



东博文化传媒  
DONGBO CULTURE MEDIA  
梦想·成就未来

双色升级版

浙江省高职（单考单招）招生考试复习丛书  
ZHEJIANGSHENG GAOZHI (DANKAO DANZHAO) ZHAOSHENG KAOSHI FUXI CONGSHU

# 高职考

# 数学

总复习

（下册）

主编 陈建忠



电子科技大学出版社



东博文化传媒  
DONGBO CULTURE MEDIA  
梦想·成就未来

双色升级版

浙江省高职（单考单招）招生考试复习丛书  
ZHEJIANGSHENG GAOZHI (DANKAO DANZHAO) ZHAOSHENG KAOSHI FUXI CONGSHU

# 高职考

# 数学

总复习

（下册）

主 编 陈建忠

副主编 乔先锋 翁海滨

编 委 (按姓氏笔画)

王 娟 冯 丹 乔先锋 张 红

陈建忠 何建松 沈益苹 赵水君

夏 群 翁海滨 倪家健 程丽华

傅钦志 楼 莺



电子科技大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高职考数学总复习. 下册 / 陈建忠主编. -- 成都:  
电子科技大学出版社, 2017.5  
ISBN 978-7-5647-4497-7

I. ①高… II. ①陈… III. ①数学课 - 高等职业教育  
- 入学考试 - 自学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第109468号

## 浙江省高职 (单考单招) 招生考试复习丛书 高职考数学总复习 (下册)

GAOZHUKAO SHUXUE ZONGFUXI (XIACE)

主编 陈建忠

---

出 版: 电子科技大学出版社 (成都市一环路东一段159号电子信息产业大厦 邮编: 610051)  
策划编辑: 吴艳玲  
责任编辑: 吴艳玲  
主 页: [www.uestcp.com.cn](http://www.uestcp.com.cn)  
电子邮箱: [uestcp@uestcp.com.cn](mailto:uestcp@uestcp.com.cn)  
发 行: 新华书店经销  
印 刷: 安徽宣城海峰印刷包装有限公司  
成品尺寸: 210mm × 297mm 印张: 13.5 字数: 420 千字  
版 次: 2017 年 5 月第一版  
印 次: 2017 年 5 月第一次印刷  
书 号: ISBN 978-7-5647-4497-7  
定 价: 42.00 元

---

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 本社发行部电话: 028-83202463; 本社邮购电话: 028-83201495
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。

随着职业教育的大力发展,高等职业教育日益成为广大职业教育者研究的重要课题。高等职业教育,以其求实的培养目标,为社会输送了大批既有理论知识又有实践技能的实用型人才,因而越来越受到人们的关注与尊重。

浙江省从上世纪90年代中期起就实施了以中等职业学校为主要对象的高等职业技术教育招生考试工作(以下简称“高职考”),而且报名人数逐年增加。但是,对于参加这类考试的考生服务体系和复习资料的提供相对薄弱。

为了帮助参加浙江省高等职业技术教育招生考试的广大考生全面、系统、快速、高效地复习备考,我们邀请了一批浙江省资深教研员及国家级重点职业学校的骨干教师,为“高职考系列丛书”的高质量出版认真研讨、出谋划策。这些骨干教师长期致力于高职考命题、考试大纲的研究,具有丰富的高等职业技术教育招生考试(单考单招)复习教学工作经验。

本丛书具有如下特点:

**编委阵容强大:**作者均系浙江省资深教研人员及国家级重点中等职业学校的一线骨干教师,具有丰富的高职考复习教学经验,并长年研究浙江省高职招生考试命题方向。

**编写体系成熟:**严格按照最新浙江省高职招生考试说明进行编写,分析了近几年的高职招生考试试卷,并且根据新的考试方向进行高职考试题预测。为提高本套丛书质量,特聘请资深专家严格把关。

**编写内容齐全:**内容涵盖了最新浙江省高职招生考试说明中要求掌握的内容,题型、题量及分值分布合理,具有很强的导向性。

由此可见,本丛书具备很强的指导性,是浙江省高职(单考单招)招生考试复习必备指导用书。

《高职考数学总复习》分为上、下两册,依据最新的高职考试大纲和教材内容进行编写。本书的编写以章节为脉络,以考点相串联,全面覆盖考试所需重难点知识。每章设有“考点解读”和“思维导图”板块,对整章知识进行数据化分析、创新性总结,既方便教师统筹教学,又利于学生自主学习;每个考点的板块设置充分考虑到了学生的学习特点及记忆规律,以“知识要点”为起点,通过“基础过关”“典例剖析”和“回顾反思”三个环节,层层递进,使学生对考点知识有全面立体的了解和掌握,最后通过“目标检测”中难易适中、设置合理的习题加以实践。

《高职考数学同步综合检测卷》配套《高职考数学总复习》使用,包括“考点精题训练”“章综合测试卷”和“模拟试卷”三部分,由点到面,逐步提升。为避免复习时间跨度较长导致学生遗忘前面知识,编者在“章综合测试卷”中加入了阶段性测试卷,每复习完一章知识便将前几章内容一并温习一遍,以不断加强记忆,夯实基础。

本书由慈溪职成教教研室陈建忠任主编，参与编写的都是长期从事职业教育教学与研究的一线数学教师。具体分工如下：第一章由衢州中专傅钦志编写，第二章由临平职高沈益苹编写，第三章由德清职业中专张红编写，第四章由长兴职教中心王娟编写，第五章、第七章由鄞州职教中心楼莺编写，第六章由平湖职业中专翁海滨、倪家健、冯丹编写，第八章由鄞州职高乔先锋、诸暨技师学院赵水君编写，第九章由萧山一职何建松编写，第十章由海盐县理工学校夏群、海盐县商贸学校程丽华编写；上述老师还同时编写了配套同步综合检测卷的相应内容。全书由陈建忠统稿。本书在编写过程中，得到了各地市职教教研单位及专家的大力支持，杭州市职业技术教育研究室谢幼平给予了悉心指导。在此一并表示感谢！

由于时间仓促，书中错漏和不妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正，以利于改进和提高。

### 第八章 三角函数

考点 28	角和三角函数的概念 .....	3
考点 29	同角三角函数的基本关系式 .....	8
考点 30	诱导公式 .....	14
考点 31	两角和与差的正弦、余弦、正切 .....	20
考点 32	二倍角的正弦、余弦、正切 .....	26
考点 33	正弦函数的图象和性质 .....	31
考点 34	正弦型函数的图象和性质 .....	36
考点 35	正、余弦定理与解三角形 .....	41
考点 36	三角函数的综合应用 .....	47

### 第九章 立体几何

考点 37	平面的基本性质与空间直线 .....	55
考点 38	空间直线与平面 .....	60
考点 39	空间两个平面 .....	66
考点 40	多面体、旋转体及有关计算 .....	73

### 第十章 平面解析几何

考点 41	直线的倾斜角与斜率 .....	82
考点 42	直线方程 .....	87
考点 43	两直线的位置关系 .....	93
考点 44	中点坐标、距离 .....	98
考点 45	曲线与方程 .....	103
考点 46	圆的方程 .....	109

考点 47	直线与圆、圆与圆的位置关系 .....	114
考点 48	椭圆 .....	120
考点 49	双曲线 .....	127
考点 50	抛物线 .....	134
考点 51	直线与圆锥曲线 .....	139
考点 52	平面解析几何的综合问题 .....	145
<b>参考答案</b>	.....	<b>153</b>

## 第八章 三角函数

## · 考点解读 ·

考点	内容解读	浙江省五年高职考统计(分值)					常考题型
		2013	2014	2015	2016	2017	
三角函数的概念	①了解正角、负角、零角的概念,理解象限角和终边相同的角的概念 ②理解弧度的概念,会进行弧度与角度的换算 ③理解任意角的三角函数的概念,记住三角函数在各象限的符号和特殊角的三角函数值	7	4	2	2	2	选择题 填空题
两个基本关系式与诱导公式	①掌握同角三角函数两个基本关系式、诱导公式,会运用它们进行运算、化简 ②会根据已知三角函数值求角( $0\sim 2\pi$ 内特殊角)	2		2	3	4	选择题 填空题
三角基本公式	掌握两角和、两角差公式,以及二倍角的正弦、余弦、正切公式,会用它们进行运算、化简	11	10	5	5	4	填空题 解答题
三角函数的图象与性质	①掌握正弦函数的图象和性质,会用正弦函数的性质(定义域、值域、周期性和单调性)解决有关问题 ②理解函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象、性质,会求函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的周期、最大值和最小值	2	5	6	5	6	选择题 填空题 解答题
解三角形	掌握正弦定理、余弦定理,会用它们解斜三角形及简单应用题,会根据三角形两边及其夹角求三角形的面积	10	6	9	9	13	填空题 解答题

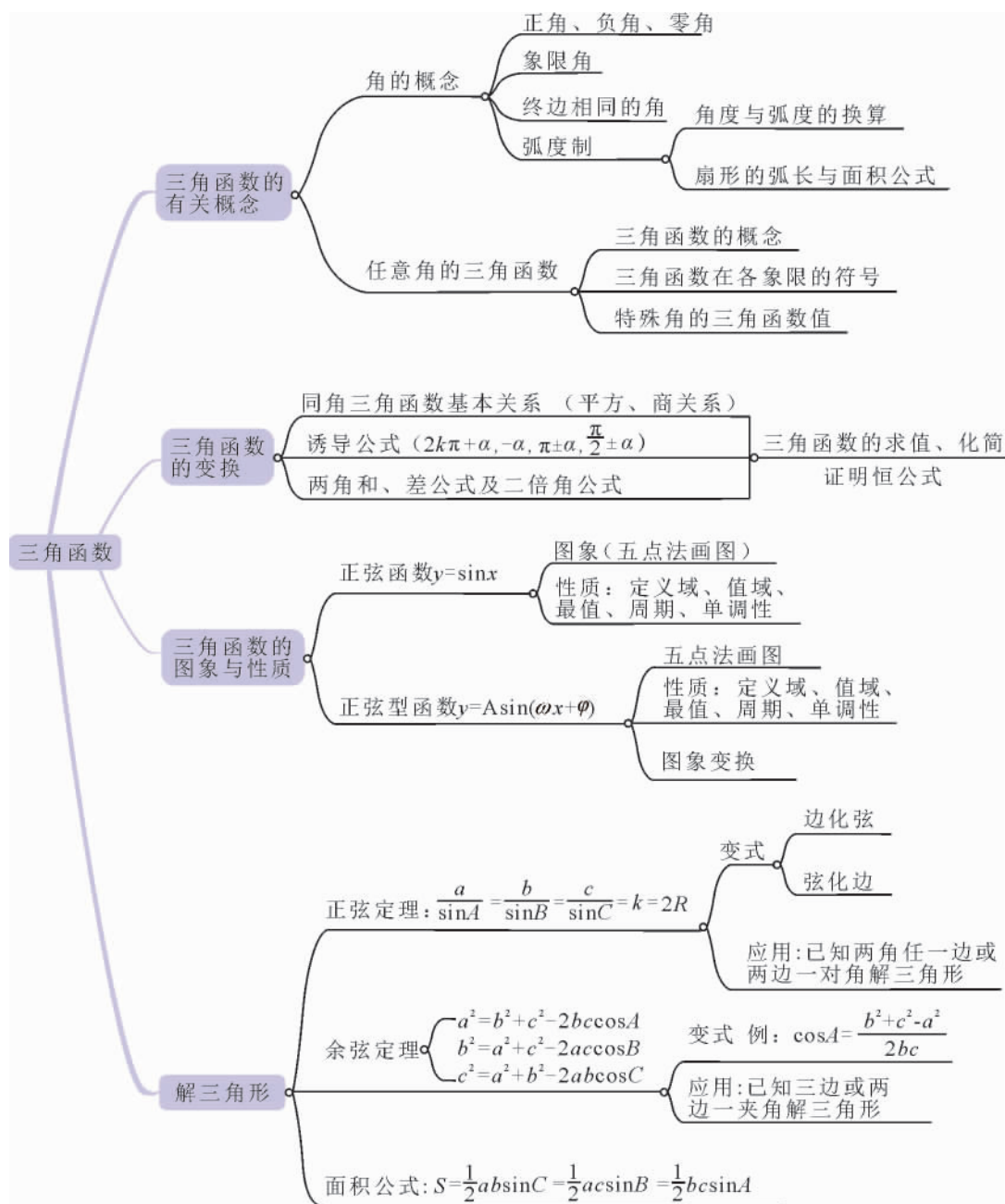
## 分析解读

三角函数在高职考中占有较大的比重,试题的难度一般以中、低档题为主,主要考查以下几方面.

1. 三角函数定义的理解,三角函数值符号判断.
2. 同角三角函数的关系与诱导公式用于化简或求值.
3. 三角恒等变换的考查集中在两类:一类是单独考查,以选择题和填空题为主;另一类是作为解决三角函数问题的工具,结合三角函数的图象与性质及解三角形进行考查.
4. 三角函数的最值(值域)、单调性、周期等性质以及图象的变化规律.
5. 利用正弦定理、余弦定理及其变式或推论的内容求解边或角.
6. 以解三角形为背景的应用问题是高职考命题的趋势,突出生产生活中的实际运用.
7. 三角函数的考查,综合性越来越强,能力要求逐年提高.

**爱神的烦恼** 爱神爱罗斯正在发愁,女神基朴里达问其根由:“你为什么烦恼?我亲爱的朋友!”“我在黑里康山采回仙果,路遇缪斯诸神嬉戏抢夺,攸忒皮攫十二分之一,克力奥拿走五分之一,退里亚取了八分之一,二十分之一属于了麦逢麦尼,四分之一被忒普息科里抢走,七分之一到了厄拉托之手,坡力欣尼亚拿的最少,也还有三十个仙果进口.攸累尼亚占了一百二十个,卡来奥皮更有三百个之多,我回家时几乎双手空空,唯有缪斯们留给我的五十个仙果.”爱罗斯当初采摘,共有仙果几颗?





**计算桌子的成本** 何先生在商店买了 80 张桌子,每件定价 100 元,可是他觉得太贵了,便对商店经理说:“如果你肯减价,每减 1 元,我就多订购 4 张桌子。”经理算了下,如果减价 5%,由于何先生多订购,仍可获得与原来一样多的利润,请你算出每张桌子的成本。

## 考点28 角和三角函数的概念

## 知识要点

## 1. 角的有关概念

## (1) 任意角的概念

角可以看成是一条射线,绕着\_\_\_\_\_旋转而成的图形,开始位置的射线叫作\_\_\_\_\_,终止位置的射线叫作\_\_\_\_\_,射线的端点叫作\_\_\_\_\_.

## (2) 正角、负角、零角

按逆时针方向旋转形成的角为\_\_\_\_\_角;按顺时针方向旋转形成的角为\_\_\_\_\_角;没有旋转的角为\_\_\_\_\_角.

## (3) 象限角与轴上角

如果角的顶点与\_\_\_\_\_重合,角的始边与\_\_\_\_\_重合,那么角的终边落在第几象限,就说这个角是\_\_\_\_\_角.如果角的终边在坐标轴上,这样的角叫作\_\_\_\_\_角,不属于任何象限.

## (4) 终边相同的角

若角  $\alpha$  为任意角,则与角  $\alpha$  终边相同的角连同角  $\alpha$  在内,可以表示成\_\_\_\_\_ ( $k \in \mathbf{Z}$ ).

## (5) 角的度量

① 角度制:圆周的  $\frac{1}{360}$  所对的圆心角叫作 1 度的角,记作\_\_\_\_\_;

② 弧度制:弧长等于\_\_\_\_\_的圆弧所对的圆心角叫作 1 弧度的角.用“弧度”作为单位来度量角的单位制,叫\_\_\_\_\_,它的单位符号是\_\_\_\_\_,读作\_\_\_\_\_;

③ 角度与弧度之间的互换:  $1^\circ =$ \_\_\_\_\_ rad;  $1 \text{ rad} =$ \_\_\_\_\_.

## 2. 任意角的三角函数

(1) 设角  $\alpha$  为任意角,  $P(x, y)$  是角  $\alpha$  终边上除端点外的任一点,设点  $P$  与原点的距离为  $r$ ,那么角  $\alpha$  的三个三角函数的定义如下:

$\sin\alpha =$ \_\_\_\_\_,  $\cos\alpha =$ \_\_\_\_\_,  $\tan\alpha =$ \_\_\_\_\_;

(2) 任意角  $\alpha$  的三角函数在各象限的符号,见下表:

$\alpha$	第一象限	第二象限	第三象限	第四象限
$\sin\alpha$				
$\cos\alpha$				
$\tan\alpha$				

(3) 特殊角的三角函数值,见下表:

$\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$\sin\alpha$						
$\cos\alpha$						
$\tan\alpha$						

3. 扇形的弧长公式:  $l = |\alpha|r$ , 面积公式:  $S = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2}|\alpha|r^2$ .

**童鞋店的损失** 一天,有个年轻人来到小米步童鞋店里买了一双鞋子.这双鞋子成本是 15 元,标价是 21 元.结果是这个年轻人掏出 50 元要买这双鞋子.小米步童鞋店当时没有零钱,用那 50 元向街坊换了 50 元的零钱,找给年轻人 29 元.但是街坊后来发现那 50 元是假钞,小米步童鞋店无奈之下,还了街坊 50 元.现在问题是:小米步童鞋店在这次交易中到底损失了多少钱?

## 基础过关

- 下列说法正确的是 ( )  
 A. 大于  $90^\circ$  的角是钝角  
 B. 第一象限角为锐角  
 C.  $980^\circ$  为第一象限角  
 D.  $-120^\circ$  为第三象限角
- 若将分针拨快 20 分钟, 则分针转过的弧度数应为 ( )  
 A.  $\frac{\pi}{3}$   
 B.  $-\frac{\pi}{3}$   
 C.  $\frac{2}{3}\pi$   
 D.  $-\frac{2}{3}\pi$
- 若  $\sin\alpha < 0, \tan\alpha > 0$ , 则角  $\alpha$  是 ( )  
 A. 第一象限角  
 B. 第二象限角  
 C. 第三象限角  
 D. 第四象限角
- 若角  $\alpha$  的终边上有一点  $P(-3, 4)$ , 则  $\sin\alpha + \cos\alpha =$  \_\_\_\_\_.
- 求值:  $\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2} + \frac{9}{2}\cos\frac{3}{2}\pi - \sqrt{3}\tan\pi + \cos\frac{\pi}{3} =$  \_\_\_\_\_.
- 半径为 2 cm 的圆中,  $\frac{\pi}{6}$  的圆心角所对的弧长是 \_\_\_\_\_.

## 典例剖析

- 【例 1】** 下列各角与  $320^\circ$  角终边相同的是 ( )  
 A.  $45^\circ$   
 B.  $-400^\circ$   
 C.  $-50^\circ$   
 D.  $920^\circ$

**【思路点拨】** 本题考查的是终边相同的角  $\beta = 320^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}$ .

- 【变式训练 1】** 下列各对角中, 终边相同的是 ( )

- A.  $\frac{3\pi}{2}$  和  $2k\pi - \frac{2\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$   
 B.  $-\frac{\pi}{5}$  和  $\frac{22\pi}{5}$   
 C.  $-\frac{7\pi}{9}$  和  $\frac{11\pi}{9}$   
 D.  $\frac{20\pi}{3}$  和  $\frac{122\pi}{9}$

**【关键点评】** 终边相同的角满足  $\beta = \alpha + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ .

- 【例 2】** 如果角  $\beta$  的终边过点  $P(-5, 12)$ , 则  $\sin\beta + \cos\beta + \tan\beta$  的值为 ( )

- A.  $\frac{47}{13}$   
 B.  $-\frac{121}{65}$   
 C.  $-\frac{47}{13}$   
 D.  $\frac{121}{65}$

**【思路点拨】** 本题考查的是三角函数的定义, 应明确题目的  $x, y, r$ .

- 【变式训练 2】** 已知角  $\alpha$  的终边过点  $P(3t, 4t) (t \neq 0)$ , 则  $\sin\alpha + \cos\alpha =$  \_\_\_\_\_.

**【关键点评】** 出现参数  $t$ , 要进行分类讨论, 从而确定  $x, y, r$ , 再根据定义计算.

- 【例 3】** 已知  $\sin\alpha < 0$  且  $\cos\alpha > 0$ , 则角  $\alpha$  的终边所在的象限为 ( )

- A. 第一象限  
 B. 第二象限  
 C. 第三象限  
 D. 第四象限

**【思路点拨】** 本题考查三角函数在各象限的符号.

- 【变式训练 3】** 判断  $\sin 1 \cos 2 \tan 3$  的符号: \_\_\_\_\_ (填“正”、“负”或“零”).

**【关键点评】** 确定 1, 2, 3 所表示角的象限, 明确三角函数在各象限的符号.

**翻动杯子的问题** 桌面上有 14 只杯子, 3 只杯口朝上, 现在每次翻动 4 只杯子 (把杯口朝上的翻为朝下, 把杯口朝下的翻为朝上). 问: 能否经过若干次翻动后, 把杯口都朝下? 若不能, 那么每次翻动 6 只能做到吗? 7 只呢?

**【例 4】** 已知角  $\alpha$  的终边是在函数  $y=2x(x>0)$  所表示的曲线上, 求  $\sin\alpha, \tan\alpha$  的值.

**【思路点拨】** 根据三角函数定义, 可在角  $\alpha$  的终边上取点. 由于  $x>0$ , 可取点  $P(1,2)$ , 根据三角函数定义即可求.

**【变式训练 4】** 已知角  $\alpha$  的终边在直线  $y=-\sqrt{3}x$  上, 求  $\sin\alpha, \cos\alpha, \tan\alpha$  的值.

**【关键点评】** 角  $\alpha$  的终边落在某直线上, 一般要分类讨论, 可通过终边所在象限或横坐标的正负进行讨论取点.

### 回顾反思

1. 与角  $\alpha$  终边相同的角可以表示为  $\beta=2k\pi+\alpha(k\in\mathbf{Z})$  的形式, 应注意: (1)  $\alpha$  是任意角; (2) 相等的角终边一定相同, 终边相同的角不一定相等; (3) 角度制与弧度制不能混用; (4) 可对参数  $k$  赋值进行计算讨论.

2. 定义法求三角函数值两种情况: (1) 已知角  $\alpha$  终边上一点  $P$  的坐标, 可直接通过三角函数定义运算; (2) 已知角  $\alpha$  的终边所在直线方程, 看是否对象限有限制条件. 若有, 可直接根据条件取点求值; 若没有, 要对象限进行分类讨论. 另外, 对于含参数问题要注意分类讨论.

### 目标检测

#### A. 基础训练

##### 一、选择题

- 在  $0^\circ\sim 360^\circ$  范围内, 与  $1050^\circ$  终边相同的角是 ( )  
A.  $330^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $210^\circ$                       D.  $300^\circ$
- 已知角  $\alpha=\frac{\pi}{4}$ , 将其终边按顺时针方向旋转 2 周得角  $\beta$ , 则  $\beta$  等于 ( )  
A.  $\frac{9\pi}{4}$                       B.  $\frac{17\pi}{4}$                       C.  $-\frac{15\pi}{4}$                       D.  $-\frac{17\pi}{4}$

**座次排位推理** 教室里, 老师正在安排新的座次, 汤姆、哈林、安娜、托尼、琳达和艾玛被分成一个小组, 6 个人坐成一竖列. 已知: 艾玛没有排在最后, 而且她和最后一个人之间还有两个人; 琳达不是最后一个人; 在汤姆的前面至少还有四个人, 但他没有坐在最后; 托尼没有坐在第一位, 但他前后至少都有两个人; 安娜没有坐在最前面, 也没有坐在最后. 请问: 他们 6 个人的座位是怎么安排的?

## 学习札记

3. 若  $\alpha$  是第二象限角, 则  $\alpha - 7\pi$  是 ( )  
 A. 第一象限角                      B. 第二象限角  
 C. 第三象限角                      D. 第四象限角
4. 已知角  $\beta$  终边上一点  $P(4, -3)$ , 则  $\cos\beta$  等于 ( )  
 A.  $-\frac{3}{5}$                       B.  $\frac{4}{5}$                       C.  $-\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{5}{4}$
5. 乘积  $\sin(-110^\circ) \cdot \cos 320^\circ \cdot \tan(-700^\circ)$  的最后结果为 ( )  
 A. 正数                      B. 负数                      C. 正数或负数                      D. 零
6. 若角  $\alpha$  和角  $\beta$  的终边关于  $x$  轴对称, 则角  $\alpha$  可以用角  $\beta$  表示为 ( )  
 A.  $2k\pi + \beta (k \in \mathbf{Z})$                       B.  $2k\pi - \beta (k \in \mathbf{Z})$   
 C.  $k\pi + \beta (k \in \mathbf{Z})$                       D.  $k\pi - \beta (k \in \mathbf{Z})$

## 二、填空题

7. 角度与弧度间转化:

(1)  $\frac{5}{12}\pi \text{ rad} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;                      (2)  $-495^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 终边在  $y$  轴上的所有角的集合是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 求值:  $\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{6} + 2016\cos\frac{3}{2}\pi + \sqrt{3}\tan\frac{\pi}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 若点  $P(-2\sin\alpha, 3\cos\alpha)$  在第二象限, 则  $\alpha$  是第  $\underline{\hspace{1cm}}$  象限角.

## 三、解答题

11. 已知扇形的圆心角为  $\frac{\pi}{6}$ , 面积为  $\frac{\pi}{3} \text{ cm}^2$ , 求扇形的弧长.

12. 已知角  $\alpha$  是第二象限角, 则  $\frac{\alpha}{2}$  是第几象限角?

## B. 能力提升

1. 已知扇形的周长为 4 cm, 则当它的半径为多少时, 扇形的面积最大? 并求出最大面积.

2. 若角  $\theta$  的终边经过点  $P(-\sqrt{3}, m)$  ( $m \neq 0$ ), 且  $\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{4}m$ , 求  $\cos\theta$  的值.

3. 已知角  $\alpha$  的终边上有一点  $P(t, t^2 + 1)$ , 其中 ( $t \neq 0$ ), 求  $\tan\alpha$  的取值范围.

## 考点29 同角三角函数的基本关系式

### 知识要点

1. 同角三角函数的两个基本关系式是\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_.
2. 含有同角三角函数式求值与化简的常用方法是:(1)化切为弦: $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ;  
(2) $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ 与 $\sin\alpha \pm \cos\alpha$ 之间的联系: $(\sin\alpha \pm \cos\alpha)^2 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha \pm 2\sin\alpha\cos\alpha = 1 \pm 2\sin\alpha\cos\alpha$ .

### 基础过关

1. 下列式子正确的是 ( )  
 A.  $\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 1$     B.  $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \tan\alpha$     C.  $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$     D.  $\tan\alpha = \sin\alpha \cdot \cos\alpha$
2. 若  $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ , 且角  $\alpha$  是第二象限角, 则  $\cos\alpha$  等于 ( )  
 A.  $-\frac{4}{5}$     B.  $\frac{4}{5}$     C.  $-\frac{3}{5}$     D.  $\frac{3}{5}$
3. 已知  $\tan\alpha = 2, \alpha \in (\pi, \frac{3}{2}\pi)$ , 则  $\sin\alpha$  等于 ( )  
 A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$     B.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$     C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$     D.  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$
4. 化简:  $\sqrt{1 - \sin^2 130^\circ}$  等于 ( )  
 A.  $\sin 130^\circ$     B.  $-\sin 130^\circ$     C.  $\cos 130^\circ$     D.  $-\cos 130^\circ$
5. 化简:  $\frac{\sin\theta - \cos\theta}{\tan\theta - 1}$  等于 ( )  
 A.  $\sin\theta$     B.  $\cos\theta$     C.  $\tan\theta$     D. 以上都不对
6. 已知  $\alpha$  是锐角, 则  $\log_{\sin\alpha}(1 - \cos^2\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 典例剖析

**【例 1】** 已知  $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ , 且  $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ , 求  $\sin\alpha, \tan\alpha$  的值.

**【思路点拨】** 本题考查同角三角函数的基本关系, 同时要注意角  $\alpha$  的象限, 并明确  $\sin\alpha, \tan\alpha$  的符号.



**【变式训练 1】** 已知  $\alpha \in (0, \pi)$ ,  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ , 求  $\cos \alpha$  和  $\tan \alpha$  的值.

**【关键点评】** 用同角三角函数基本关系解题时要注意角  $\alpha$  的象限.

**【例 2】** 已知  $\tan \alpha = 2$ , 且  $\alpha$  是第三象限角, 求  $\sin \alpha$  和  $\cos \alpha$  的值.

**【思路点拨】** 本题考查同角三角函数的两个基本关系, 建立方程组, 用代入法可解两个未知数, 并注意象限, 明确符号.

**【变式训练 2】** 已知  $\tan \alpha = -3$ , 且  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ , 求  $\cos \alpha$  和  $\sin \alpha$  的值.

**【关键点评】** 用同角三角函数的两个基本关系, 建立  $\tan \alpha$  与  $\cos \alpha$  的关系, 同时要注意角的取值范围.

**【例 3】** 已知  $\tan \alpha = 3$ , 求: (1)  $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ ; (2)  $\frac{2\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$ .

**【思路点拨】** 本题解法有多种. 解法一: 由  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  得  $\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha$ , 代入原式化简; 解法二: 分子与分母同时除以  $\cos \alpha$  (或  $\cos^2 \alpha$ ) 可得; 解法三: 先利用同角三角函数的两个基本关系式得到方

$$\text{程组} \begin{cases} \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \end{cases} \quad \text{求得 } \sin \alpha, \cos \alpha, \text{再代入.}$$



学 习 札 记

**【变式训练 3】** 已知  $\tan\alpha = \frac{1}{2}$ , 求: (1)  $\cos^2\alpha$ ; (2)  $\frac{2\sin^2\alpha + 1}{\cos^2\alpha + 2\sin^2\alpha}$ ; (3)  $|\sin\alpha + \cos\alpha|$ .

**【关键点评】** 已知  $\tan\alpha$  求  $\cos\alpha$  和  $\sin\alpha$  组成的齐次式是常见题型, 会用“ $\sin\alpha = \cos\alpha \cdot \tan\alpha$ ”或“分子分母同除以  $\cos\alpha$ ”等方法求“关于  $\tan\alpha$ ”的代数式.

**【例 4】** 已知  $\sin\alpha + \cos\alpha = -\frac{1}{5}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ , 求:

(1)  $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ ;

(2)  $\sin\alpha - \cos\alpha$ .

**【思路点拨】** 本题考查  $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + 2\sin\alpha\cos\alpha$ ;  $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 1 - 2\sin\alpha\cos\alpha$ , 同时要注意三角函数的符号.

**【变式训练 4】** 已知  $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{2}$ , 求:

(1)  $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ ;

(2)  $\sin\alpha + \cos\alpha$ .

**【关键点评】** 根据“ $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ”可建立“ $\sin\alpha + \cos\alpha$ ,  $\sin\alpha - \cos\alpha$ ,  $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ ”三者关系.

**【例 5】** 化简:  $\left(\frac{1}{\sin\alpha} + \frac{1}{\tan\alpha}\right) \cdot (1 - \cos\alpha)$ .

**【思路点拨】** 化简时常用切化弦“ $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ”, 并利用同角三角函数的两个基本关系式.