高职高专教育“十三五”规划教材

高等数学

GAODENG SHUXUE（上册）

主编 陆海 石磊

电子科技大学出版社

高职高专教育“十三五”规划教材

高等数学

（上册）

主　编　陆　海　石　磊
主　审　余光磊
副主编　廖小林　冯国锋　邹伟龙
编　委　（按姓氏笔画）
丁　瑶　江明华　李　红　李姣娜
吴雪莎　杨　梅　袁　娜　彭丽娟

电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 上册/陆海, 石磊主编. —成都:电子科技大学出版社,2017.6

ISBN 978-7-5647-4763-3

Ⅰ.①高… Ⅱ.①陆… ②石… Ⅲ.①高等数学—高等职业教育—教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第147188号

内容提要

本书根据教育部最新制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》编写.

《高等数学》分上、下两册,本书是《高等数学》(上册),包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、常微分方程与拉普拉斯变换等内容.

本书主要适用于高职高专三年制工科类的师生使用,也可供经管类专业使用,还可作为"专升本"考试的教材或参考书.

高职高专教育"十三五"规划教材·高等数学(上册)

GAODENG SHUXUE(SHANGCE)

陆 海 石 磊 主 编

廖小林 冯国锋 邹伟龙 副主编

策划编辑 吴艳玲

责任编辑 吴艳玲

出版发行 电子科技大学出版社

成都市一环路东一段159号电子信息产业大厦九楼 邮编 610051

主 页 www.uestcp.com.cn

服务电话 028-83203399

邮购电话 028-83201495

印 刷 重庆学林建达印务有限公司

成品尺寸 185mm×260mm

印 张 12

字 数 300千字

版 次 2017年6月第一版

印 次 2017年6月第一次印刷

书 号 ISBN 978-7-5647-4763-3

定 价 29.80元

前　言

我们从高职高专教育人才培养目标出发,以教育部最新修订的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》为指导,并参考《全国各类成人高等学校专科起点本科班招生复习考试大纲(非师范类)》;在研究、对比多种同类教材和广泛吸收其精华的基础上,组织了一批长期坚持在高职高专教学工作第一线、具有丰富教学经验的老师编写了本教材.

针对高职高专教育既属高等教育层次,又属职业教育类型的特征,本教材充分体现了“以应用为目的,以必需够用为度”的教学基本要求,贯彻“定位高职高专,融通学科体系,面向专业应用,适当兼顾系统性”的编写原则,密切结合专业需求,强化技能培养,突出职教改革方向,针对高职高专学生特点,语言表述通俗简洁,深入浅出,使数学理论不再艰涩深奥. 本书具有以下特色:

1. 坚持理论联系实际,概念的引入尽可能从实际问题入手,采用从特殊到一般的推理,遵循从感性到理性的认知规律;

2. 在保证数学概念准确的前提下,尽量借助几何的直观表述,力求使抽象的数学概念形象化,便于读者理解;

3. 针对高职高专学生的实际情况,注意降低理论和计算难度,定理和法则也更多地采用几何解释与归纳,不过分强调理论的严密性与系统性;

4. 例题与习题的难度都有一定的梯度,相互对应,顺序由易到难,每章都配有综合练习题,便于学生自学检测;

5. 本书注意了基本要求与拓宽知识相结合,适应不同要求和不同层次的教学,为部分学生“专升本”继续深造考虑,有些章节的内容略有加深;

6. 为了方便读者阅读,书后附有初等数学常用公式.

本书主要适用于工科类高职高专各专业,也可供经管类专业使用,还可作为“专升本”考试的教材或参考书.

《高等数学》分上、下两册,共 13 章. 上册包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、常微分方程与拉普拉斯变换共 8 章. 下册包括空间解析几何、多元函数微积分、线性代数基础、无穷级数、概率与数理统计基础共 5 章.

参加《高等数学》编写的有:重庆电子工程职业学院彭丽娟(上册　第一章),李红(第二章),袁娜(第三章),石磊(第四章),陆海(第五章),廖小林(第六章),冯国锋(第七章),李姣娜(第八章);吴雪莎(下册　第九章),杨梅(第十章),丁瑶(第十一章),江明华(第十二章),邹伟龙(第十三章).《高等数学》由陆海负责总体规划和统稿. 石磊、廖小林、冯国锋、邹伟龙参与了部分章节的修改和技术处理.

重庆大学余光磊教授审阅了全部初稿并提出了许多宝贵意见,本书的出版得到了电子科技大学出版社的大力支持. 在此,我们一并表示衷心感谢.

由于我们水平所限、时间仓促,书中错误和不足在所难免,期望得到专家、同行和读者的批评指正.

编　者

2017 年 4 月

目　录

第一章　函　　数

高等数学以变量为研究对象,函数是变量之间最基本的一种对应关系. 本章将在回顾中学数学有关函数知识的基础上进一步学习理解函数的概念、性质和图像,学习基本初等函数、复合函数、初等函数,建立简单的函数模型,为学习微积分打好基础.

第一节　函数的概念和性质

一、函数的概念

在某一问题的研究过程中,往往会遇到几个变量,它们并不是孤立地变化,而是相互联系并按一定规律变化的,变量之间的这种相互依存关系,在数学上称为函数关系.

如设圆的半径为 r,则其面积 $S=\pi\cdot r^2$,这里的 π 是常量,S 和 r 是变量;面积 S 随半径 r 的变化而变化,当 r 取一确定的数值时,S 有唯一确定的值和它对应,S 和 r 的这种关系就是一种函数关系.

定义　对于实数集 $\mathbf{R}$ 上的两个非空集合 D、W,若对于 D 中的每一个数 x,按照某个对应法则 f,W 中的变量 y 都有唯一确定的数值和它对应,则称 y 是 x 的函数. 记作

$$y=f(x),x\in D.$$

其中,x 称为自变量,y 称为因变量,f 称为函数的对应关系或对应法则. 集合 D 称为函数的定义域,集合 $W=f(D)=\{f(x)\mid x\in D\}$ 称为函数的值域.

注意:由函数的定义知,确定一个函数有两个要素,即定义域 D 与对应法则 f.

当 x 在定义域 D 上取一个数值 x_0 时,所对应的函数值 y_0 称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值,记作 $y_0=f(x_0)$,或 $f(x)\big|_{x=x_0}$,或 $y\big|_{x=x_0}$.

例 1　若 $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x+1}$,求 $f(-2)$, $f(0)$, $f(a)$.

解　$f(-2)=\dfrac{|-2-2|}{-2+1}=\dfrac{4}{-1}=-4$, $f(0)=\dfrac{|0-2|}{0+1}=\dfrac{2}{1}=2$, $f(a)=\dfrac{|a-2|}{a+1}$.

例 2　生产成本是产量的函数,产量的大小决定着成本的多少,某化肥厂生产氮肥的成本函数为 $C(x)=1.5+2x-2x^2+x^3$. 其中,$C(x)$ 为成本,单位为千元;x 为产量,单位为吨. 求此函数的定义域.

解　由常识知道,产量不可能为负数,因此 x 的取值范围为 $x\geqslant 0$ 的一切实数,函数定义域 $D=\{x\mid x\geqslant 0\}$,写作区间即 D:$[0,+\infty)$.

由此可得,生产和生活实际中的函数,其定义域由问题的具体意义来决定.

确定函数的定义域时要依据:①分式的分母不能为零;②开偶次方时,被开方数要非负;③对数式中的真数要大于零;④三角函数和反三角函数的定义域;⑤实际问题的物理意义和几何意义等.

例 3 求下列函数的定义域.

(1) $f(x)=\ln\frac{x}{x-1}$; (2) $f(x)=\arcsin\frac{x+1}{3}$.

解 (1)要使函数有意义必须$\frac{x}{x-1}>0$,即 $x>1$ 或 $x<0$,所以函数的定义域为$(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$.

(2)要使函数有意义必须$-1\leqslant\frac{x+1}{3}\leqslant1$,即$-4\leqslant x\leqslant2$,所以函数的定义域为$[-4,2]$.

例 4 判断下列每组的两个函数是否表示同一个函数.

(1) $y=\sin^2x+\cos^2x$ 与 $y=1$; (2) $y=\frac{x^2-1}{x-1}$与 $y=x+1$.

解 (1)函数 $y=\sin^2x+\cos^2x$ 与 $y=1$ 的定义域均为$(-\infty,+\infty)$,且有相同的对应法则,所以它们表示同一个函数.

(2)函数 $y=\frac{x^2-1}{x-1}$的定义域为$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$,而函数 $y=x+1$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,这两个函数的定义域不相同,所以它们不是同一个函数.

二、函数的表示法

函数的表示方法主要有公式法、列表法和图像法.

用数学式表示函数的方法称为公式法,也称为解析法.

公式表示法又分为显函数、隐函数和分段函数三种表示法:

(1)显函数:函数 y 是由含 x 的解析式直接表示出来的,称为显函数. 如 $y=f(x)$.

(2)隐函数:函数中 x 与 y 的对应关系是由方程 $F(x,y)=0$ 所确定的.

(3)分段函数:在定义域的不同区间内,用不同的式子来表示的函数.

如:$y=x^2+1$ 是显函数,$3x-2y-1=0$ 是隐函数,$y=\begin{cases}\sqrt{x}, x\geqslant0\\-x, x<0\end{cases}$是分段函数.

三、函数的特性

1. 函数的单调性

定义 设函数 $y=f(x)$的定义域为 D,区间 $I\subset D$,如果对于任意 $x_1,x_2\in I$,当 $x_1<x_2$时,都有$f(x_1)<f(x_2)$成立,则称 $y=f(x)$在区间 I 上是单调增加的;如果对于任意 $x_1,x_2\in I$,当 $x_1<x_2$时,都有 $f(x_1)>f(x_2)$成立,则称 $y=f(x)$在区间 I 上是单调减少的. 单调增加和单调减少的函数统称为单调函数. 区间 I 称为函数的单调区间. 注意:单调增加函数的图形是沿 x 轴正向逐渐上升的,单调减少函数的图形是沿 x 轴正向逐渐下降的. 如图 1.1 所示.

图 1.1

2. 函数的奇偶性

定义　设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 以原点为对称，若对于任意 $x\in D$，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为偶函数；若对于任意 $x\in D$，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为奇函数；若函数 $y=f(x)$ 既非奇函数，也非偶函数，则称 $y=f(x)$ 为非奇非偶函数.

注意：偶函数的图形关于 y 轴对称，奇函数的图形关于原点对称.

3. 函数的周期性

定义　设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，如果存在一个不为零的常数 T，使得对于任意 $x\in D$，有 $x\pm T\in D$，且 $f(x+T)=f(x)$ 恒成立，则称 $y=f(x)$ 为周期函数，T 称为函数的周期. 通常所说的周期函数的周期，是指函数的最小正周期.

例如：函数 $y=\cos x$ 是 2π 为周期的周期函数；函数 $y=\tan x$ 的周期为 π；正弦型函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的周期为 $\dfrac{2\pi}{|\omega|}$.

注意：作周期函数的图像，只要作出函数在任意一个周期内的一段曲线，再将它向区间的两端延伸即可.

4. 函数的有界性

定义　设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，如果存在正数 M，使得对于任意 $x\in I$，都有 $|f(x)|\leqslant M$ 成立，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有界；如果这样的正数 M 不存在，则称函数 $y=f(x)$ 在 I 上无界.

例如　$y=\sin x$，$y=\arctan x$ 为有界函数；$y=x^2$，$y=\ln x$ 为无界函数.

例 5　判定函数 $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ 的奇偶性.

解　函数的定义域为 $[-1,1]$，是关于原点的对称区间.

$f(-x)=\sqrt{1-(-x)^2}=\sqrt{1-x^2}=f(x)$

所以该函数为偶函数.

例 6　确定函数 $f(x)=\sin\left(4x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的周期.

解　因为 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的周期为 $\dfrac{2\pi}{|\omega|}$，

所以代入公式得周期为 $T=\dfrac{\pi}{2}$.

习题 1.1

1. 用区间表示下列变量的变化范围.

(1)$x^2 \leqslant 9$ (2)$x^2 > 4$

(3)$|x-1| \leqslant 2$ (4)$|x+1| > 2$

2. 下列各题中,函数$f(x)$与$g(x)$是否为同一函数?为什么?

(1)$f(x)=\ln x^2, g(x)=2\ln x$

(2)$f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$

3. 求下列函数的定义域.

(1)$y=\sqrt{2x+1}$ (2)$y=\dfrac{1}{x^2-1}$

(3)$y=\dfrac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$ (4)$y=\ln(3-x)$

(5)$y=\tan 2x$ (6)$y=\arcsin\dfrac{x}{3}$

4. 下列函数中哪些是奇函数?哪些是偶函数?哪些是非奇非偶函数?

(1)$f(x)=x^4-|x|+1$ (2)$f(x)=3x+\cos x$

(3)$y=x^3-\sin x$ (4)$y=2e^x$

5. 指出下列各周期函数的最小正周期.

(1)$y=1+\tan x$ (2)$y=\sin^2 x$

第二节 基本初等函数及其图形

一、幂函数

幂函数$y=x^\mu$($\mu\in\mathbf{R}$,为常数),它的定义域和值域依μ的取值不同而不同,但是无论μ取何值,幂函数在$x\in(0,+\infty)$内总有定义,而且图形都经过(1,1)点,如图1.2所示.

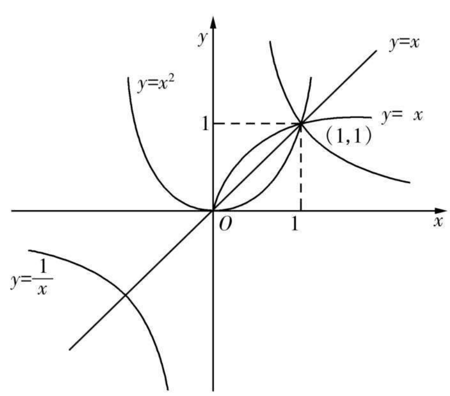


图 1.2

二、指数函数

指数函数$y=a^x$(a是常数且$a>0, a\neq 1$),它的定义域为$(-\infty,+\infty)$,值域为$(0,+\infty)$;当$a>1$时,函数单调增加;当$0<a<1$时,函数单调减少,值域为$(0,+\infty)$. 图像都经过点(0,1),如图

1.3 所示.

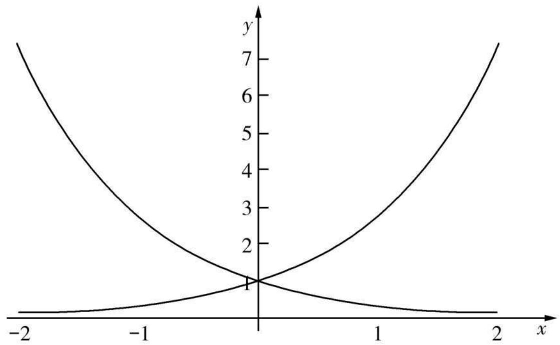


图 1.3

三、对数函数

对数函数 $y=\log_a x$（a 是常数且 $a>0,a\neq 1$）；它的定义域为$(0,+\infty)$，值域为$(-\infty,+\infty)$，对数函数和指数函数互为反函数. 它们的图像是关于直线 $y=x$ 对称的. 其图像始终在 y 轴右方，当 $a>1$ 时，图像严格单调递增；当 $0<a<1$ 时，图像严格单调递减. 恒过定点$(1,0)$，如图 1.4 所示.

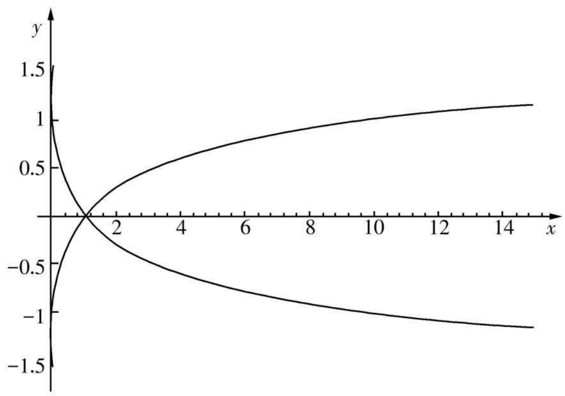


图 1.4

特别地，$a=10$ 时 $y=\log_{10}x=\lg x$ 称其为常用对数；当 $a=\mathrm{e}$ 时，$y=\log_{\mathrm{e}}x=\ln x$ 称其为自然对数.

四、三角函数

$y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$ 这六个函数统称为三角函数，其图像如图 1.5 所示.

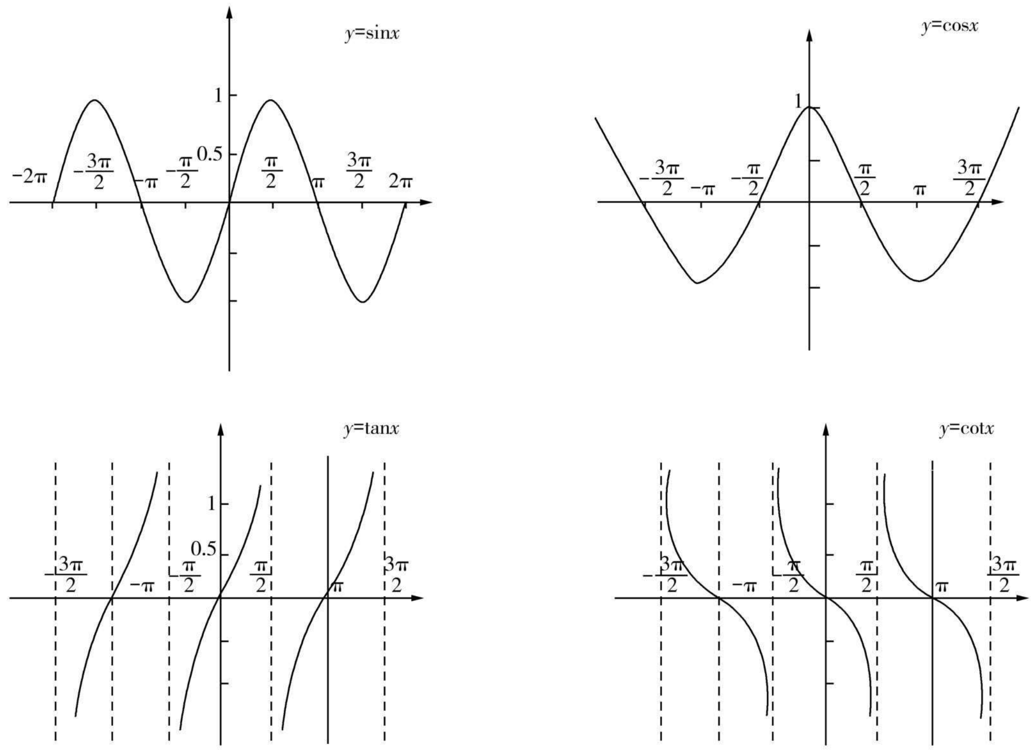


图 1.5

三角函数之间有如下运算关系:

平方关系:$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\qquad 1+\tan^2\alpha=\sec^2\alpha\qquad 1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha$

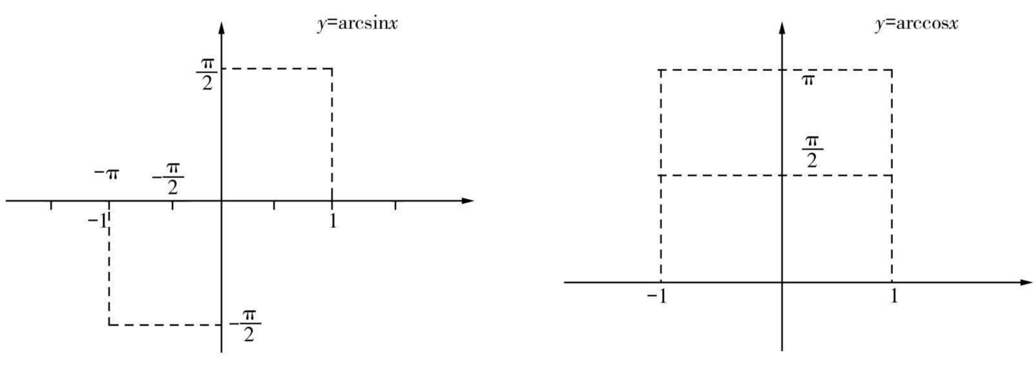
倒数关系:$\sin\alpha=\dfrac{1}{\csc\alpha}\qquad \cos\alpha=\dfrac{1}{\sec\alpha}\qquad \tan\alpha=\dfrac{1}{\cot\alpha}$

五、反三角函数

三角函数的反函数

$y=\arcsin x, y=\arccos x, y=\arctan x, y=\mathrm{arccot}\, x,$

叫反三角函数. 它们的图像分别如图 1.6 所示.



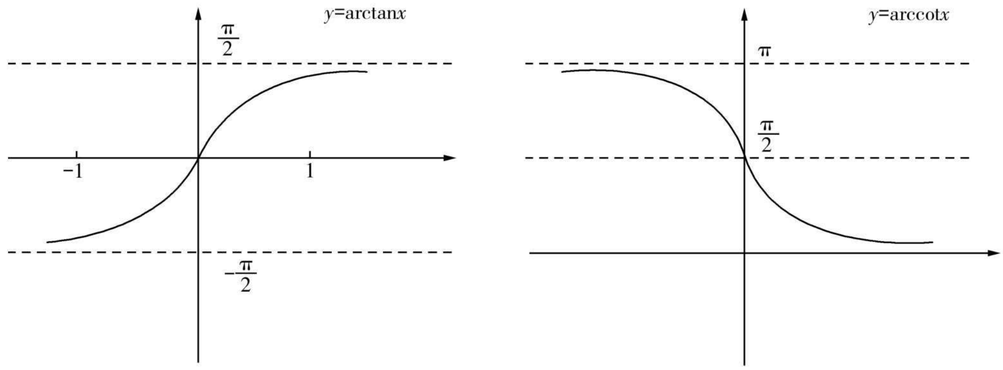


图 1.6

幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数这五类函数叫作基本初等函数.

习题 1.2

1. $f(x)=1-\tan^2 x$ 与 $g(x)=\sec^2 x$ 是否为同一个函数？

2. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\dfrac{3x^2}{x+4}+\ln(x-5)$　　(2) $y=\dfrac{1}{2x-5}+\sqrt{2x+3}$

(3) $f(x)=\dfrac{x^4-3x}{\sqrt{x^2-9x-10}}$　　(4) $f(x)=7\ln(x^2+2)$

3. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2}$，求函数值 $f(4)$，$f\left(\dfrac{1}{2}\right)$，$f(x_0)$，$f\left(\dfrac{1}{a}\right)$.

4. 设函数 $f(x)=2\sqrt{x}-x^2$，求函数值 $f(4)$，$f(9)$.

5. 现有分段函数如下：

$$f(x)=\begin{cases} x & 0\leqslant x<3 \\ 3 & 3\leqslant x<5 \\ 8-x & 5\leqslant x\leqslant 8 \end{cases}$$

请求出它的定义域，函数值 $f(0)$，$f(2.5)$，$f\left(\dfrac{7}{2}\right)$，$f(6)$. 并画出它的图像.

6. 判断函数 $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ 的奇偶性.

第三节　复合函数与初等函数

一、复合函数

定义　设 y 是 u 的函数 $y=f(u)$，而 u 又是 x 的函数 $u=\varphi(x)$，且 $u=\varphi(x)$ 的值域或值域

的一部分包含于 $y=f(u)$ 的定义域中,则数 x 通过 u 对应唯一确定的 y 值,从而 y 是 x 函数,称为由 $y=f(u)$ 与 $u=\varphi(x)$ 复合而成的复合函数. 记作:$y=f[\varphi(x)]$,其中,x 是自变量,y 是因变量,u 称为中间变量.

例 1　写出 $y=\sin u, u=2x^2+1$ 的复合函数.

解　将 $u=2x^2+1$ 代入 $y=\sin u$,得所求的复合函数是 $y=\sin(2x^2+1)$.

注意:并不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数. 例如函数 $y=\ln u, u=-1-x^2$,则不能复合成一个复合函数;复合函数也可由两个以上的函数复合而成.

例 2　指出下列函数的复合过程.

(1) $y=\sin\sqrt{1-x^2}$;　　(2) $y=\ln\cos 2^x$.

解　(1)所给函数是由 $y=\sin u, u=\sqrt{t}, t=1-x^2$ 复合而成;

(2)所给函数是由 $y=\ln u, u=\cos t, t=2^x$ 复合而成.

二、初等函数

由基本初等函数和常数经过有限次四则运算与有限次的函数复合步骤所构成的,且可用一个式子表示的函数,称为初等函数.

例如:函数 $y=e^{\cos x}+x\cdot\tan x$, $y=\sqrt{1-x^2}$ 及 $y=\dfrac{2x+5\ln(x+2^x)}{\sin(1-3x^2)}$ 等都是初等函数.

注意:一般说来,分段函数不是初等函数. 但也有分段函数是初等函数.

例如:函数 $y=\begin{cases} x, x\geqslant 0, \\ -x, x<0 \end{cases}$ 可表为 $y=\sqrt{x^2}$,而 $y=\sqrt{x^2}$ 是由 $y=\sqrt{u}$ 与 $u=x^2$ 复合而成的,是复合函数,故为初等函数.

三、分段函数

在实际问题中,我们常会遇到要把在定义域内不同区间内的几个函数,合并成为一个函数来研究. 例如,函数当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时,$y=2\sqrt{x}$,函数当 $x>1$ 时,$y=1+x$. 合并成一个函数后得到 $y=f(x)=\begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1 \\ 1+x, & x>1 \end{cases}$ 是一个分段函数.

定义　在定义域的不同区间内用不同的式子表示的函数,叫作分段函数.

如符号函数

$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases} 1 & x>0 \\ 0 & x=0 \\ -1 & x<0 \end{cases}$$

其图形如图 1.7 所示.

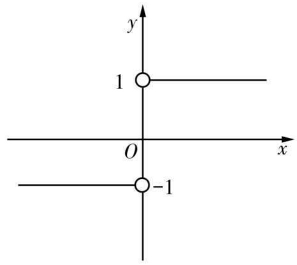


图 1.7

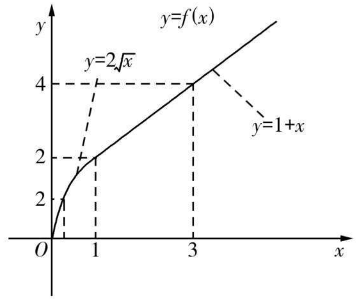


图 1.8

例 3　作出函数 $y=f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 1+x, & x>1\end{cases}$ 的图像,并求出 $f(0)$, $f(0.5)$, $f(1)$ 和 $f(3)$ 的值.

解　函数的定义域为 $[0,+\infty)$,值域为 $[0,+\infty)$,其图形如图 1.8 所示.

$f(0)=2\sqrt{0}=0$, $f(0.5)=f\left(\frac{1}{2}\right)=2\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$,

$f(1)=2\sqrt{1}=2$, $f(3)=1+3=4$.

对于分段函数要注意:

(1)虽然在自变量的不同变化范围内计算函数值的算式不同,但它们定义的是同一函数;

(2)分段函数的定义域是各个表达式的定义域的并集;

(3)在求分段函数的函数值时,应把自变量的值代入相应区间的表达式中进行求值.

四、建立函数关系式举例

人类在征服自然界的斗争中要进行大量的生产活动和科学实验,其中经常需要研究实际问题中出现的各个变量的变化情况,以及它们之间的依赖关系,并用数学公式表示出来,以便用数学方法来研究.

例 4　某企业需要生产容积为 16 的圆柱形密封包装桶,试建立包装桶所需材料面积与底面积半径之间的函数关系式.

解　设圆柱底面半径为 r,表面积为 A,则圆柱的高 $h=\frac{16}{\pi r^2}$,由题意可得

$$A=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi r\cdot\frac{16}{\pi r^2}+2\pi r^2=\frac{32}{r}+2\pi r^2$$

半径 r 的取值范围为区间 $(0,+\infty)$,所以,包装桶所需材料面积与底面半径的函数关系为

$$A=\frac{32}{r}+2\pi r^2, r\in(0,+\infty)$$

例 5　某地一段时间内个人所得税的征收标准是:月收入不超过 929 元免税;月收入超过 929 − 1429 元的部分按 5% 的税率征税;月收入超出 1429 − 2929 元的部分按 10% 的税率征税;月收入超出 2929 − 5000 元的部分按 15% 的税率征税. 求税金与月收入(假定月收入不超过 5000 元)的函数式.

解 设月收入为 x 元,税金为 y 元

(1)当 $0 \leqslant x \leqslant 929$ 时,$y=0$.

(2)当 $929 < x \leqslant 1429$ 时,$y=(x-929)\cdot 5\% = 0.05x-46.45$.

(3)当 $1429 < x \leqslant 2929$ 时,超过 1429 部分即 $(x-1429)$ 部分按 10% 征税,929－1429 部分即 $(1429-929)$ 部分按 5% 征税.

$y=(x-1429)\cdot 10\% + (1429-929)\cdot 5\% = 0.1x-117.9$.

(4)当 $2929 < x \leqslant 5000$ 时,超过 2929 部分即 $(x-2929)$ 部分按 15% 征税,1429－2929 部分即 $(2929-1429)$ 部分按 10% 征税. 929－1429 部分即 $(1429-929)$ 部分按 5% 征税.

$y=(x-2929)\cdot 15\% + (2929-1429)\cdot 10\% + (1429-929)\cdot 5\% = 0.15-264.35$.

综上所述,税金 y 与月收入 x 的函数式为

$$y=\begin{cases} 0 & (0 \leqslant x \leqslant 929) \\ 0.05x-46.45 & (929 < x \leqslant 1429) \\ 0.1x-117.9 & (1429 < x \leqslant 2929) \\ 0.15x-264.35 & (2929 < x \leqslant 5000) \end{cases}$$

习题 1.3

1. 已知函数 $f(x)=x^2$,$g(x)=\sin x$,求下列复合函数.

(1) $f[f(x)]$　　(2) $f[g(x)]$

(3) $g[f(x)]$　　(4) $g[g(x)]$

2. 指出下列各复合函数的复合过程.

(1) $y=\sqrt{1-x^2}$　　(2) $y=\mathrm{e}^{x+1}$

(3) $y=\sin\dfrac{3x}{2}$　　(4) $y=\cos^2(3x+1)$

(5) $y=\ln\sqrt{1+x}$　　(6) $y=\arccos(1-x^2)$

3. 设 $f(x)=\begin{cases} x+1, & -\infty < x \leqslant 0 \\ x^2, & 0 < x \leqslant 1 \\ 2^x, & 1 < x < +\infty \end{cases}$,求 $f(-1)$,$f(0)$,$f(0.5)$,$f(1)$,$f(2)$.

4. 有一边长为 a 的正方形铁片,从它的四个角截去相等的小正方形,然后折起各边做成一个无盖的小盒子,求它的容积与截去小正方形边长之间的函数关系,并指明定义域.

综合练习题一

1. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\sqrt{1-x^2}$　　(2) $\ln(x^2-1)$