、循序渐进的自然规律,有助于学生数学能力的提高。

三、三大练习,分层训练;打牢基础,培养能力

本书每节均设置有基础、提高和拓展三个层次的练习,基础练习是强化训

练学生对基本概念的理解和公式的简单应用,提高练习是提高学生的数学运算能力、分析和解决问题的能力的基本能力,拓展练习是为学有余力的学生提供训练综合解题能力的平台。

四、锦囊妙计,辅助学习;自我评价,及时反馈

本书对解题的技巧、识记公式的方法给出经验性的计策,便于学生理解记忆和掌握解题的方法,辅助学生轻松复习数学,帮助其提高学习成绩;自我评价可用作课堂定时检测,也可让学生课后练习,及时反馈学生复习情况,方便教师了解学生掌握知识和解题的情况,以便及时查漏补缺,提高复习效率。

五、专题复习,针对强化;易错专项,强理解

本书增加了单项选择题、解答题及易错题的专题复习板块,其目的是让学生针对特定题型进行强化训练,及时查漏补缺,为高考做好充分的准备,有助学生高考考出理想成绩。

六、高考真题,牛刀小试;模拟试题,冲刺高考

本书还有一本配套的模拟冲刺试卷,该试卷根据现行考纲要求编写了模拟试题,其目的是让学生反复训练,不断提高解题的能力,为高考最后冲刺做好充分的准备。

本书主编为郑常秀、唐兵,副主编为孙殷、罗放梅、陈凤、朱健,编者有段丹、何红军、陈璨、徐德、夏雪、唐天芳、张宗路、周胜凡、黄军华、张园、王芳、黎定朝、唐家琼、黎光英、秦秀源、刘诺、周尚能、刘贤、冉文礼、任宏、丁明文、杨杰、宁从江、陈波、郑祥云、刘代发、马彦琳。本书是编写组始终抱着对用书者负责任的态度,认真听取同仁们的建议,经过反复地研究分析考纲考点,汇聚大家的智慧编写而成。在此向给予本书建议、帮助、支持的各级领导和同仁表示衷心的感谢!也请广大读者批评指正,并提出您宝贵的意见,以便于我们今后不断改进。

预祝莘莘学子们高考取得优异的数学成绩!

编者

2018年2月



扫描二维码即可获取本书习题的参考答案

编委会 *bianweihui*

丁明文	马庆国	马培林	王芳	王静	王明川	王峻峰
尹灵	尹世忠	尹贤群	邓玲	左恋	孙殷	白小芳
冉文礼	冉凤宁	冉俊江	宁从江	卢英华	任宏	李佳
许剑	刘代发	刘诺	刘贤	刘娟	朱江	朱舟
李桂萍	李经春	闫其均	宋文平	张小毅	张园	张容
张宗路	张远伟	杨杰	杨英勇	何会木	何红军	陈应先
陈建梅	陈波	陈勇	陈璨	吴德林	余德保	尚安明
周关琴	周尚能	周胜凡	郑祥云	郑常秀	罗和明	罗放梅
幸奠国	段丹	殷升兴	胡萍	唐兵	唐家琼	夏雪
陶佳	秦秀源	黄军华	隆远尧	曾召兵	程泽友	谢庆林
雷成平	譙子平	廖伟	黎光英	黎定朝		

目录 *mulu*

第一部分 章节复习

第一章 集合与逻辑用语	1
第一节 集合的概念、表示法与集合之间的关系	1
第二节 集合的运算	6
第三节 简易逻辑	10
自我评价	15
第二章 不等式	17
第一节 一元二次方程的解法	17
第二节 不等式的性质及一元一次不等式(组)	21
第三节 一元二次不等式	27
第四节 含有绝对值的不等式	32
第五节 线性分式不等式	37
自我评价	42
第三章 函数	44
第一节 函数的概念	44
第二节 函数的单调性和奇偶性	49
自我评价	54
第三节 一元二次函数及其他简单函数的图像和性质	56
自我评价	66
第四节 指数与对数的运算	68
第五节 幂函数、指数函数和对数函数	73
第六节 平移	81
自我评价	86
第四章 三角函数	88
第一节 角的概念和度量	88
第二节 三角函数的定义	93
自我评价	99
第三节 诱导公式	101

第四节 和、差、倍角公式	106
自我评价	113
第五节 三角函数的图像和性质	114
第六节 解三角形	123
自我评价	128
第五章 数列及排列组合	130
第一节 数列的概念	130
第二节 等差数列	134
第三节 等比数列	140
第四节 排列与组合	145
自我评价	151
第六章 平面解析几何	153
第一节 直线的方程	154
第二节 两条直线的位置关系	159
自我评价	166
第三节 圆的方程	167
第四节 圆与直线的位置关系方程	172
自我评价	180
第五节 椭圆	181
第六节 双曲线	190
第七节 抛物线	197
自我评价	203

第二部分 专项复习

选择题专项复习	205
集合	205
逻辑	206
不等式	207
函数	210
三角函数	212
排列组合	217
数列	219
直线	220
圆	222
二次曲线	224

解答题专项复习	228
函数	228
三角函数	234
解析几何	239
数学常见易错题剖析举例	245
集合与逻辑用语	245
不等式	245
函数	247
三角函数	249
数列及排列组合	250
平面解析几何	251
数学公式复习	254
函数	254
对数	254
三角函数	254
排列组合(数集)	255
解析几何	256
二次曲线	257
附录 重庆市高职分类考试的数学考试说明	259

第一部分 章节复习

第一章 集合与逻辑用语

本章高考命题情况分析：

考试内容	考点呈现	题型	分值
集合	①理解元素、集合、子集、真子集、空集等概念； ②会求集合的交集、并集和补集	选择题(求交、并或补集；元素、集合符号的应用)	7分
充要条件	判断命题的充要条件	选择题(充分、必要条件判定)	7分
本章高考命题实际总分		1个选择题共计7分	

集合部分

考纲内容：集合的表示方法、集合之间的关系、集合的运算.

考纲要求：了解集合元素的性质、空集与全集的意义；掌握集合的表示方法；理解子集、真子集和集合相等的概念；掌握交集、并集和补集的运算.

第一节 集合的概念、表示法与集合之间的关系

考点剖析：了解集合的有关概念，理解集合中元素的特性；掌握元素与集合的关系、空集的概念；理解常见的数集及其表示，理解子集、真子集、补集的概念，掌握集合与集合的关系.

知识小结

1. 集合的概念

(1) 集合：把一定范围内确定对象的全体称为集合，简称集，一般用大写英文字母 A, B, C, \dots 表示.

(2)元素:集合中的每个对象称为这个集合的元素,一般用小写英文字母 a, b, c, \dots 表示.元素的重要特性:确定性,互异性,无序性.

2.集合的表示方法

(1)列举法:把集合的元素一一列举出来,写在大括号里,如 $\{0, 1, 2\}$.

(2)描述法: $\{x | p(x)\}$, 其中 $p(x)$ 表示元素 x 具有的条件或属性,如 $\{x | x > 1, x \in \mathbf{N}\}$.

3.常见的集合

(1)自然数集:由所有非负整数组成的集合,记作 \mathbf{N} , $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

(2)正整数集:由全体非零自然数组成的集合,记作 \mathbf{N}^* 或 \mathbf{Z}^+ , $\mathbf{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$.

(3)整数集:由全体整数组成的集合,记作 \mathbf{Z} , $\mathbf{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.

(4)有理数集:由全体有理数组成的集合,记作 \mathbf{Q} .

(5)实数集:由全体实数组成的集合,记作 \mathbf{R} .

(6)偶数集:由所有偶数组成的集合,表示为 $\{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$.

(7)奇数集:由所有奇数组成的集合,表示为 $\{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$.

(8)无限集:含有无穷个元素的集合,上述集合都是无限集.

(9)有限集:含有有限个元素的集合,如 2016 届通信技术高考班的 46 个同学组成的集合.

(10)空集:把不含任何元素的集合称为空集,记作 \emptyset , 空集中的元素为 0 个.注意: $0 \in \{0\}$, $0 \notin \emptyset$.

4.元素与集合的关系

(1)属于关系:若元素 a 是集合 A 的元素,记作 $a \in A$, 读作“ a 属于 A ”,如 $0 \in \{0\}$.

(2)不属于关系:若元素 a 不是集合 A 的元素,记作 $a \notin A$, 读作“ a 不属于 A ”,如 $0 \notin \{1\}$.

5.集合与集合的关系

(1)子集:对两个集合 A, B , 如果集合 A 中的每一个元素都是集合 B 中的元素,称集合 A 是集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$), 读作“ A 包含于 B ” (或“ B 包含 A ”).

(2)真子集:若集合 A 是集合 B 的子集,且 B 中至少有一个元素不属于 A , 称集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A \subset B$ (或 $B \supset A$), 读作“ A 真包含于 B ” (或“ B 真包含 A ”), A 中元素个数少于 B 中元素个数.

(3)集合相等:若集合 A 与集合 B 的元素完全相同,则称集合 A 与集合 B 相等,记作 $A = B$.

注:集合 A 既不是集合 B 的子集且集合 B 也不是集合 A 的子集.记作 $A \not\subseteq B$, 或 $B \not\subseteq A$, 读作“ A 不包含于 B ” (或“ B 不包含于 A ”).

6.空集与任意集合的关系

(1)空集是任何集合的子集,空集是任何非空集合的真子集.

(2)任何集合都是它本身的子集.

典型例题

【题型 1】集合的表示法

例 已知集合 $A = \{\text{不大于 } 6 \text{ 的自然数}\}$, 用描述法表示 $A =$ _____, 用列举法表示 $A =$ _____; 大于 3 小于 8 的整数构成的集合 B , 用描述法表示 $B =$ _____; 用列举法表示 $B =$ _____.

解: $\{x | x \leq 6, \text{且 } x \in \mathbf{N}\}, \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{x | 3 < x < 8, x \in \mathbf{Z}\}, \{4, 5, 6, 7\}$.

赢在起点

1. 设大于 10 小于 20 的所有整数组成的集合, 用列举法表示是 _____, 用描述法表示是 _____.

2. 大于 -3 且小于 7 的整数组成的集合, 用列举法表示是 _____, 用描述法表示是 _____.

【题型 2】符号的正确应用

例 (1) 设集合 $A = \{m | m > 3\sqrt{3}\}$, $x = 2\sqrt{5}$, 则下列关系中正确的是().

A. $x \subset A$ B. $x \notin A$ C. $\{x\} \in A$ D. $\{x\} \subset A$

(2) 集合 $A = \{x | -2 < x \leq 3, x \in \mathbf{N}\}$, $b = \{1, 2, 3\}$, 则下列关系正确的是().

A. $A = B$ B. $B \in A$ C. $B \subset A$ D. $B \supset A$

解: (1) B, (2) C.

赢在起点

1. 用符号 \in 、 \notin 、 \subseteq 、 \supseteq 、 $=$ 、 \subsetneq 填入以下空格.

1 _____ \mathbf{R} ; 1 _____ $\{0\}$; 0 _____ \mathbf{N} ; $\sqrt{3}$ _____ \mathbf{N} ; a _____ $\{a, c\}$; $\{b\}$ _____ $\{a, b, c\}$; 0 _____ \emptyset ; \emptyset _____ $\{0\}$; $\{a, c\}$ _____ \emptyset ; $(1, 2)$ _____ $\{(1, 2)\}$; $\{1, 2\}$ _____ $\{(1, 2)\}$.

2. 若 $A = \{\text{长方形}\}$, $B = \{\text{平行四边形}\}$, 则 A 与 B 的关系是 _____.

3. 若 $A = \mathbf{Z}$, $B = \mathbf{N}$, 则 A 与 B 的关系是 _____.

【题型 3】求集合的子集与真子集

例 1 求集合 $\{a, b\}$ 的子集和真子集.

解: 集合 $\{a, b\}$ 的子集有: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$; 真子集有: $\emptyset, \{a\}, \{b\}$.

例 2 若集合 $\{0, 2, 4\} \subseteq A \subseteq \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 求满足该条件的集合 A .

解: $A = \{0, 2, 4\}$ 或 $\{0, 2, 4, 3\}$ 或 $\{0, 2, 4, 1\}$ 或 $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.

【锦囊妙计】若集合 A 中有 n 个元素, 则 A 的子集共有 2^n 个, A 的真子集共有 $2^n - 1$ 个. 特别提醒: 求某集合的子集和真子集时, 注意考虑空集和集合本身.

赢在起点

- 集合 $\{a, b, c\}$ 的子集是_____，真子集是_____.
- 若集合 $\{1\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3\}$ ，则满足该条件的集合 A 是_____.

【题型4】元素、集合定义的应用

例1 设集合 $A = \{x, y\}$, $B = \{0, x^2\}$ 若 $A = B$, 求实数 x, y .

解: 因为 $A = B$, 则 $x = 0$ 或 $y = 0$.

- 当 $x = 0$ 时, 则 $y = x^2 = 0$, 所以 $B = \{0, 0\}$, 不符合题意, 故舍去.
 - 当 $y = 0$ 时, 则 $x = x^2$, 解得 $x = 0$ 或 $x = 1$, 由(1)知 $x = 0$ 应舍去, 而 $x = 1$ 符合题意.
- 综上得 $x = 1, y = 0$.

例2 (2016年高考试题) 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cup B$ 中的元素个数为().


- A.2 B.3 C.4 D.5

解: C.

【锦囊妙计】集合相等的问题通常是利用集合中元素的确定性和互异性建立方程(组)求解, 然后检验取解.

赢在起点

- 集合 $A = \{x \mid -2 < x \leq 3, x \in \mathbf{N}\}$, 则下列哪个集合与它相同? ()
 A. $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$
 C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
- 已知集合 $A = \{m+2, 2m^2+m\}$, 若 $3 \in A$, 则 m 的值是_____.
- 集合 $A = \{x, y\}$ 的非空真子集有_____.

 基础练习

一、填空题

1. 用符号 \in 、 \notin 、 \subseteq 、 $\not\subseteq$ 、 $=$ 、 \neq 填入以下空格.
- 0 _____ $\{0\}$; (2) 0 _____ \mathbf{N} ; (3) a _____ $\{b, c\}$; (4) $\sqrt{2}$ _____ \emptyset ;
 - 0 _____ \emptyset ; (6) $\{a\}$ _____ $\{a, b, c\}$; (7) \emptyset _____ $\{0\}$; (8) $\{1, 2\}$ _____ \emptyset ;
 - $\{1, 2, 3, 4\}$ _____ $\{4, 3, 1, 2\}$; (10) $\{1, 2\}$ _____ $\{(1, 2)\}$; (11) -1 _____ \mathbf{N} ;
 - $\frac{1}{2}$ _____ \mathbf{R} ; (13) a _____ \emptyset ; (14) $\{-1, 0, 1\}$ _____ $\{0, 1\}$;
 - $(1, 2)$ _____ $\{(1, 2), (-1, -2)\}$; (16) $\{0\}$ _____ $\{-2, 0, 2\}$; (17) 5 _____ \mathbf{Z} ;
 - $\{1, 3\}$ _____ $\{3, 1\}$; (19) $\{b, a, c\}$ _____ $\{b, c, e, f\}$; (20) \emptyset _____ $\{0, 1, 2\}$.
2. 小于2的实数集可用描述法表示为_____.
3. 平方等于16的实数可用列举法表示为_____.

4. 大于-2 而小于 4 的整数集用列举法表示为 _____, 用描述法表示为 _____.

5. 用另一种方法表示下列集合:

(1) $\{x \mid x^2 = 9\} =$ _____ ; (2) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} =$ _____.

6. 集合 $\{1, 2\}$ 的子集有 _____, 其中真子集有 _____.

二、选择题

1. 下列关系错误的是().

- A. $\emptyset \subsetneq \{0\}$ B. $0 \in \{0\}$ C. $0 \in \emptyset$ D. $0 \notin \emptyset$

2. 下列说法正确的是().

- A. 不胖不瘦的人能组成集合
 B. 空集是任何集合的真子集
 C. 由单词 good 的字母构成的集合是 $\{g, o, o, d\}$
 D. 所有等腰三角形能组成集合

3. 下列能组成集合的有().

- (1) 高三年级高个子男生 (2) 重庆已开通的 5 条轻轨线路
 (3) 2016 年亚冠足球比赛的所有参赛球队 (4) 大于 0 的实数
 A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个



提高练习

一、填空题

1. 用符号 $\in, \notin, \subsetneq, \supsetneq, \not\subset$ 填入空格.

1 _____ $\{1\}$, 0 _____ \emptyset , \emptyset _____ $\{0\}$, $(0, 1)$ _____ $\{(0, 1)\}$, \mathbf{N} _____ \emptyset ,

Q _____ \mathbf{N} , **Z** _____ **R**.

2. 集合 $\{a, b, c\}$ 的子集有 _____ 个, 真子集有 _____ 个.

3. 集合 $\{(x, y) \mid |x-y-2| + (x+y-4)^2 = 0\} =$ _____.

4. $\left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x-y=-2 \\ x+y=4 \end{cases} \right\} =$ _____.

二、选择题

1. 下列各组集合中相等的是().

- A. $\{x \mid x^2 = -1\}$ 与 \emptyset B. $\{1, 4\}$ 与 $\{(1, 4)\}$
 C. $\{(1, 5)\}$ 与 $\{(5, 1)\}$ D. $\{x \mid 1 < x < 6\}$ 与 $\{2, 3, 4, 5\}$

2. 下列集合中, $M=N$ 的是().

- A. $M = \{(2, 1)\}$, $N = \{(1, 2)\}$ B. $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 1\}$
 C. $M = \{0\}$, $N = \emptyset$ D. $M = \{(1, 2)\}$, $N = \{1, 2\}$

3. 下列表述正确的是().

- A. $0 \in \emptyset$ B. $0 \notin \{0\}$ C. $\emptyset = 0$ D. $\emptyset \subseteq \{0\}$

拓展练习

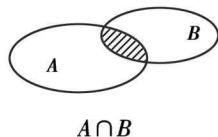
1. 设集合 $A = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $B = \{|a + 3|, 2\}$, 已知 $5 \in A$, 且 $5 \notin B$, 求 a 的值.
2. 已知集合 $A = \{-1, 3, 2m - 1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$, 且 $B \subseteq A$, 求 m 的值.
3. 集合 $A = \{x \mid m < x < n\}$, 集合 $B = \{x \mid |2x + 3| < 1\}$, 若集合 A 与集合 B 相等, 求 m, n 的值.

第二节 集合的运算

考点剖析:理解和掌握交集、并集、补集的定义;了解全集的定义,能正确求两个集合的交集、并集以及集合的补集.

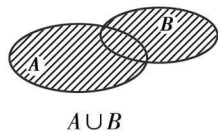
知识小结

1. 交集:由既属于集合 A 又属于集合 B 的元素组成的集合称为 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$ (如右图阴影部分),即 $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.其主要性质有:



- (1) $A \cap B = B \cap A$; (2) $A \cap A = A$; (3) $A \cap \emptyset = \emptyset$.

2. 并集:由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合称为 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$ (如右图阴影部分),即 $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$,其主要性质有:

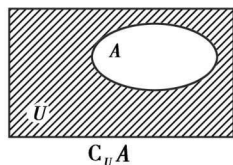


- (1) $A \cup B = B \cup A$; (2) $A \cup A = A$;
(3) $A \cup \emptyset = A$.

注:若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A, A \cup B = B$.

3. 全集:一般地,如果一个集合含有我们研究问题中涉及的所有元素,那么就称这个集合为全集,通常记为 U 或 I .

4. 补集:设 U 是全集,且 $A \subseteq U$,由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合,称为集合 A 在 U 中的补集(如右图阴影部分),记作 $C_U A$,即 $C_U A = \{x \mid x \in U, \text{ 且 } x \notin A\}$,其主要性质有:



- (1) $A \cap C_U A = \emptyset$; (2) $A \cup C_U A = U$; (3) $C_U(C_U A) = A$.

典型例题

【题型1】求交集

例1 (1) 已知集合 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $M \cap N =$ ().

- A. $\{0, 2, 5\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{2, 5\}$ D. $\{2, 3, 4, 5\}$

(2) 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \leq 3, x \in \mathbf{N}\}$, 求 $A \cap B$.

- A. $\{1, 4\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{9, 16\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

解: (1) B; (2) D.

例2 已知集合 $A = \{x \mid 3 \leq x < 7\}$, $B = \{x \mid 2 < x < 10\}$, 求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{x \mid 3 \leq x < 7 \text{ 且 } 2 < x < 10\} = \{x \mid 3 \leq x < 7\}$.

赢在起点

1. 若集合 $A = \{a, b, d\}$, 集合 $B = \{b, c, d, e\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
2. 若集合 $A = \{x \mid 2 \leq x < 4\}$, 集合 $B = \{x \mid x \geq 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
3. 若集合 $A = \{(x, y) \mid 2x - y = 3\}$, 集合 $B = \{(x, y) \mid x + y = 9\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

【题型2】求并集

例1 (1) 设集合 $A = \{-1, 2\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cup B =$ ().

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 2\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

(2) 设集合 $A = \{x \mid -5 \leq x < 1\}$, $B = \{x \mid x \leq 2\}$, 则 $A \cup B =$ ().

- A. $\{x \mid -5 \leq x < 1\}$ B. $\{x \mid -5 \leq x \leq 2\}$ C. $\{x \mid x < 1\}$ D. $\{x \mid x \leq 2\}$

解: (1) C; (2) D.

例2 已知集合 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid 1 < x < 3\}$, 求 $A \cup B$.

解: $A \cup B = \{x \mid -1 < x < 2 \text{ 或 } 1 < x < 3\} = \{x \mid -1 < x < 3\}$.

赢在起点

1. 已知集合 $A = \{4, 5, 6, 8\}$, $B = \{3, 5, 7, 8\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
2. 已知集合 $A = \{x \mid -7 < x < 2\}$, $B = \{x \mid -1 < x < 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
3. 已知集合 $A = \{x \mid -5 < x < 1\}$, $B = \{x \mid x > -2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

【题型3】求补集

例1 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 3\}$, 则 $C_U A =$ ().

- A. \emptyset B. $\{2, 4\}$ C. $\{0, 1, 3\}$ D. $\{0, 2, 4\}$

解: D.

例2 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x + 1 < 0\}$, 求 $C_U A$.

解: $C_U A = \{x \mid x \geq -1\}$.

例3 已知全集 $U = \{x \mid x \text{ 是小于 } 9 \text{ 的正整数}\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 求 $C_U A$.

解: 根据题意可知, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 所以 $C_U A = \{4, 5, 6, 7, 8\}$.

赢在起点

1. 设全集 $U = \{-1, 2, 3, 4\}$, $A = \{2, 3\}$, 则 $C_U A =$ _____.

2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x < 3\}$, 则 $C_U A =$ _____.

【题型 4】交集、并集、补集的综合应用

例 1 设全集 $U = \{x \mid x \in \mathbf{N}^* \text{ 且 } x \leq 7\}$, 集合 $A = \{2, 4, 7\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cap C_U B =$ _____;

解: $A \cap C_U B = \{4, 7\}$.

例 2 已知 $A = \{(x, y) \mid 2x + 3y = 8\}$, $B = \{(x, y) \mid 3x - 2y = -1\}$, 求 $A \cap B$.

解: 由题意得 $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$, 解之得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$,

所以 $A \cap B = \{(1, 2)\}$.

特别强调: $\{1, 2\}$ 、 $\{(1, 2)\}$ 、 $\{(2, 1)\}$ 是 3 个不同的集合, 上述结果也可表示为 $A \cap B = \{(x, y) \mid x = 1, y = 2\}$.

例 3 设集合 $A = \{x^2, 2x - 1, -4\}$, $B = \{x - 5, 1 - x, 9\}$, 若 $A \cap B = \{9\}$, 求 $A \cup B$.

解: 因为 $9 \in A \cap B$, 因此 $x^2 = 9$ 或 $2x - 1 = 9$, 解得 $x = \pm 3$ 或 $x = 5$;

(1) 当 $x = 3$ 时, $A = \{9, 5, -4\}$, $B = \{-2, -2, 9\}$, 故 $x = 3$ 应舍去;

(2) 当 $x = -3$ 时, $A = \{9, -7, -4\}$, $B = \{-8, 4, 9\}$, $A \cap B = \{9\}$ 满足题意, 所以当 $x = -3$, 此时 $A \cup B = \{-8, -7, -4, 4, 9\}$;

(3) 当 $x = 5$ 时, $A = \{25, 9, -4\}$, $B = \{0, -4, 9\}$, 此时 $A \cap B = \{-4, 9\}$, 这与 $A \cap B = \{9\}$ 矛盾, 故 $x = 5$ 应舍去.

综上得 $x = -3$, 且 $A \cup B = \{-8, -7, -4, 4, 9\}$.

赢在起点

1. 设集合 $A = \{x \mid 2 \leq x < 4\}$, $B = \{x \mid 3x - 7 \geq 8 - 2x\}$, 则 $A \cup B =$ _____, $A \cap B =$ _____.

2. 已知 $A = \{(x, y) \mid x + 3y = 7\}$, $B = \{(x, y) \mid x - y = -1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

基础练习

一、填空题

1. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

2. 设集合 $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

3. 已知集合 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, $N = \{5, 6\}$, 则 $M \cap N =$ _____, $M \cup N =$ _____.

4. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

5. 已知集合 $M = \{a, b, c\}$, $N = \{b, c, d, f\}$, 则 $M \cup N =$ _____.

6. 设集合 $A = \{\text{自然数}\}$, $B = \{x \mid -2016 \leq x < 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

7. 已知集合 $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x \mid x > 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.

8. 设集合 $A = \{(x, y) \mid 2x - y = 3\}$, $B = \{(x, y) \mid 2x + y = 5\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

二、选择题

- (2013 年高考题) 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cup B =$ ().
 A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- 已知集合 $A = \{2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A. $\{2, 3\}$ B. $\{3\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{2, 3, 4\}$
- 已知集合 $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A. $\{a, b\}$ B. $\{b, c\}$ C. $\{b\}$ D. $\{a, b, c\}$
- 已知集合 $M = \{a, b\}$, $N = \{b, c, d\}$, 则 $M \cup N =$ ().
 A. $\{b\}$ B. $\{a, c, d\}$ C. $\{a, b, c\}$ D. $\{a, b, c, d\}$
- 已知集合 $M = \{2, 3, 4\}$, $N = \{2, 4, 6, 8\}$, 则 $M \cap N =$ ().
 A. $\{2\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{2, 3, 4, 6, 8\}$ D. $\{3, 6, 8\}$
- 设集合 $M = \{x \mid x \geq -5\}$, $N = \{x \mid x < 5\}$, 则 $M \cap N =$ ().
 A. \mathbf{R} B. \emptyset C. $\{x \mid -5 \leq x \leq 5\}$ D. $\{x \mid -5 \leq x < 5\}$
- 设集合 $A = \{x \mid -3 < x < 2\}$, $B = \{x \mid 1 < x < 4\}$, 则 $A \cup B =$ ().
 A. $\{x \mid 1 < x < 2\}$ B. $\{x \mid -3 < x < 4\}$ C. $\{x \mid -3 < x < 1\}$ D. $\{x \mid 2 < x < 4\}$

提高练习

一、填空题

- 已知全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $A = \{a, b, d\}$, $B = \{a, c\}$, 那么 $C_U(A \cap B) =$ _____.
- 已知集合 $A = \{x \mid x \leq -2\}$, $B = \{x \mid x \geq 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____, 那么 $A \cup B =$ _____.
- 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x + 2y = 5\}$, $B = \{(x, y) \mid 5x - 2y = 1\}$, 那么 $A \cap B =$ _____.
- 已知全集 $U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 2, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $C_U A =$ _____.
- 设全集 $U = \{n \mid n \in \mathbf{N}, \text{且 } n < 5\}$, $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $C_U(A \cup B) =$ _____.

二、选择题

- 设全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $A = \{a, b, d\}$, $B = \{b, d\}$, 则 $C_U A \cap C_U B =$ ().
 A. $\{c, e\}$ B. $\{b, c, d\}$ C. $\{b, d\}$ D. $\{a, b, d, e\}$
- 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $C_U A \cup C_U B =$ ().
 A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
- 设全集 $U = \{\text{不大于 } 7 \text{ 的正整数}\}$, 集合 $A = \{3, 4, 6\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $C_U(A \cap B) =$ ().
 A. $\{0, 1, 2, 5, 6, 7\}$ B. $\{1, 2, 5, 6\}$ C. $\{0, 1, 2, 5, 6\}$ D. $\{1, 2, 5, 6, 7\}$
- (2014 年高考题) 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A. $\{1\}$ B. $\{1, 3\}$ C. $\{2, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 5\}$
- (2015 年高考题) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, 则 $C_U A =$ ().
 A. \emptyset B. $\{2, 4\}$ C. $\{1, 3, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

三、解答题

- 已知集合 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{1, a^2 - a + 1\}$, 且 $A \cup B = A$, 求实数 a 的值.