

Reinforced  
Concrete

**Dynamic Constitutive Relation  
of Reinforced Concrete**

# 钢筋混凝土的 动态本构关系

宁建国 任会兰 著



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

# 钢筋混凝土的动态本构关系

宁建国 任会兰 著

 **北京理工大学出版社**  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

本书共分为5章。第1章简要介绍钢筋混凝土动态本构关系的研究对工程设计和分析的必要性及其研究内容；第2章介绍了固体力学的基础知识，包括张量基础、固体介质变形和动力学方程；第3章主要介绍了固体中弹性波、塑性波和冲击波的传播，以及钢筋混凝土的冲击试验加载方法；第4章主要讨论了混凝土和钢筋混凝土冲击载荷下的动力学行为及其破坏机理；第5章主要介绍了混凝土的本构关系、钢筋混凝土的本构关系和钢筋混凝土动态破坏的数值模拟。

本书可作为从事爆炸与冲击动力学等领域的科研人员和工程技术人员的参考书，也可作为相关专业高年级本科生和研究生参考书。

版权专有 侵权必究

---

### 图书在版编目 (CIP) 数据

钢筋混凝土的动态本构关系/宁建国,任会兰著. —北京:北京理工大学出版社, 2018. 12

ISBN 978-7-5682-6484-6

I. ①钢… II. ①宁…②任… III. ①钢筋混凝土结构-本构关系-研究 IV. ①TU375

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 264278 号

---

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)

(010) 82562903 (教材售后服务热线)

(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京九州迅驰传媒文化有限公司

开 本 / 710 毫米×1000 毫米 1/16

印 张 / 20.25

字 数 / 300 千字

版 次 / 2018 年 12 月第 1 版 2018 年 12 月第 1 次印刷

定 价 / 66.00 元

责任编辑 / 王玲玲

文案编辑 / 王玲玲

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 李志强

---

图书出现印装质量问题, 请拨打售后服务热线, 本社负责调换

# 前 言

钢筋混凝土是由混凝土和钢筋两种性质迥异的材料组合而成的。混凝土是钢筋混凝土的主体，容纳和围护各种构造的钢筋，成为合理的组合型结构材料。混凝土材料的非均质和非线性，以及钢筋和混凝土的配合呈多样性，使钢筋混凝土的性能十分复杂多变。冲击载荷具有高强、高压和高应变率的特点，混凝土具有明显的尺寸效应和应变率效应，对应于不同的加载方式或载荷形式，混凝土材料表现出不同的力学响应特性。钢筋混凝土的动态本构关系的确是非常复杂的研究工作，就相关专业的研究设计人员而言，迫切需要一本专业书籍对钢筋混凝土在冲击载荷下的动力学行为、混凝土和钢筋混凝土的动态本构关系及冲击载荷下混凝土和钢筋混凝土动态破坏的数值方法进行系统全面的探讨，这是作者开展相关研究并写作此书的目的所在。

本书的特色在于，以连续介质力学理论为基础，将张量分析这一工具贯穿全书，在混凝土和钢筋混凝土的动态响应和破坏特性的基础上，探讨混凝土和钢筋混凝土的动态本构模型，其中涉及了弹塑性力学、冲击动力学、损伤力学、复合材料力学、材料动力学等领域，是在作者长期从事材料动力学、计算爆炸力学的教学和科研工作的基础上整理完成的，突出反映了近 20 年来在钢筋混凝土动态力学行为方面取得的进展，希望能给从事钢筋混凝土相关研究的科研人员和学生提供一些有价值的信息。

本书内容论述完整，物理概念清晰，可作为爆炸力学、弹药工程、安全工程及土木工程等专业的本科生和研究生教材与参考书，也可作为科研人员和工程技

术人员的理论参考书。

本书在编写过程中参考了大量文献资料。除脚注和文末参考文献标引外，受篇幅所限，个别文献资料来源未能提及，在此向所有参考文献的作者表示由衷的感谢。囿于作者水平，书中如有不足之处，恳请广大读者批评指正。

感谢国家自然科学基金重大项目（11390360）和爆炸科学与技术国家重点实验室的资助。

作 者

# 目 录

## 第 1 章 绪论

## 第 2 章 固体力学基础

### 2.1 张量基础知识

#### 2.1.1 矢量

#### 2.1.2 张量

#### 2.1.3 张量的微分运算

#### 2.1.4 二阶张量

### 2.2 固体的变形

#### 2.2.1 连续介质运动的描述

#### 2.2.2 变形梯度

#### 2.2.3 应变张量

#### 2.2.4 应变率张量

### 2.3 应力张量

#### 2.3.1 柯西应力张量

#### 2.3.2 Kirchhoff 应力张量

### 2.4 动力学定理

#### 2.4.1 质量守恒定律

#### 2.4.2 运动方程

#### 2.4.3 能量守恒

2.4.4 热力学定律

第3章 固体中的应力波

3.1 弹性波

3.1.1 一维弹性纵波

3.1.2 弹性波的反射和透射

3.2 弹塑性波

3.2.1 弹塑性加载波

3.2.2 强间断和弱间断

3.2.3 卸载波

3.3 固体中的冲击波

3.3.1  $p-V$  Hugoniot 线

3.3.2  $D-u$  Hugoniot 线

3.3.3  $p-u$  Hugoniot 线

3.4 冲击加载试验方法

3.4.1 分离式 Hopkinson 压杆

3.4.2 数据数理

3.4.3 Hopkinson 压杆的改进

3.4.4 脆性材料中的波形整形技术

3.4.5 冲击拉伸 Hopkinson 试验装置 (SHTB)

3.4.6 冲击扭转的 Hopkinson 试验装置

3.4.7 轻气炮加载试验技术

3.4.8 一级轻气炮

3.4.9 二级轻气炮及三级轻气炮

3.4.10 拉格朗日分析方法

第4章 钢筋混凝土的动力学行为

4.1 混凝土的力学性质

4.1.1 压缩特性

4.1.2 拉伸特性

- 4.1.3 应变率效应
- 4.2 钢筋混凝土的力学行为
  - 4.2.1 单轴压缩力学性质
  - 4.2.2 静态加载
  - 4.2.3 冲击载荷
  - 4.2.4 强冲击载荷
- 4.3 冲击压缩下钢筋混凝土的破坏机理
  - 4.3.1 混凝土的破坏
  - 4.3.2 钢筋混凝土破坏形态分析
- 4.4 钢筋混凝土梁的响应
  - 4.4.1 静态加载
  - 4.4.2 冲击载荷
- 4.5 钢筋混凝土的侵彻破坏

## 第5章 钢筋混凝土的本构模型

- 5.1 弹塑性本构模型
  - 5.1.1 线弹性本构模型
  - 5.1.2 塑性本构模型
  - 5.1.3 混凝土的破坏准则
- 5.2 黏弹性模型
  - 5.2.1 麦克斯韦尔模型
  - 5.2.2 开尔文-伏格特 (Kelvin-Voigt) 模型
  - 5.2.3 三元体模型
  - 5.2.4 ZWT 模型
- 5.3 损伤本构模型
  - 5.3.1 连续性损伤的概念
  - 5.3.2 弹性损伤本构模型
  - 5.3.3 塑性损伤本构模型
- 5.4 细观本构模型
  - 5.4.1 Mori-Tanaka 方法

## 4 ■ 钢筋混凝土的动态本构关系

- 5.4.2 含微裂纹相的本构模型
- 5.4.3 含正交三向裂纹混凝土材料本构模型
- 5.5 钢筋混凝土的本构关系
  - 5.5.1 含损伤的理想黏弹性本构方程
  - 5.5.2 单向加筋混凝土的弹性模量
  - 5.5.3 正交双向加筋混凝土弹性模量的确定
  - 5.5.4 微损伤
  - 5.5.5 本构模型参数确定
- 5.6 钢筋混凝土动态本构模型
  - 5.6.1 HJC 模型
  - 5.6.2 TCK 模型
  - 5.6.3 动态损伤与失效模型
- 5.7 钢筋混凝土动态破坏的数值模拟
  - 5.7.1 数学模型及数值方法
  - 5.7.2 计及钢筋作用的三维欧拉与质点网格耦合算法
  - 5.7.3 弹体侵彻无限厚混凝土靶的数值模拟
  - 5.7.4 弹体侵彻钢筋混凝土的数值模拟
  - 5.7.5 炸药在混凝土内部爆炸的数值模拟

## 附录 A Eshelby 张量

## 附录 B 四阶张量的 Walpole 表示

## 附录 C 含微裂纹相的本构模型中混凝土材料的柔性张量的求解过程

## 附录 D 四阶张量的内积和张量逆的求解

## 附录 E 引入裂纹密度后柔性张量中各参量的表达式

## 主要参考文献

## 图表说明

图 2-1 坐标系的变换

图 2-2  $P$  点矢量方向

图 2-3 函数  $\Phi$  的映射

图 2-4  $d\mathbf{R}$  到  $d\mathbf{r}$  的变换

图 2-5 微元体变形前后的示意图

图 2-6  $E_{12}$  几何意义的示意图

图 2-7 微小面元上的面力

图 2-8 柯西应力向量

图 2-9 柯西应力张量

图 2-10 微面元上变形前后的面力矢量

图 3-1 弹性杆中微元运动

图 3-2 初始值分解

图 3-3 弹性波传播的特征线

图 3-4  $(X, t)$  平面上经任意点的两条特征线

图 3-5 波形曲线和时程曲线

图 3-6 细长圆杆中一维纵波的反射和折射

图 3-7 波在两种界面上的反射和透射 ( $(\rho_0 C_0)_1 < (\rho_0 C_0)_2$ )

图 3-8 两个相向运动的应力波相遇

图 3-9 波在两种界面上的反射和透射 ( $(\rho_0 C_0)_1 > (\rho_0 C_0)_2$ )

图 3-10 两个相向运动

图 3-11 3 个相同材料弹性杆的共轴撞击

图 3-12 杆中波的传播

图 3-13 弹塑性材料中波速随应力-应变关系的变化

图 3-14 递减硬化材料受单调加载荷作用

图 3-15 应力波的传播特性

图 3-16 线性硬化半无限细长杆受阶跃载荷作用

图 3-17 外载荷的加载和卸载过程曲线

图 3-18 加载和卸载过程所服从的本构关系曲线

图 3-19 线性硬化杆中强间断波的突然卸载

图 3-20 波在传播过程中的会聚现象

图 3-21  $p-V$  Hugoniot 线

图 3-22 冲击波 Rayleigh 线、Hugoniot 曲线和等熵线

图 3-23 冲击波能量分配图示

图 3-24  $D-u$  Hugoniot 线

图 3-25  $p-u$  Hugoniot 曲线

图 3-26 Hopkinson 装置示意图

图 3-27 分离式 SHPB 试验装置简图

图 3-28 大尺寸 SHPB 试验装置

图 3-29 矩形波和试验测量波形

图 3-30 脆性试件破碎时的波形

图 3-31 斜坡加载下恒应变率达到极限值的示意图

图 3-32 “三杆”技术装置简图

图 3-33 冲击拉伸 SHTB 试验装置图

图 3-34 Hopkinson 扭杆试验装置图

图 3-35 一级轻气炮简图

图 3-36 一级轻气炮

- 图 3-37 拉氏坐标系下的飞片和靶板内的波系图
- 图 3-38 压力-时间曲线测试
- 图 3-39 二级轻气炮结构简图
- 图 3-40 二级轻气炮
- 图 3-41 三级轻气炮结构简图
- 图 3-42 由路径线构筑的  $\sigma - h - t$  波形图
- 
- 图 4-1 单轴压缩下混凝土应力-应变曲线
- 图 4-2 不同强度混凝土的应力-应变曲线
- 图 4-3 混凝土受拉应力-应变曲线
- 图 4-4 混凝土典型的拉应力-应变曲线
- 图 4-5 不同载荷形式下材料应变率响应图示
- 图 4-6 抗压强度比随对数应变率的变化
- 图 4-7 抗拉强度比随对数应变率的变化
- 图 4-8 部分典型筋架照片
- 图 4-9 YS-2000 电液伺服岩石三轴材料试验机
- 图 4-10 不同配筋率下钢筋混凝土试件的应力-应变曲线
- 图 4-11 钢筋混凝土
- 图 4-12 抗压强度与配筋率的关系
- 图 4-13 钢筋增强因子与配筋率关系
- 图 4-14 直锥变截面 SHPB 装置示意图
- 图 4-15 速度测试系统
- 图 4-16 瞬态应变测试系统
- 图 4-17 不同应变率下钢筋混凝土的应力-应变曲线
- 图 4-18 钢筋混凝土峰值应力-横向配筋率曲线
- 图 4-19 钢筋混凝土峰值应力-纵向配筋率曲线
- 图 4-20 已粘贴压阻计的试件
- 图 4-21 已安装探针和压阻计的靶板

图 4-22 RC1 动态响应信号

图 4-23 RC2 动态响应信号

图 4-24 试件 RC1 拉氏分析后的结果

图 4-25 不同冲击速度下钢筋混凝土的应力-应变曲线

图 4-26 配筋率为 0.31% 的钢筋混凝土在不同冲击速度下的应力-应变曲线

图 4-27 配筋率为 0.68% 的钢筋混凝土在不同冲击速度下的应力-应变曲线

图 4-28 配筋率为 1.44% 的钢筋混凝土在不同冲击速度下的应力-应变曲线

图 4-29 峰值应力-冲击速度曲线

图 4-30 120 m/s 冲击速度下钢筋混凝土材料的应力-应变曲线

图 4-31 210 m/s 冲击速度下钢筋混凝土材料的应力-应变曲线

图 4-32 420 m/s 冲击速度下钢筋混凝土材料的应力-应变曲线

图 4-33 峰值应力与配筋率的关系曲线

图 4-34 混凝土基本破坏形态

图 4-35 单轴静态拉伸下混凝土的破坏照片

图 4-36 不同冲击速度下混凝土试件的典型破坏

图 4-37 劈裂破坏模式图解

图 4-38 3 种形态破坏模式图解

图 4-39 加筋水泥砂浆试件在不同冲击速度下的典型破坏照片

图 4-40 钢筋混凝土试件在不同冲击速度下的典型破坏照片

图 4-41 梁的结构和尺寸

图 4-42 钢筋混凝土的配筋图

图 4-43 钢筋混凝土梁

图 4-44 静态加载试验装置

图 4-45 钢筋混凝土梁的破坏

图 4-46 挠度-时间和应变-时间曲线

- 图 4-47 载荷-挠度曲线和载荷-应变曲线
- 图 4-48 动态加载方法试验
- 图 4-49 落锤冲击下钢筋混凝土梁的破坏
- 图 4-50 6-C40 梁在不同落锤高度时的动态破坏 (落锤高度 5 m、6 m、7 m、8 m)
- 图 4-51 8-C40 梁在不同落高时的破坏照片
- 图 4-52 冲击力-时间曲线
- 图 4-53 梁的挠度-时间曲线
- 图 4-54 梁的最大挠度系数、剩余挠度系数与静态载荷承载力关系 (一)
- 图 4-55 梁的最大挠度系数、剩余挠度系数与静态载荷承载力关系 (二)
- 图 4-56 钢筋混凝土靶结构示意图
- 图 4-57 钢筋的布局
- 图 4-58 弹体侵彻钢筋混凝土的破坏过程
- 图 4-59 钢筋混凝土的背靶破坏情况
- 图 4-60 1 号混凝土靶体破坏情况
- 图 4-61 7 号靶体的侵彻结果
- 图 4-62 弹体贯穿钢筋混凝土靶板后, 靶板正面 (a) 及背面 (b) 破坏特征图
- 图 4-63 弹体贯穿钢筋混凝土靶板后, 靶板正面 (a) 及背面 (b) 破坏特征图
- 图 4-64 钢筋混凝土靶板正面 (a) 及背面 (b) 破坏特征图 (着靶速度 239 m/s)
- 图 4-65 钢筋混凝土靶板正面 (a) 及背面 (b) 破坏特征图 (着靶速度 266 m/s)
- 图 4-66 钢筋混凝土靶板尺寸及钢筋分布
- 图 4-67 钢筋混凝土靶板正面 (a) 及背面 (b) 破坏图 (混凝土强度 48 MPa)

图 4-68 钢筋混凝土靶板正面 (a) 及背面 (b) 破坏图 (混凝土强度 140 MPa)

图 5-1 屈服面

图 5-2 Tresca 准则示意图

图 5-3 混凝土的破坏准则

图 5-4 Mohr-Coulomb 准则的子午线和偏截面

图 5-5 破坏面在  $\theta = 0^\circ$  与  $\theta = 60^\circ$  子午面及不同  $\xi$  的偏平面上的投影

图 5-6 Ottosen 四参数模型子午线和偏截面

图 5-7 理想弹簧元件和黏性元件

图 5-8 麦克斯韦尔模型

图 5-9 松弛曲线

图 5-10 开尔文模型

图 5-11 恒应力下的蠕变行为和应力为零时的延迟回复

图 5-12 三元体模型

图 5-13 蠕变曲线 (a) 和松弛曲线 (b)

图 5-14 ZWT 非线性黏弹性本构模型

图 5-15 应变等效示意图

图 5-16 循环加卸载试验的应力-应变曲线

图 5-17 SHPB 试验曲线与理论模型比较

图 5-18 混凝土试验测试曲线的数值拟合 (轻气炮试验)

图 5-19 微裂纹的扩展过程

图 5-20 三相复合材料的单元示意图

图 5-21 混凝土试验曲线与模拟曲线的比较

图 5-22 混凝土 SHPB 试验测试曲线与模拟曲线的比较

图 5-23 三向正交加筋混凝土代表性单元

图 5-24 单向加筋混凝土代表性体积单元

图 5-25 正交双向加筋混凝土代表性单元

- 图 5-26 计算模型
- 图 5-27 钢筋混凝土的黏弹性模型
- 图 5-28 钢筋混凝土准静态测试结果与数值模拟结果比较
- 图 5-29 钢筋混凝土 SHPB 试验结果与数值模拟结果比较
- 图 5-30 本构模型计算
- 图 5-31 HJC 的强度模型
- 图 5-32 HJC 的累积损伤破坏模型
- 图 5-33 HJC 模型的状态方程
- 图 5-34 Johnson-Cook 模型 (a) 和 HJC 模型 (b) 模拟结果比较
- 图 5-35 弹性极限面、失效面和残余强度
- 图 5-36 弹塑性损伤软化
- 图 5-37 等效应力云图 (碰撞速度为 587 m/s)
- 图 5-38 等效应力云图 (碰撞速度为 522 m/s)
- 图 5-39 质点与网格位置关系
- 图 5-40 质点与网格间相互关系
- 图 5-41 移动后质点与网格间相互关系
- 图 5-42 不同进程之间的关联示意图
- 图 5-43 两种变量通信示意图
- 图 5-44 单方向质点移动前后影响域的变化
- 图 5-45 平头弹侵彻钢靶板试验与数值模拟结果对比
- 图 5-46 质点物理量显示的侵彻过程二维切片 (局部放大图)
- 图 5-47 试验结果 (a) 与数值模拟结果 (b) 对比
- 图 5-48 平头弹侵彻剩余速度数值模拟结果与试验结果对比图
- 图 5-49 聚能装药成型的计算几何模型
- 图 5-50 采用质点物理量输出的不同时刻射流形成过程
- 图 5-51 采用网格物理量输出的不同时刻射流形成过程
- 图 5-52 数值结果与试验结果的对比
- 图 5-53 弹体尺寸示意图

图 5-54 弹体侵彻模型图

图 5-55 弹体及混凝土靶的网格

图 5-56 弹体侵彻半无限厚混凝土的二维及三维切片数值模拟结果

图 5-57 不同弹体速度侵彻混凝土的最终结果二维及三维图像

图 5-58 三维计算模型及局部放大显示

图 5-59 钢筋混凝土靶

图 5-60 弹体侵彻钢筋混凝土靶的三维及二维切片结果

图 5-61 随着弹体侵彻钢筋的变化情况

图 5-62 钢筋在侵彻过程中的变形历程

图 5-63 松动爆破示意图

图 5-64 混凝土抛掷爆破示意图

图 5-65 混凝土及炸药几何模型

图 5-66 不同时刻混凝土中爆炸数值模拟图

表 3-1 几种材料的纵波波速和波阻抗

表 3-2 几种典型高压轻气炮参数

表 4-1 试件中加入筋的基本性能

表 4-2 混凝土类材料的弹性模量

表 4-3 梁的配筋形式

表 4-4 三点弯极值数据

表 4-5 火箭撬发射试验数据

表 5-1 组成材料基本物理参数

表 5-2 含正交三向裂纹混凝土材料本构模型模型参数

表 5-3 准静态载荷下钢筋混凝土的本构关系模型参数表

表 5-4 冲击载荷下钢筋混凝土的本构关系模型参数表

表 5-5 强冲击载荷下钢筋混凝土的本构关系模型参数表