高等数学辅助练习

安徽师范大学数学计算机科学学院高等数学教学部主编

电子科技大学出版社

高等数学辅助练习

安徽师范大学数学计算机科学学院高等数学教学部　编

电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学辅助练习/安徽师范大学数学计算机科学学院高等数学教学部编.
—成都:电子科技大学出版社,2014.8
ISBN 978-7-5647- -

Ⅰ. ①安… Ⅱ. ②周… Ⅲ. ③电子计算机一高等学校一教材 Ⅳ. ①

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 号

高等数学辅助练习

安徽师范大学数学计算机科学学院高等数学教学部 编

出　　版:电子科技大学出版社(成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦 邮编:610051)
策划编辑:
责任编辑:
主　　页:www.uestcp.com.cn
电子邮箱:uestcp@uestcp.com.cn
发　　行:新华书店经销
印　　刷:安徽省天歌印刷厂
成品尺寸:185mm×260mm　**印张**　**字数**　千字
版　　次:2014 年 8 月第一版
印　　次:2014 年 8 月第一次印刷
书　　号:ISBN 978-7-5647- -
定　　价: .00 元

◆ 发行部电话:028—83202463,邮购部电话:028—83208003。
◆ 本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。
◆ 课件下载在我社主页“下载专区”。

前　言

本辅助练习根据《高等数学》《线性代数》《概率论与数理统计》教学需要，在各教学环节中逐步培养学生的抽象能力、逻辑推理能力、空间想象能力、运算能力和自学能力的特点，结合最新的考研要求和题型变化特征，进行编写，特别注意培养学生综合运用所学知识去分析问题和解决问题的能力。

本辅助练习结合最新的考研要求和题型变化特征编写而成，全书分为五个部分，内容分别对应《高等数学（一）》《高等数学（三）》《线性代数（一）》《线性代数（三）》《概率论与数理统计》，是这几门大学理工科数学重要基础理论课的配套辅助练习教程，内容涵盖了这几门课的所有重要知识点，并包含大量练习和各章的综合测试卷，有助于学生及时复习巩固高等数学基本技能技巧，可作为大学本科理、工科、经济、管理类各种不同专业学生复习和考研用书。

本辅助练习由安徽师范大学数学计算机科学学院高等数学教学部共同编写，并得到了安徽师范大学数学计算机科学学院领导和电子科技大学出版社的大力支持，在此表示感谢。

由于水平有限，书中不妥之处在所难免，敬请广大师生在使用过程中批评指正，以便修订完善。

编　者

2014 年 6 月

目　　录

高等数学(一)

高等数学(三)

线性代数(一)

线性代数(三)

概率论与数理统计

高等数学辅助练习

—— 高等数学(一)

安徽师范大学数学计算机科学学院高等数学教学部　编

学院、专业：____________ 班级：____________ 任课教师：___________

学号：__________________ 姓名：____________ 成绩：_______________

第一章　函数　极限与连续

1－1

一、填空题

1. 设 $A=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$，$B=[-5,2)$，则 $A\cup B=$ _______，$A\cap B=$ _______，$A\backslash B=$ _______.

2. 请写出下列不等式的解：

(1)$x(x^2-1)>0$，则解为__________________；

(2) $|x-1|<|x-3|$，则解为__________________；

(3) $\sqrt{x-1}-\sqrt{2x-1}\geqslant\sqrt{3x-2}$，则解为__________________.

二、设 $x\neq 0$，证明 $\left|x+\dfrac{1}{x}\right|\geqslant 2$，并说明其中等号何时成立.

三、证明：对任何 $x\in\mathbf{R}$ 有

(1) $|x-1|+|x-2|\geqslant 2$；(2) $|x-1|+|x-2|+|x-3|\geqslant 2$.

四、用区间表示下列不等式的解：

1. $|x-1|-x\geqslant 0$；2. $(x-a)(x-b)(x-c)>0$ (a,b,c 为常数，且 $a<b<c$)；

3. $\sin x\geqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

五、设 $a,b,c\in\mathbf{R}^{+}$，证明：$\left|\sqrt{a^{2}+b^{2}}-\sqrt{a^{2}+c^{2}}\right|\leqslant|b-c|$. 你能说明此不等式的几何意义吗?

六、设 a 为有理数，x 为无理数. 证明：

(1)$a+x$ 是无理数；(2) 当 $a\neq0$ 时，ax 是无理数.

学院、专业：____________　　班级：____________　　任课教师：__________

学号：__________________　　姓名：____________　　成绩：_______________

1－2

一、选择题

1. 设在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内函数 $f(x)>0$，且当 k 为大于 0 的常数时有 $f(x+k)=\dfrac{1}{f(x)}$，则在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内函数 $f(x)$ 是(　　).

A. 奇函数　　B. 偶函数　　C. 周期函数　　D. 单调函数

2. 设 $f(x)=x|\sin x|$，$x\in\left(-\dfrac{\pi}{2},+\dfrac{\pi}{2}\right)$，则 $f(x)$(　　).

A. 在 $\left(-\dfrac{\pi}{2},+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 内单调增

B. 在 $\left(-\dfrac{\pi}{2},+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 内单调减

C. 在 $\left(-\dfrac{\pi}{2},0\right)$ 内单调增，而在 $\left(0,+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 内单调减

D. 在 $\left(-\dfrac{\pi}{2},0\right)$ 内单调减，而在 $\left(0,+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 内单调增

3. 下列函数中为非偶函数的是(　　).

A. $f(x)=\arccos x$　　B. $f(x)\sin x\dfrac{2^x-1}{2^x+1}$

C. $f(x)=\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+x}$　　D. $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}\lg(x+\sqrt{1+x^2})$

4. 下列函数中，(　　)不是基本初等函数.

A. $y=\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)^x$　　B. $y=\ln x^2$　　C. $y=\dfrac{\sin x}{\cos x}$　　D. $y=\sqrt[3]{x^5}$

二、填空题

1. 函数 $f(x)=\ln\ln\ln x+\sqrt{100-x^2}$ 的定义域为__________________.

2. 函数 $y=\sin x\left(\dfrac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\dfrac{3\pi}{2}\right)$ 的反函数为__________________.

3. 已知 $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$，则 $f\left[\dfrac{1}{f(x)-1}\right]=$__________________.

三、设对一切不等于 0 及 -1 的实数 x 恒有

$$2f(x)+x^2f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{x^2+2x}{x+1},$$

(1) 证明 $f(x)+2x^2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{2x^2+x}{x+1}$；(2) 求 $f(x)$.

四、设函数对任意实数 x、y 满足关系式：$f(x+y)=f(x)+f(y)$，求出 $f(0)$ 及判断函数 $f(x)$ 的奇偶性.

五、求常数 a,b,c，使$\dfrac{x+3}{x(x-1)^2}=\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{x-1}+\dfrac{c}{(x-1)^2}$.

学院、专业：____________ 班级：____________ 任课教师：___________

学号：___________________ 姓名：____________ 成绩：________________

六、若 $f(x)=1+\frac{x}{2}$，求 $f_n(x)=f\{f[\cdots f(x)]\}$（$n$ 重复合）的表达式，并用数学归纳法证明.

七、设 $f(x)=\begin{cases} 0, & -1\leqslant x<0 \\ x, & 0\leqslant x<1 \\ 2-x, & 1\leqslant x<2 \end{cases}$，若 $F(x)=f(1-2x)$，

求：(1) $F(x)$ 的表达式和定义域；(2) 画出 $F(x)$ 的图形.

八、若 $f(x)$，$g(x)$，$h(x)$ 都是单调增函数，且对一切 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x)\leqslant g(x)\leqslant h(x)$，试证明 $f[f(x)]\leqslant g[g(x)]\leqslant h[h(x)]$.

九、设函数

$$f(x)=\begin{cases}x-\dfrac{1}{x}, & x<-1\\ x, & x\geqslant -1\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}-x, & x\leqslant 1\\ x+\dfrac{1}{x}, & x>1\end{cases}$$

求 $F(x)=f(x)g(x)$ 的表达式,并求 $F(0)$.

十、设 $f\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)=3f(x)-2x$,求 $f(x)$.

学院、专业:____________ 班级:____________ 任课教师:___________

学号:__________________ 姓名:____________ 成绩:_______________

1-3

一、试问 $y=|x|$ 是初等函数吗?

二、设

$$f(x)=\begin{cases}1, & |x|<1\\ 0, & |x|=1,\\ -1, & |x|>1\end{cases}\quad g(x)=e^x,$$

求 $f[g(x)]$ 和 $g[f(x)]$,并作出这两个函数的图形.

三、已知水渠的横截面为等腰梯形,斜角 $\varphi=40^\circ$(如图 1-1). 当过水断面 $ABCD$ 的面积为定值 S_0 时,求湿的周长 $L(L=AB+BC+CD)$ 与水深 h 之间的函数关系式,并指明其定义域.

四、收音机每台售价为 90 元，成本为 60 元. 厂方为鼓励销售商大量采购，决定凡是订购量超过 100 台以上的，每台多订购 1 台，售价就降低 1 分，但最底价为每台 75 元.

(1) 将每台的实际售价 p 表示为订购量 x 的函数；

(2) 将厂方所获的利润 P 表示成订购量 x 的函数；

(3) 某一商行订购了 1000 台，厂方可获利润多少？

五、证明关于函数 $y=[x]$ 的如下不等式：

(1) 当 $x>0$ 时，$1-x<x\left[\dfrac{1}{x}\right]\leqslant 1$； (2) $x<0$ 时，$1\leqslant x\left[\dfrac{1}{x}\right]<1-x$.

学院、专业：__________ 班级：__________ 任课教师：__________

学号：__________ 姓名：__________ 成绩：__________

1－4

一、选择题

1. 若$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$，则 $\forall\varepsilon>0$，在 a 的 ε 邻域之外，数列$\{a_n\}$中的点（　　）．

A. 必不存在　　B. 至多只有有限多个

C. 必定有无穷多个　　D. 可以有有限个，也可以有无穷多个

2. 设 ε 为某一取定的正数，若数列$\{a_n\}$有无穷多个点在$(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$内，则（　　）．

A. 数列$\{a_n\}$的极限存在，但不一定等于 a

B. 数列$\{a_n\}$的极限存在，且一定等于 a

C. 数列$\{a_n\}$的极限不一定存在

D. 数列$\{a_n\}$的极限一定不存在

3. 设数列$\{x_n\}$与$\{y_n\}$满足$\lim\limits_{n\to\infty}x_ny_n=0$，则下列断言正确的是（　　）．

A. 若$\{x_n\}$发散，则$\{y_n\}$必发散　　B. 若$\{x_n\}$无界，则$\{y_n\}$必有界

C. 若$\{x_n\}$有界，则$\{y_n\}$必为无穷小　　D. 若$\left\{\dfrac{1}{x_n}\right\}$为无穷小，则$\{y_n\}$必为无穷小

4. 设 $a_n=(-1)^{n+1}$，数列$\{a_n\}$的前 n 项之和为 S_n，则$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}(S_1+S_2+\cdots+S_n)=$（　　）．

A. 0　　B. 1　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

5. 下面数列是有界数列的是（　　）．

A. $\{n\}$　　B. $\left\{n\sin\dfrac{n\pi}{2}\right\}$　　C. $\left\{\dfrac{2n-3}{n+3}\right\}$　　D. $\{2^n\}$

二、填空题

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\cdots\dfrac{n}{n^2}\right)=$________．　　2. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+3}-\sqrt{n})\sqrt{n-1}=$________．

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{an^2+bn+1}{2n}=1$，则 $a=$____，$b=$____．　　4. $\lim\limits_{n\to\infty}a^{\frac{1}{n}}=$________$(a>0)$．

三、应用极限定义证明

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})=0$；2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{n^3}=0$．