大学物理

陈晨 邵雅斌 主编

北京邮电大学出版社

普通高等教育"十三五"规划教材

大 学 物 理

主 编 陈 晨 邵雅斌

北京邮电大学出版社
www. buptpress. com

内 容 简 介

本教材是根据教育部《高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划》的精神，结合高等应用科技型院校的特点而编写的。本教材作为高等院校少学时大学物理教材的改革尝试，采取了"高、宽、新、活、宜"的原则，即高视点选择经典内容，努力拓展知识面，尽力反映新科技发展概况，注意各部分知识之间的活化联系，同时内容的难度较适宜。

本教材共11章，涉及力学、热学、电磁学、振动和波、波动光学。对原有的大学物理教材的内容做了一定程度的变动。

全书采用SI单位制，所用名词以全国自然科学名词审定委员会公布的基础物理学名词为准。

本教材可作为高等学校理工科类学生的大学物理课程教材，也可供社会读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理 / 陈晨，邵雅斌主编 . -- 北京 ：北京邮电大学出版社，2017.9

ISBN 978-7-5635-5179-8

Ⅰ.①大… Ⅱ.①陈… ②邵… Ⅲ.①物理学－高等学校－教材 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第191375号

书　　　名：大学物理

著作责任者：陈　晨　邵雅斌　主编

责 任 编 辑：满志文

出 版 发 行：北京邮电大学出版社

社　　　址：北京市海淀区西土城路10号(邮编：100876)

发　行　部：电话：010-62282185　传真：010-62283578

E-mail：publish@bupt.edu.cn

经　　　销：各地新华书店

印　　　刷：

开　　　本：787 mm×1 092 mm　1/16

印　　　张：16.5

字　　　数：405千字

版　　　次：2017年9月第1版　2017年9月第1次印刷

ISBN 978-7-5635-5179-8　　　　定　价：39.60元

编 审 人 员

主　编　陈　晨　邵雅斌

编　者　高　辉　曲　阳　孟　利　陈　晨

　　　　邵雅斌　魏洪玲　李　强

主　审　李军卫

前　　言

物理学简称物理。它研究宇宙中物质存在的基本形式、基本性质、内部结构组成及物质世界相互作用、相互运动和相互转化的基本规律的学科。同时,它也是关于客观物质世界的最一般的运动规律、实验手段和思维方法的自然科学。千百年来物理学都被人们公认为是一门最为重要的自然科学,它不仅对客观物质世界及其规律做出了深刻的揭示,还在不断地发展和成长过程中形成了一整套独特而卓有成效的思想方法体系,成为人们认识客观物质世界的基础和工具。正因如此,物理学当之无愧是人类科学的瑰宝。近几十年来,物理学经历了时代的变迁,教育的改革,社会的进步,科技的飞速发展,它作为经典的科学理论、作为各学科的基础及人类分析问题、解决问题的重要方法,在现代高等教育中占有举足轻重的地位。

作为长期从事大学物理课程教育的教师,我们深深体会到了大学物理课程在整个高等教育中的基础地位和重要作用。基于近些年高校的扩招和应用科技型民办院校现阶段学时的减少等问题。我们想努力编写一本适应个各层次、各专业学生的需求、简单易懂、适应当前工科专业少学时教学特点的教材。

本次编写的《大学物理》考虑到当前国内物理教材改革的动态,本着适应当前应用科技型民办高校学时少的特点,由黑龙江东方学院物理教研室牵头,联合其他省内民办高校物理教研室共同完成。整本教材对原有大学物理的内容做了一些变动,删除了一些烦冗的内容,细化了各工科专业物理教学的内容。本教材在编写中力求简单精确地介绍物理学中的基本原理、基本方法,降低理论深度,降低例题难度,减少习题数量;不求整个物理体系的完整,力求教学相关内容的完整和前后贯通。这样不管学生自己阅读,还是教师课堂讲解,都层次清晰,条理分明,易学易用,是一本精简优质的少学时教材。

本教材共 11 章,每章后面都有适量习题,知识点清晰,符合标准,讲授全书约需要 60 学时。本教材的附录、第 1 章、第 2 章、第 3 章由黑龙江东方学院邵雅斌编写;第 4 章由哈尔滨石油学院高辉编写;第 5 章由哈尔滨石油学院曲阳编写;第 6 章由黑龙江东方学院魏洪玲编写;第 7 章由黑龙江东方学院李强编写;第 8 章由黑龙江东方学院孟利编写;第 9 章、第 10 章、第 11 章及前言由黑龙江东方学院陈晨编写,并负责全书的编稿工作。全书由黑龙江东方学院李军卫主审。

由于编者水平有限,书中难免有疏漏和错误之处,请读者不吝指正。

编　者

2017. 4

目　　录

第 1 章　质点运动学

质点运动学的任务是描述质点的运动，即从几何学的观点出发描述质点机械运动的状态随时间变化的关系，而不追究引起质点运动及运动状态变化的原因。本章主要介绍位置矢量、位移、速度、加速度等描述质点运动的物理量以及它们之间的关系，介绍反映质点运动情况的运动方程、反映质点运动轨迹的轨迹方程，并在此基础上研究几种特殊的机械运动形式。

1.1　参考系　坐标系　质点模型

1.1.1　参考系

自然界中的物质都处于永不停息的运动状态之中，运动是物质的存在形式，是物质的固有属性，运动和物质是不可分割的，这就是运动的绝对性，绝对静止的物体是不存在的。例如，列车的茶几上看似静止的茶杯其实在随列车一起向前运动，地面上看似静止的物体其实是以 $3.0\times10^4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度随地球一起绕太阳运动，研究行星运动时认为静止的太阳其实也是以 $2.5\times10^5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度在银河系中运动。

物体的运动是绝对的，但对于运动的描述却是相对的。描述同一个物体的运动，不同的人往往得出不同的结论。例如，研究列车的茶几上茶杯的运动，列车上的乘客认为茶杯是静止的，但站在站台上的人则认为茶杯是运动的。为什么同一个物体的运动，不同的人会得出不同的观察结果呢？原因就是这两个人在描述茶杯运动情况时选择了不同的参考物体，列车上的乘客以茶几为参考物体，得出茶杯静止的结论；而站台上的人以地面为参考物体，则得出茶杯运动的结论。再比如，从匀速上升电梯的顶棚落下一枚钉子，在电梯中的人看来，这枚钉子作的是自由落体运动，钉子直接下落到电梯的地面；而在地面上的人看来，这枚钉子则在作有一定初速度的竖直上抛运动，钉子是先上升一段高度，然后再下落。这两个人描述同一枚钉子的运动却得出不同结论，仍然是因为他们选择了不同的物体作为参考，电梯中的人是以电梯的地面为参考物体，而地面的人则是以电梯外的地面作为参考物体的。

可见，描述物体运动时，必须选择另一个物体作为参考物，离开所选择的参考物去描述

某一个运动是没有意义的，这个运动也是无法描述的。在描述物体运动时，选作参考的物体称为参考系。在以后描述物体运动时，必须事先指出选择什么物体作为参考系。参考系的选择可以是任意的，可视问题的性质和研究问题的方便而定。例如，研究地面附近物体的运动时，我们一般选择地球或相对于地球静止的物体为参考系（如不加特殊说明，在本书中都是以地球或相对于地球静止的物体为参考系讨论问题），而如果研究天体的运动，则一般选择太阳为参考系。

1.1.2 坐标系

在选择合适的参考系之后，要定量地描述物体相对于参考系的运动情况，还需要在选定的参考系中建立适当的坐标系，坐标系是参考系的数学表示。坐标系有许多种，如直角坐标系、极坐标系、自然坐标系等。坐标系的选择也是任意的，一般视问题的性质和方便而定，无论选取哪类坐标系，物体运动性质都不会改变。当然，如果选取的坐标系恰当，可以使问题的研究得以简化。

最常用的坐标系是直角坐标系（也称笛卡儿坐标系）。坐标系的原点 O 与参考系固定在一起，沿相互垂直的方向选取三个坐标轴，分别记为 x、y、z 轴，这样的坐标系称为空间直角坐标系，记为 $Oxyz$ 坐标系；如果所研究的物体做平面运动，也可以在平面内沿相互垂直方向建立两个坐标轴，分别记为 x、y 轴，这样的坐标系称为平面直角坐标系，记为 Oxy 坐标系；如果所研究的物体做直线运动，则只需建立一个坐标轴，记为 Ox 坐标轴。在具体问题中，需要建立几个坐标轴，坐标轴的正向指向哪里同样以问题的方便而定。

1.1.3 质点模型

实际问题中的物理过程往往都是比较复杂的，在讨论问题过程中，经常把实际的问题进行适当的简化，抓住问题的主要矛盾，从实际的问题中抽象出可以进行数学描述的理想物理模型，从而找出问题中最基本、最本质的规律。

质点即是力学中常用的一种理想物理模型。如果在某些运动中，有大小和形状的物体的各个组成部分具有相同的运动规律，或者物体的大小和形状对于所研究的问题没有影响，或者即使有影响，其影响也可以忽略不计，这时，我们就可以把物体视为一个没有大小和形状而有质量的点，这个点即为质点。一般地，在以下两种情形中可以把物体视为质点。

（1）物体运动时，其上所有点的运动情况相同，物体的大小和形状对于所研究的问题没有影响。例如，在桌面上平移一个杯子，组成杯子的各点运动情况相同，此时如果了解了杯子上任意一个点的运动情况，那么杯子上其他点的运动情况我们也就清楚了，因此，我们可以用这一个点来代替其他所有的点，通过研究这个点的运动来了解整个杯子的运动，也就是说，此时，在研究杯子的运动时把整个杯子视为一个有质量的点——质点，而没有必要去考虑杯子的大小和形状。

（2）物体的大小和形状对所讨论问题的影响可以忽略不计。例如，在研究地球绕太阳的公转时，虽然地球自身尺度和形状会使地球上各点的运动情况不尽相同，但相比较地球到太阳的距离（约 1.5×10^{8} km）而言，地球的尺度（约 6 370 km）太小了，地球尺度造成的各点运动情况的差异也太小了，这个差异不会影响对公转运动的研究，因此此时也可以把地球视为一个质点来研究其绕太阳的公转问题。

需要指出的是：一个物体是否可以视为质点还要视具体问题性质而定。例如，同是一个地球，在研究地球绕太阳的公转时可以把它视为质点，但如果要研究地球自转问题，地球则不可以视为质点，因为这时地球自身的大小和形状所引起的各点运动情况的差异是不可以忽略的，正是这种差异才使地球能够自转，如果忽略了这种差异，那么地球的自转是无法解释的。

建立理想物理模型是物理学中常用的研究方法之一。在以后的学习中，还会接触到质点系、刚体、弹簧振子、理想气体等理想物理模型。

练习题

雨点自空中相对于地面匀速竖直下落，试讨论在下述参考系中观察时，雨点的运动情况：(1)地面上静止的人群；(2)地面上匀速行驶的车中；(3)与雨点速度相同竖直下落的升降机中。

1.2　质点运动的描述

选择合适的参考系，建立合适的坐标系之后，就可以对质点的运动进行描述了。本节首先研究质点位置的描述，介绍描述位置的位置矢量，以及描述位置变化情况的运动方程、轨迹方程；然后，介绍描述运动的其他几个物理量，并讨论它们之间的关系。

1.2.1　质点位置的描述

1. 位置矢量

我们知道，当质点处于空间某一位置时，这个位置与所建立的坐标系中的一组坐标值是一一对应的，如图 1-1 所示，因而可以用这一组坐标值(x,y,z)来描述质点的位置。

我们还可以用一个矢量来描述这个点的位置。如图 1-1 所示，对于坐标系中的一个点P，我们可以从原点O引一个指向该点的有向线段$\overrightarrow{OP}$，有向线段可以用来表示矢量，$\overrightarrow{OP}$所表示的矢量可以记为$\boldsymbol{r}$。在坐标系中，点的位置与有向线段是一一对应的，而有向线段与矢量也是一一对应的，因此，可以说，点的位置与矢量是一一对应的，所以可以用矢量$\boldsymbol{r}$来描述质点的位置，这个用来描述质点位置的矢量称为位置矢量（简称位矢，又称径矢）。相应地，质点在坐标系中的坐标x、y、z称为位置矢量在对应坐标轴上的分量。

如图 1-2 所示，在直角坐标系中，位置矢量$\boldsymbol{r}$可以表示成

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

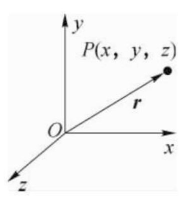

图 1-1　位置矢量

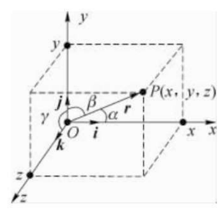

图 1-2　位置矢量的坐标表示

式(1-1)称为位置矢量在坐标系中的分量形式。式中：$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x、y、z 三个坐标轴方向的单位矢量，它们的方向分别与三个坐标轴的正向一致，大小都为 1。

位置矢量的大小为

$$|\boldsymbol{r}|=r=\sqrt{x^2+y^2+z^2} \tag{1-2}$$

位置矢量的大小反映出质点到原点的距离。

位置矢量的方向可以用矢量与坐标轴的夹角余弦表示，分别为

$$\cos\alpha=\frac{x}{r},\cos\beta=\frac{y}{r} \tag{1-3}$$

位置矢量的方向反映出质点在坐标系中的方位。

例题 **1-1** 如图 1-3 所示，试写出 A 点对应位置矢量的分量形式，并求出其大小和方向。

解 在平面直角坐标系中，A 点对应位置矢量的分量形式可写为

$$\boldsymbol{r}_A=\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}\ \text{m}$$

位置矢量的大小为

$$|\boldsymbol{r}_A|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}\ \text{m}$$

与坐标轴正向的夹角余弦为

$$\cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5},\cos\beta=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

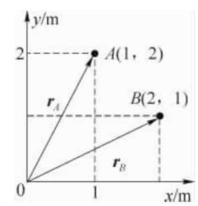

图 1-3 例题 1-1 用图

2.运动方程

质点作机械运动时，其位置随时间是变化的，质点在坐标系中对应的坐标 x、y、z 也是随时间变化的，相应地，描述质点位置的位置矢量也是随时间变化的，这时位置矢量可以写为时间 t 的函数，即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-4}$$

对于具体的机械运动，如果知道了式(1-4)的具体形式，则代入相关的时间值，即可得到该时刻质点的位置矢量，可见此式能够反映出质点的位置随时间的变化情况，因而称此式为质点的运动方程。

例题 **1-2** 已知一质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=t^2\boldsymbol{i}+2t\boldsymbol{j}$，式中 $\boldsymbol{r}$ 的单位是 m，t 的单位是 s。试求：$t=2$ s 时质点的位置矢量。

解 把 $t=2$ s 代入运动方程可得

$$\boldsymbol{r}_2=t^2\boldsymbol{i}+2t\boldsymbol{j}=2^2\boldsymbol{i}+2\times2\boldsymbol{j}=4\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}\ \text{m}$$

3.轨迹方程

运动方程中各坐标轴上分量如果分别表示出来，可写为

$$\begin{cases}x=x(t)\\y=y(t)\\z=z(t)\end{cases} \tag{1-5}$$

式(1-5)是运动方程的参数形式。由运动方程的参数形式，消去时间参数 t，可得到反映质点运动时对应坐标之间关系的方程 $f(x,y,z)=0$，根据这个方程，可以描绘出质点运动时所经历的轨迹的形状，因而，这个消去时间 t 而得到的方程称为轨迹方程。

例题 **1-3** 已知如例题 1-2，试求：质点运动的轨迹方程，并描绘出质点运动的轨迹。

解　根据运动方程可写出对应的参数形式为

$$\begin{cases} x=t^2 \\ y=2t \end{cases}$$

消去参数形式中的时间参数 t，可得质点的轨迹方程为

$$x=\frac{1}{4}y^2$$

根据轨迹方程可知，此质点的运动轨迹是一条关于 x 轴对称、开口向 x 轴正向的抛物线，如图 1-4 所示。

按照运动轨迹的形状不同，可以把质点的运动进行分类：运动轨迹为直线的运动，称为直线运动；运动轨迹为曲线的运动称为曲线运动。对于曲线运动，当轨迹为抛物线时称为抛体运动，轨迹为圆时称为圆周运动，轨迹形状不规则的则称为一般曲线运动。

4. 位移

研究质点的运动，不仅要知道质点在任意一时刻位置情况，还要知道一段时间内质点位置的变化情况。描述质点位置变化情况的物理量称为位移，用 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示。如图 1-5 所示，质点在 Oxy 平面内运动，t 时刻位于 A 点，$t+\Delta t$ 时刻位于 B 点，则 Δt 时间内质点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 为由 A 点指向 B 点的有向线段。若 A 点对应的位置矢量为 $\boldsymbol{r}_A=x_A\boldsymbol{i}+y_A\boldsymbol{j}$，$B$ 点对应的位置矢量为 $\boldsymbol{r}_B=x_B\boldsymbol{i}+y_B\boldsymbol{j}$，根据矢量减法运算三角形法则可知

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=\Delta x\,\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j} \tag{1-6}$$

式中，$\Delta x=x_B-x_A$，$\Delta y=y_B-y_A$。

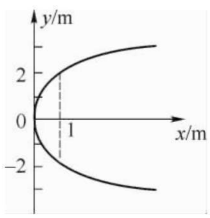

图 1-4　例题 1-3 用图

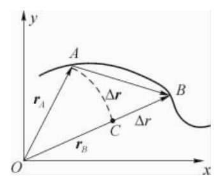

图 1-5　位移

位移是矢量，其大小为

$$|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}$$

方向同样可用矢量与坐标轴的夹角余弦表示

$$\cos\alpha=\frac{\Delta x}{|\Delta\boldsymbol{r}|}$$

对于位移的理解，需要注意以下几点：

(1) 位移不同于路程。位移表示的是质点始末位置的变化情况，而路程反映质点在这两个位置之间所经历的实际行程，用 ΔS 表示；位移是矢量，既有大小，又有方向，路程是标量，只有大小，没有方向；位移的大小也不同于路程，如图 1-5 所示，位移的大小对应于图中 A、B 两点间的直线段长，而路程对应于 A、B 两点间的弧线长，只有当 $\Delta t\to 0$ 时，方可认为两者大小相同。另外，即使在直线运动中，位移和路程也是两个截然不同的物理量。例如，以初速度 $v_0=9.8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 竖直向上抛出物体，在抛出后的 2s 内此物体的位移为零(因物体又落回抛出点)，但路程却不为零，路程的大小为 9.8m。

(2) $\Delta\boldsymbol{r}$ 不同于 Δr。$\Delta\boldsymbol{r}$ 表示两点间的位移，是矢量。在图 1-5 中，$\Delta\boldsymbol{r}$ 大小对应于 A、B 两点间的直线段长；Δr 表示位置矢量大小的变化，是质点到坐标原点距离的变化，是标量。在图 1-5 中，Δr 大小对应于 B、C 两点间的直线段长。

在国际单位制，即 SI 制中，位置矢量和位移的单位都为米(m)。常用的单位还有千米(km)和厘米(cm)。

1.2.2 速度和速率

1. 平均速度和瞬时速度

速度是描述物体运动快慢的物理量。一段时间内物体的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 与发生这段位移所经历的时间 Δt 的比值称为这段时间内物体的平均速度，用 $\bar{v}$ 表示，即

$$\bar{v}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-7}$$

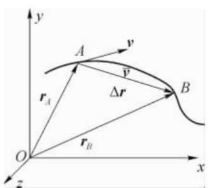

图 1-6 平均速度和瞬时速度

式中，$\Delta\boldsymbol{r}$ 是矢量，Δt 是标量，因而平均速度 $\bar{\bar{v}}$ 是矢量，其方向与 $\Delta\boldsymbol{r}$ 方向相同，如图 1-6 所示。平均速度只能是这段时间内物体运动快慢及运动方向的一个粗略的描述，如果想知道某一时刻质点运动的快慢和运动的方向如何，则需要把考虑的时间间隔 Δt 尽可能的取小，时间间隔越小，描述将是越细致的。当 $\Delta t\to 0$ 时，平均速度的极限值称为瞬时速度(简称速度)，用 v 表示，即

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

根据微积分知识可知，这个极限应等于位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 对时间的一阶导数，即

$$v=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-8}$$

式中，$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$、$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$、$v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ 分别称为速度沿三个坐标轴的分量。根据各分量可计算速度大小为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$$

速度的方向可表示为

$$\cos\alpha=\frac{v_x}{v},\cos\beta=\frac{v_y}{v}$$

速度是矢量，速度的方向为 $\Delta t\to 0$ 时 $\Delta\boldsymbol{r}$ 方向。由图 1-6 可知，$\Delta t\to 0$ 时 $\Delta\boldsymbol{r}$ 方向为轨迹的切线方向，所以速度的方向应沿该时刻质点所在位置轨迹切线且指向运动的前方。

2. 平均速率和瞬时速率

一段时间内物体运动的路程 ΔS 与发生这段路程所经历的时间 Δt 的比值称为这段时间内物体的平均速率，用 $\bar{v}$ 表示，即

$$\bar{v}=\frac{\Delta S}{\Delta t} \tag{1-9}$$

式中，ΔS 是标量，Δt 是标量，因而平均速率 $\bar{v}$ 是标量。

与平均速度相似，平均速率也只能是这段时间内物体运动快慢的一个粗略的描述，如果

想知道某一时刻质点运动的快慢如何，则需要把考虑的时间间隔 Δt 尽可能的取小，当 $\Delta t \to 0$ 时，平均速率的极限值称为瞬时速率（简称速率），用 v 表示，即

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

瞬时速率也是标量。

对于以上四个物理量理解时，需要注意以下几点：

(1) 在国际单位制(SI)中，它们的单位都是米每秒($\mathrm{m\cdot s^{-1}}$)，生活中常用的单位还有千米每秒($\mathrm{km\cdot s^{-1}}$)和千米每小时($\mathrm{km\cdot h^{-1}}$)。

(2) 平均速度和瞬时速度都是矢量，既有大小又有方向；平均速率和瞬时速率都是标量，只有大小，没有方向。

(3) 平均速率和平均速度的大小并不相等。平均速率的大小是路程除以时间，而平均速度的大小是位移的大小除以时间，路程与位移的大小不相等，因而平均速率与平均速度的大小不相等。

(4) 瞬时速率和瞬时速度的大小相等。由前面分析可知，当 $\Delta t\to 0$ 时，路程与位移的大小相等，因而有

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}=|v| \tag{1-11}$$

例题 1-4　已知如例题 1-2。试求：(1)质点在 $t=1\mathrm{s}$ 至 $t=3\mathrm{s}$ 时间内的位移；(2)$t=1\mathrm{s}$ 时质点速度的大小和方向。

解　(1) 根据 $\boldsymbol{r}=t^2\boldsymbol{i}+2t\boldsymbol{j}$，把时间 $t=1\mathrm{s}$ 和 $t=3\mathrm{s}$ 分别代入运动方程，可得两时刻质点的位置矢量分别为

$$\boldsymbol{r}_1=1^2\boldsymbol{i}+2\times 1\boldsymbol{j}=\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$$
$$\boldsymbol{r}_3=3^2\boldsymbol{i}+2\times 3\boldsymbol{j}=9\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}$$

质点的位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_3-\boldsymbol{r}_1=9\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}-(\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j})=8\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}\ \mathrm{m}$$

(2) 根据运动方程，可得速度表达式为

$$v=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(t^2)}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}(2t)}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=2t\,\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$$

代入时间值，得 $t=1\mathrm{s}$ 时质点的速度为

$$v_1=2\times 1\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}=2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$$

速度的大小为

$$v_1=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

方向与 x 轴正向夹角

$$\alpha=\arccos\frac{v_{1x}}{v_1}=\arccos\frac{2}{2\sqrt{2}}=\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}=45^\circ$$

1.2.3　加速度

质点运动时，速度也不总是恒定不变的，为了描述运动速度的变化情况，下面引入加速度的概念。相应的，加速度也分为平均加速度和瞬时加速度。

质点运动速度的变化 $\Delta \boldsymbol{v}$ 与产生这个变化所经历的时间 Δt 的比值,称为这段时间内质点的平均加速度,用 $\overline{\boldsymbol{a}}$ 表示,即

$$\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1}{\Delta t} \tag{1-12}$$

式中,$\Delta \boldsymbol{v}$ 是矢量,Δt 是标量,因而平均加速度 $\overline{\boldsymbol{a}}$ 是矢量,其方向与速度的变化量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的方向一致。

平均加速度只能粗略地描述一段时间内质点运动速度变化快慢以及速度方向变化的情况,如果要细致地了解某一时刻质点速度变化的快慢及方向,则需要把平均加速度公式中的时间长度 Δt 尽可能地取得小一些,当 $\Delta t\to 0$ 时,平均加速度的极限值称为瞬时加速度(简称加速度),用 $\boldsymbol{a}$ 表示,即

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-13}$$

加速度是速度对时间的一阶导数,是位置矢量对时间的二阶导数。

在直角坐标系中,加速度可以写为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1-14}$$

式中,$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$,$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$,$a_z=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$分别表示加速度沿三个坐标轴的分量。

加速度是矢量,大小为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

加速度的方向可表示为

$$\cos\alpha=\frac{a_x}{a}\quad \cos\beta=\frac{a_y}{a}$$

对于曲线运动,加速度的方向总是指向曲线的凹侧(此点将在圆周运动中给予说明)。

在国际单位制中,平均加速度和瞬时加速度的单位都是米每二次方秒($\mathrm{m\cdot s^{-2}}$)。

例题 **1-5** 已知如例题 1-2,试求:$t=1\mathrm{s}$ 时质点加速度的大小和方向。

解 根据 $\boldsymbol{r}=t^2\boldsymbol{i}+2t\boldsymbol{j}$,可得质点加速度的表达式为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2(t^2)}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2(2t)}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}=2\boldsymbol{i}\quad \mathrm{m/s^2}$$

由结果可知,质点运动的加速度是恒定不变的,任意时刻,加速度的大小都为$2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$,方向沿 x 轴正向。加速度保持不变的运动称为匀变速运动。

练习题

1. 如图 1-3 所示,试写出 B 点对应位置矢量的分量形式,并求出其大小和方向。

2. 已知一质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=5\cos\pi t\boldsymbol{i}+5\sin\pi t\boldsymbol{j}$,式中 $\boldsymbol{r}$ 的单位是 m,t 的单位是 s。试求:(1)$t=2\mathrm{s}$ 时质点的位置矢量;(2)质点运动的轨迹方程,并描绘轨迹的形状。

3. 已知如练习题 2。试求:(1)质点在 $t=1\mathrm{s}$ 至 $t=3\mathrm{s}$ 时间内的位移;(2)$t=1\mathrm{s}$ 至$t=3\mathrm{s}$时间内质点的平均速度;(3)$t=3\mathrm{s}$ 时质点速度的大小和方向;(4)$t=1\mathrm{s}$ 至$t=3\mathrm{s}$时间内质点的平均加速度;(5)$t=3\mathrm{s}$ 时质点加速度的大小和方向。

1.3　直线运动　运动学的两类问题

直线运动是质点运动中最简单、最基本的运动。本节主要介绍描述直线运动各物理量在坐标系中的表示方案。然后，以直线运动为例，讨论运动学中的两类基本问题及其解决方法。

1.3.1　直线运动

如果质点相对于参考系作直线运动，则质点的位移、速度和加速度等各矢量全都在同一直线上，因此，我们只需取一条与直线轨迹相重合的坐标轴，并选一适当的原点 O 和规定一个坐标轴的正方向，建立 Ox 轴。

在这样的坐标系中，由于描述运动各矢量的方向仅有两种可能性——与轴的正方向相同或与轴的正方向相反，这时我们可以用各矢量的正负来反映其方向（量值为正时说明矢量的方向与坐标轴正向相同，量值为负时说明矢量的方向与坐标轴正向相反），因而，在直线运动中可以把各矢量当标量来处理，运动方程、速度和加速度可以分别写为

$$\begin{cases} x=x(t) \\ v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \end{cases} \tag{1-15}$$

例题 **1-6**　已知一质点作直线运动，运动方程为 $x=8t-3t^2$。式中 x 的单位是 m，t 的单位是 s。试求：(1) $t=2$ s 时质点的位置；(2) $t=1$ s 至 $t=2$ s 时间内质点的位移；(3) $t=1$ s 时质点的速度和加速度。

解　(1)根据 $x=8t-3t^2$，可得 $t=2$ s 时质点的位置为

$$x_2=8t-3t^2=8\times2-3\times2^2=4\ \mathrm{m}$$

结果为正值，说明此时质点在坐标轴的正向，如图 1-7 所示。

(2)质点在 $t=1$ s 时的位置为

$$x_1=8t-3t^2=8\times1-3\times1^2=5\ \mathrm{m}$$

$t=1$ s 至 $t=2$ s 时间内质点的位移为

$$\Delta x=x_2-x_1=4-5=-1\ \mathrm{m}$$

结果为负值，说明这段时间内质点总体在向 Ox 轴负向运动，如图 1-7 所示。

(3)根据运动方程 $x=8t-3t^2$，可得质点的速度表达式为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=8-6t$$

代入时间值，可得 $t=1$ s 时质点的速度为

$$v_1=8-6\times1=2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

结果为正值，说明此时质点速度方向沿 Ox 轴正向，如图 1-7 所示。

根据速度表达式 $v=8-6t$，可得加速度的表达式为