



课堂 内外

主编 高明俊 加玉杰



我的能量超乎你想象

课时训练 基本功专练 专题突破
章末提升 滚动阶段测 综合测试

数学 | 八^{年级}
上册



四川大学出版社



课堂 内外

主编 高明俊 加玉杰



我的能量超乎你想象

课时训练 基本功专练 专题突破
章末提升 滚动阶段测 综合测试

数学 | 八 年级
上册



四川大学出版社

项目策划：唐 飞
责任编辑：唐 飞
责任校对：蒋 琦
封面设计：湖北梯田文化传播有限公司
责任印制：王 炜

图书在版编目(CIP)数据

名校课堂内外. 数学八年级. 上册 / 高明俊, 加玉杰主编. — 成都 : 四川大学出版社, 2019.8
ISBN 978-7-5690-3013-6

I. ①名… II. ①高… ②加… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第173760号

书名 名校课堂内外·数学八年级·上册

MINGXIAOKETANGNEIWAI · SHUXUEBANIANJI · SHANGCE

主 编	高明俊 加玉杰
出 版	四川大学出版社
地 址	成都市一环路南一段24号(610065)
发 行	四川大学出版社
书 号	ISBN 978-7-5690-3013-6
印 刷	沈阳市新天龙印刷有限公司
成品尺寸	210mm×295mm
印 张	12.5
字 数	429千字
版 次	2019年9月第1版
印 次	2019年9月第1次印刷
定 价	43.80元

版权所有 ◆ 侵权必究

- ◆ 读者邮购本书, 请与本社发行科联系。
电话: (028)85408408/(028)85401670/
(028)86408023 邮政编码: 610065
- ◆ 本社图书如有印装质量问题, 请寄回出版社调换。
- ◆ 网址: <http://press.scu.edu.cn>



四川大学出版社
微信公众号

目录

CONTENTS

第十一章 三角形

11.1 与三角形有关的线段	(1)
11.1.1 三角形的边	(1)
11.1.2 三角形的高、中线与角平分线	(3)
11.1.3 三角形的稳定性	(3)
11.2 与三角形有关的角	(5)
11.2.1 三角形的内角	(5)
第1课时 三角形的内角和	(5)
第2课时 直角三角形的性质与判定	(7)
11.2.2 三角形的外角	(9)
►滚动小专题(一) 与三角形的角平分线有关的角的计算与探究	(11)
11.3 多边形及其内角和	(13)
11.3.1 多边形	(13)
11.3.2 多边形的内角和	(15)
►滚动小专题(二) 多边形的内角和与外角和的四种类型解题策略	(17)
►滚动小专题(三) 求不规则图形内角和的解题方法	(18)
第十一章综合测试卷	(124)

第十二章 全等三角形

12.1 全等三角形	(19)
12.2 三角形全等的判定	(21)
第1课时 用“SSS”证三角形全等	(21)
第2课时 用“SAS”证三角形全等	(23)
第3课时 用“ASA”或“AAS”证三角形全等	(25)
第4课时 两个直角三角形全等的证明	(27)
►滚动小专题(四) 证明全等三角形的基本思路	(29)
►滚动小专题(五) 全等三角形的性质与判定专练	(31)
12.3 角的平分线的性质	(33)
第1课时 角的平分线的性质	(33)
第2课时 角的平分线的判定及性质的应用	(35)
第十二章综合测试卷	(130)

第十三章 轴对称

13.1 轴对称	(37)
13.1.1 轴对称	(37)
13.1.2 线段的垂直平分线的性质	(39)
第1课时 线段的垂直平分线的性质和判定	(39)
第2课时 作轴对称图形的对称轴	(41)
13.2 画轴对称图形	(42)
第1课时 画轴对称图形	(42)
第2课时 用坐标表示轴对称	(43)
13.3 等腰三角形	(45)
13.3.1 等腰三角形	(45)
第1课时 等腰三角形的性质	(45)
第2课时 等腰三角形的判定	(47)
13.3.2 等边三角形	(49)
第1课时 等边三角形的性质与判定	(49)
第2课时 含 30° 角的直角三角形的性质	(51)
►滚动小专题(六) 等腰三角形的性质与判定专练	(52)
►滚动小专题(七) 用分类讨论思想求解等腰三角形问题	(53)
13.4 课题学习 最短路径问题	(55)
►滚动小专题(八) 等腰三角形与全等三角形的动态与综合问题	(57)
第十三章综合测试卷	(136)
期中综合测试卷	(142)

第十四章 整式的乘法与因式分解

14.1	整式的乘法	(59)
14.1.1	同底数幂的乘法	(59)
14.1.2	幂的乘方	(60)
14.1.3	积的乘方	(61)
14.1.4	整式的乘法	(62)
	第1课时 单项式乘以单项式	(62)
	第2课时 单项式乘以多项式	(63)
	第3课时 多项式乘以多项式	(64)
	第4课时 整式的除法	(66)
14.2	乘法公式	(68)
14.2.1	平方差公式	(68)
14.2.2	完全平方公式	(70)
	第1课时 完全平方公式	(70)
	第2课时 添、去括号法则	(72)
►滚动小专题(九) 活用乘法公式计算求值		(73)
14.3	因式分解	(74)
14.3.1	提公因式法	(74)
14.3.2	公式法	(75)
	第1课时 用平方差公式分解因式	(75)
	第2课时 用完全平方公式分解因式	(77)
►滚动小专题(十) 因式分解分类集中训练营		(79)
第十四章综合测试卷		(148)

第十五章 分式

15.1	分式	(81)
15.1.1	从分数到分式	(81)
15.1.2	分式的基本性质	(83)
15.2	分式的运算	(85)
15.2.1	分式的乘除	(85)
	第1课时 分式的乘除	(85)
	第2课时 分式的乘方及乘除混合运算	(87)
15.2.2	分式的加减	(89)
	第1课时 分式的加减	(89)
	第2课时 分式的混合运算	(91)
►滚动小专题(十一) 分式的运算与求值专练		(93)
15.2.3	整数指数幂	(95)
	第1课时 整数指数幂	(95)
	第2课时 科学记数法	(97)
15.3	分式方程	(98)
	第1课时 分式方程	(98)
	第2课时 分式方程的应用	(100)
►滚动小专题(十二) 分式方程及应用专练		(102)
第十五章综合测试卷		(154)

双休专练(可以单独拆开使用)

双休作业(一)	(11.1~11.2)	(104)
双休作业(二)	(11.1~11.3)	(106)
双休作业(三)	(12.1~12.2)	(108)
双休作业(四)	(12.2~12.3)	(110)
双休作业(五)	(13.1~13.2)	(112)
双休作业(六)	(13.3~13.4)	(114)
双休作业(七)	(14.1)	(116)
双休作业(八)	(14.2~14.3)	(118)
双休作业(九)	(15.1~15.2)	(120)
双休作业(十)	(15.3)	(122)

期末综合测试卷(一)	(160)
------------	-------

期末综合测试卷(二)	(166)
------------	-------

参考答案	(172)
------	-------

第十一章

三角形

11.1 与三角形有关的线段

11.1.1 三角形的边

自主学习

——梳要点

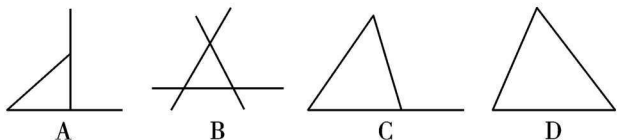
1. 三角形有关概念:由不在同一条直线上的三条线段_____所组成的图形叫做三角形,三角形 ABC 记作_____.
2. 三角形按边的关系可分为_____和_____;三角形按内角大小可分为_____、_____和_____.
3. 三角形两边的和_____第三边,三角形两边的差_____第三边.

课堂夯基

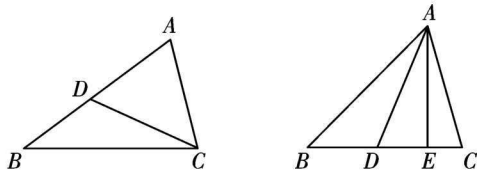
——逐点练

知识点 1 三角形的概念

1. 一位同学用三根木棒两两相交拼成如下图形,则其中符合三角形概念的是 ()



2. 在如图所示的图形中,三角形的个数为 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



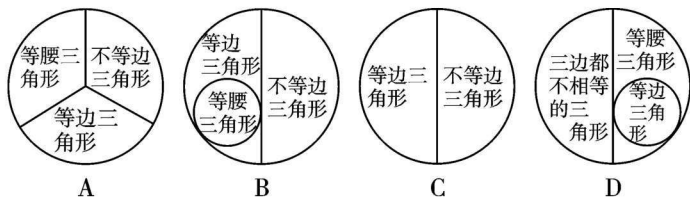
第 2 题图

第 3 题图

3. 如图,以 BD 为边的三角形是_____;以 $\angle DAC$ 为一个内角的三角形是_____; $\triangle AED$ 的三个内角是_____.

知识点 2 三角形的分类

4. (原创题)下列关于三角形按边分类的图示中,正确的是 ()



5. 下列说法:①等边三角形是等腰三角形;②等腰三角形可能是等边三角形;③三角形按角可分为锐角三角形、直角三角形、钝角三角形;④由三条线段组成的图形是三角形.其中正确的是_____.(填序号)

知识点 3 三角形的三边关系

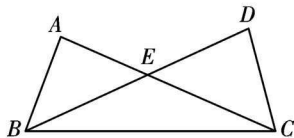
6. (教材练习变式)下列每组数分别表示三根木棒的长度,将它们首尾连接后,能摆成三角形的一组是 ()
A. 1, 2, 6 B. 2, 2, 4
C. 1, 2, 3 D. 2, 3, 4
7. (丹阳市校级月考)小明有两根木棒,分别为 3cm、7cm,他想以这两根木棒为边做一个三角形,还需再选用的木棒长可以为 ()
A. 3cm B. 4cm C. 9cm D. 10cm
8. (1)已知等腰三角形的两边长分别是 2cm 和 5cm,则这个等腰三角形的周长为_____cm.
(2)已知一个等腰三角形的两边长分别是 6cm 和 5cm,那么它的周长为_____.
9. 已知三角形的两边长分别是 2cm 和 5cm,第三边长是奇数,则第三边长是_____cm.
10. 用一条长为 25cm 的细绳围成一个等腰三角形,若其中一边长为 6cm,求等腰三角形的另两边长.



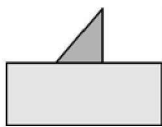
知识整合 —— 提升练

11. 如图, 三角形的个数为 ()

A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个



第 11 题图



第 12 题图

12. (易错题) 如图中的三角形被木板遮住了一部分, 这个三角形是 ()

A. 锐角三角形 B. 直角三角形
C. 钝角三角形 D. 以上都有可能

13. (岳阳市中考) 有 3cm, 6cm, 8cm, 9cm 的四条线段, 任选其中的三条线段组成一个三角形, 则最多能组成三角形的个数为 ()

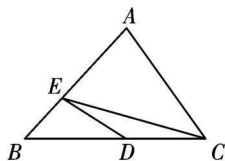
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

14. 已知三角形的边长分别为 4、 a 、8, 则 a 的取值范围是 _____; 如果这个三角形中有两条边相等, 那么它的周长为 _____.

15. $\triangle ABC$ 的三边是 a 、 b 、 c , 则 $|a-b-c| - |b-a-c| =$ _____.

16. (原创题) 如图, 数一数, 写一写.

- (1) 图中共有多少个三角形?
(2) 写出其中以 EC 为边的三角形;
(3) 若有一个公共角的两个三角形称为一对“共角三角形”, 则以 $\angle B$ 为公共角的“共角三角形”有哪些?



第 16 题图

17. (教材例题变式) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=8$, $BC=2a+2$, $AC=22$.

- (1) 求 a 的取值范围;
(2) 若 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, 求这个三角形的周长.

名师培优 —— 拓展练

18. 用一条长为 21cm 的铁丝围成一个等腰三角形.

- (1) 如果腰长是底边长的 3 倍, 那么底边长是多少?
(2) 能围成一个一边长为 5cm 的等腰三角形吗? 为什么?

11.1.2 三角形的高、中线与角平分线

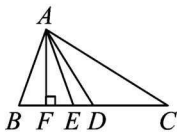
11.1.3 三角形的稳定性



自主学习

——挑要点

- (1) 三角形的高: 从三角形的一个顶点向它的对边所在的直线作垂线, _____ 之间的线段叫做三角形的高.
- (2) 三角形的中线: 三角形中, 连接一个顶点和它对边 _____ 的线段叫做三角形的中线.
- (3) 三角形的角平分线: 三角形的一个内角的平分线与它的对边相交, 这个角的 _____ 之间的线段叫做三角形的角平分线.
- 三角形具有 _____ 性, 四边形没有 _____ 性.
- 桥梁拉杆、电视机底座都是三角形结构, 这是利用了三角形的 _____ 性.
- 如图, AD 、 AE 、 AF 分别是 $\triangle ABC$ 的中线、角平分线和高, 那么 $\angle \underline{\hspace{1cm}} = \angle \underline{\hspace{1cm}} = 90^\circ$, $CD = \underline{\hspace{1cm}} = \frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}}$, $\angle BAC = 2 \underline{\hspace{1cm}} = 2 \underline{\hspace{1cm}}$.



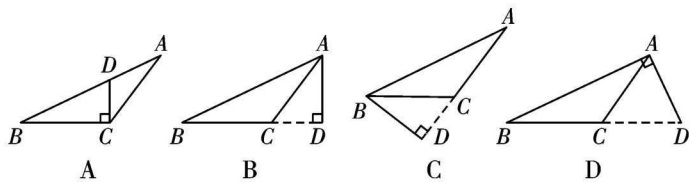
第4题图

课堂夯基

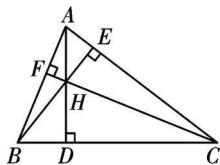
——逐点练

知识点1 三角形的

- (温州市中考) 以下是四位同学在钝角 $\triangle ABC$ 中画 BC 边上的高, 其中画法正确的是 ()

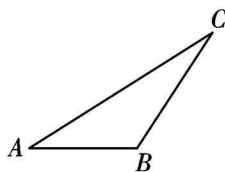


- (原创题) 若 H 是 $\triangle ABC$ 三条高 AD 、 BE 、 CF 的交点, 则 $\triangle HBC$ 中 BC 边上的高是 _____, $\triangle BHA$ 中 BH 边上的高是 _____.



第2题图

- 画出下面三角形三边上的高.

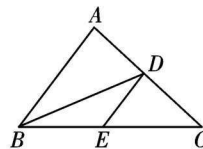


第3题图

知识点2 三角形的中线

- 如图, D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AC 、 BC 的中点, 那么下列说法中不正确的是 ()

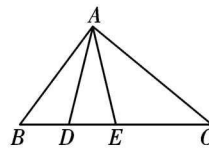
- DE 是 $\triangle BCD$ 的中线
- BD 是 $\triangle ABC$ 的中线
- $AD=DC$, $BE=EC$
- $AD=EC$, $DC=BE$



第4题图

- 三角形一边上的中线把原三角形一定分成两个 ()
- 形状相同的三角形
 - 面积相等的三角形
 - 直角三角形
 - 周长相等的三角形

- (教材练习变式) 如图, 若 $BD = DE = \frac{1}{2} EC$, 则 AD 是 $\triangle$ _____ 的中线, AE 是 $\triangle$ _____ 的中线.

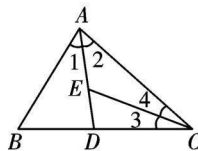


第6题图

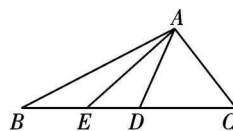
知识点3 三角形的角平分线

- (易错题) 如图, 若 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 下列结论中错误的是 ()

- AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线
- CE 是 $\triangle ACD$ 的角平分线
- $\angle 3 = \frac{1}{2} \angle ACB$
- CE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线



第7题图

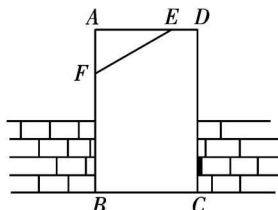


第8题图

- 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, AE 是 $\triangle ABD$ 的角平分线. 若 $\angle BAC = 80^\circ$, 则 $\angle EAD$ 的度数是 _____.

知识点4 三角形的稳定性

- 如图, 工人师傅砌门时, 常用木条 EF 固定长方形门框 $ABCD$, 使其不变形, 这样做的根据是 ()
- 两点之间线段最短
 - 两点确定一条直线
 - 三角形具有稳定性
 - 长方形的四个角都是直角



第9题图

- 如图所示是一幅电动伸缩门的图片, 则电动门能伸缩的几何原理是 _____.



第10题图



知识整合

——提升练

11. 如果一个三角形两边上的高的交点在三角形的内部,那么这个三角形是 ()

A. 锐角三角形 B. 直角三角形
C. 钝角三角形 D. 任意三角形

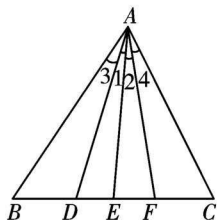
12. (易错题)三角形的三条中线的交点的位置为 ()

A. 一定在三角形内部
B. 一定在三角形外部
C. 可能在三角形内部,也可能在三角形外部
D. 可能在三角形的一条边上

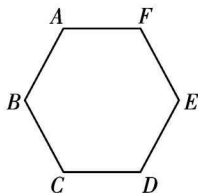
13. 如图所示, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 则下列结论正确的有 ()

① AD 平分 $\angle BAF$; ② AF 平分 $\angle BAC$; ③ AE 平分 $\angle DAF$; ④ AF 平分 $\angle DAC$; ⑤ AE 平分 $\angle BAC$.

A. 4 个 B. 3 个
C. 2 个 D. 1 个

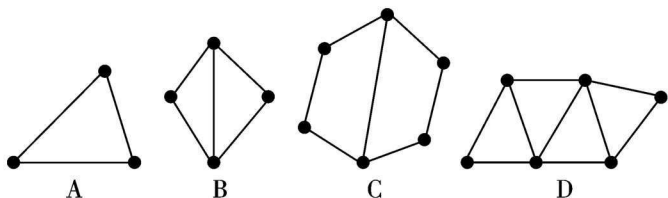


第 13 题图



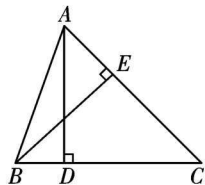
第 15 题图

14. 将几根木条用钉子钉成如下的模型,其中在同一平面内不具有稳定性的是 ()



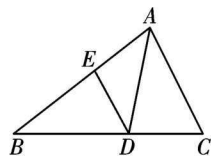
15. 如图,六根木条钉成一个六边形框架 $ABCDEF$,要使框架稳固且不活动,至少还需要添_____根木条.

16. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, $BC = 12$, $AC = 8$, $AD = 6$, BE 的长为多少?



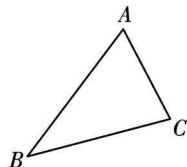
第 16 题图

17. (临沂中考改编题)如图, D 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的一点, $DE \parallel AC$ 交 AB 于点 E , 若 $\angle EDA = \angle EAD$, 试说明 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线.



第 17 题图

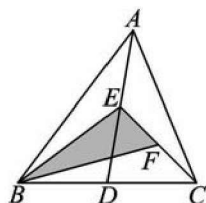
18. 张大爷的四个儿子都长大成人了,也该分家了,于是张大爷准备把如图所示的一块三角形的田地平均分给四个儿子,四个儿子要求田地的形状仍然是三角形,请你帮助张大爷提出一种平分的方案.



第 18 题图

名师培优——拓展练

19. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知点 D 、 E 、 F 分别为边 BC 、 AD 、 CE 的中点,且 $S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2$, 求阴影部分的面积 $S_{\text{阴影}}$.



第 19 题图

11.2 与三角形有关的角



三角形的内角和

11.2.1 三角形的内角

第1课时 三角形的内角和

自主学习

——梳要点

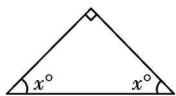
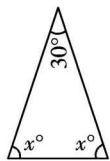
1. 三角形的内角和等于_____.
2. (1) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = \angle C$, 则 $\angle C =$ _____.
- (2) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 3 : 2$, 则 $\angle A =$ _____.

课堂夯基

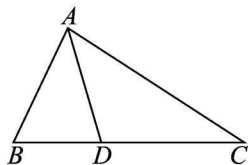
——逐点练

知识点1 三角形内角和定理及其应用

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 20^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()
A. 等边三角形 B. 锐角三角形
C. 直角三角形 D. 钝角三角形
2. 如图是一块三角形木板的残余部分, 量得 $\angle A = 100^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, 这块三角形木板另外一个角 $\angle C$ 的度数为 ()
A. 30° B. 40°
C. 50° D. 60°
3. 写出下列图中 x 的值:

(1) $x =$ _____.(2) $x =$ _____.

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \angle B + 20^\circ$, $\angle C = \angle A + 50^\circ$, 求 $\triangle ABC$ 的各个内角的度数.

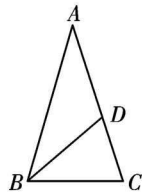


第5题图

知识点2 三角形内角和定理与三角形的角平分线

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 67^\circ$, $\angle C = 33^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 则 $\angle CAD$ 的度数为 ()
A. 40° B. 45°
C. 50° D. 55°

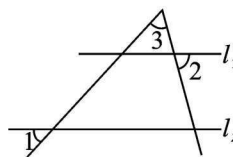
6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 36^\circ$, $\angle C = 72^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, 求 $\angle DBC$ 的度数.



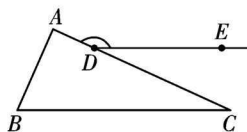
第6题图

知识点3 三角形内角和定理与平行线的性质

7. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, $\angle 1 = 55^\circ$, $\angle 2 = 65^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数为 ()
A. 50° B. 55° C. 60° D. 65°



第7题图

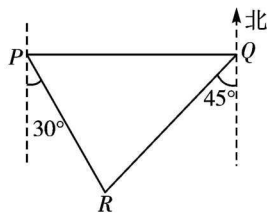


第8题图

8. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 点 D 在 AC 边上, $DE \parallel BC$, 若 $\angle ADE = 155^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为_____.

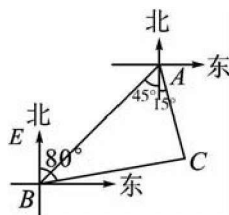
知识点4 利用三角形内角和定理求视角

9. (教材例题变式) 如图, 已知岛 P 位于岛 Q 的正西方, 由岛 P 、 Q 分别测得船 R 位于南偏东 30° 和南偏西 45° 方向上. 则从 R 处测 P 、 Q 两处的视角 $\angle R$ 的度数是_____.



第9题图

10. (教材习题变式) 如图, B 处在 A 处南偏西 45° 方向, C 处在 A 处南偏东 15° 方向, C 处在 B 处北偏东 80° 方向, 求 $\angle ACB$ 的度数.

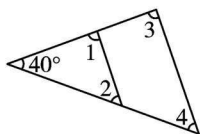


第10题图

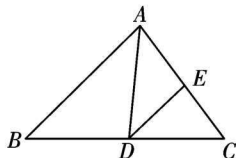


知识整合 —— 提升练

11. 如图, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ ()
A. 360° B. 180° C. 280° D. 320°

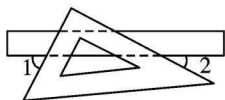


第 11 题图



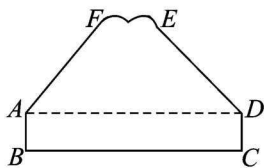
第 12 题图

12. (邵阳市中考) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 46^\circ$, $\angle C = 54^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于 D , $DE \parallel AB$, 交 AC 于 E , 则 $\angle ADE$ 的大小是 ()
A. 45° B. 54° C. 40° D. 50°
13. (达州市中考) 如图, 某同学在课桌上无意中将一块三角板叠放在直尺上, 则 $\angle 1 + \angle 2$ 等于 ()
A. 60° B. 75° C. 90° D. 105°



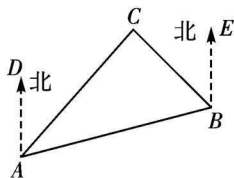
第 13 题图

14. (易错题) 一个三角形中最多有 _____ 个内角是钝角, 最多可有 _____ 个内角是锐角.
15. 一块模板如图所示, 按规定 AF 、 DE 的延长线相交成 85° 角, 因交点不在板上, 不便测量, 工人师傅连接 AD , 测得 $\angle FAD = 34^\circ$, $\angle ADE = 61^\circ$, 这时就知道 AF 、 DE 的延长线相交所成的角是不是符合规定, 为什么?



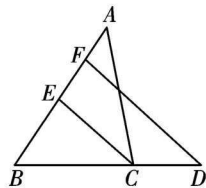
第 15 题图

16. 如图是 A 、 B 、 C 三个岛的平面图, C 岛在 A 岛的北偏东 35° 方向, B 岛在 A 岛的北偏东 65° 方向, C 岛在 B 岛的北偏西 40° 方向.
- (1) 求 C 岛看 A 、 B 两岛的视角 $\angle ACB$ 的度数?
- (2) 聪明的刘凯同学发现解决第(1)问, 可以不用“ B 岛在 A 岛的北偏东 65° 方向”这个条件, 你能求吗?



第 16 题图

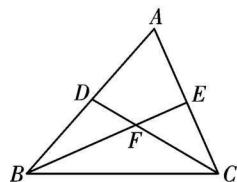
17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 46^\circ$, CE 是 $\angle ACB$ 的平分线, B 、 C 、 D 在同一条直线上, $DF \parallel EC$, $\angle D = 42^\circ$. 求 $\angle B$ 的度数.



第 17 题图

名师培优 —— 拓展练

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线 BE 、 CD 相交于点 F .
- (1) 若 $\angle ABC = 42^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, 求 $\angle BFC$ 的度数;
- (2) 直接写出 $\angle A$ 与 $\angle BFC$ 的数量关系.



第 18 题图

第2课时 直角三角形的性质与判定

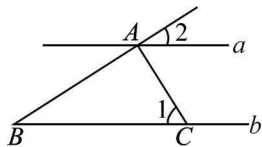
自主学习

——梳要点

1. 直角三角形的两个锐角_____.
2. 两个锐角互余的三角形是_____三角形.

3. 如图, 直线 $a \parallel b$, $AC \perp AB$, AC 交直线 b 于点 C , $\angle 1 = 60^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()

A. 50° B. 45°
C. 35° D. 30°



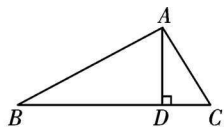
第3题图

课堂夯基

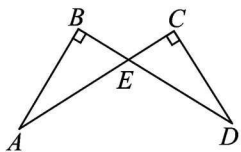
——逐点练

知识点1 直角三角形的两个锐角互余

1. 在一个直角三角形中, 有一个锐角等于 60° , 则另一个锐角的度数是 ()
A. 120° B. 90° C. 60° D. 30°
2. (易错题) 如图, AD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 BC 上的高, 则图中与 $\angle B$ 互余的角有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

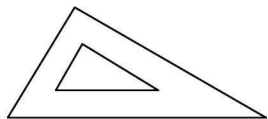


第2题图

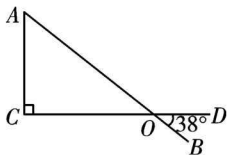


第3题图

3. 如图, $AB \perp BD$, $AC \perp CD$, $\angle A = 35^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数为 ()
A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°
4. 如图所示的三角板中的两个锐角的和等于_____度.

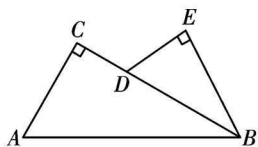


第4题图

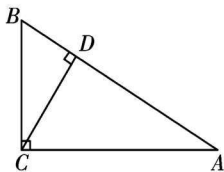


第5题图

5. 如图, AB 、 CD 相交于点 O , $AC \perp CD$ 于点 C , 若 $\angle BOD = 38^\circ$, 则 $\angle A$ 等于_____.
6. (原创题) 如图, $AC \perp BC$ 于点 C , $DE \perp BE$ 于点 E , BC 平分 $\angle ABE$, $\angle BDE = 58^\circ$, 则 $\angle A =$ _____.



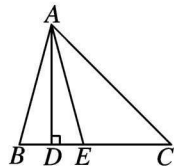
第6题图



第7题图

7. 如图, 在直角三角形 $\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的高, $\angle A = 35^\circ$, 则 $\angle BCD$ 的度数为_____.

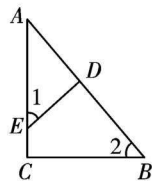
8. (教材练习变式) 如图, 已知 AD 是 BC 边上的高, AE 平分 $\angle BAC$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, 求 $\angle DAE$ 的度数.



第8题图

知识点2 有两个角互余的三角形是直角三角形

9. 已知 $\angle A = 37^\circ$, $\angle B = 53^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 为_____三角形.
10. 如图, 点 E 是 $\triangle ABC$ 中 AC 边上的一点, 过 E 作 $ED \perp AB$, 垂足为 D . 若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $\triangle ABC$ 是直角三角形吗? 为什么?



第10题图



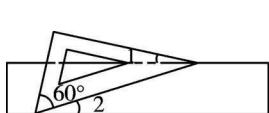
知识整合

——提升练

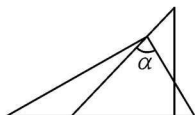
11. 不能判定三角形是直角三角形的条件是 ()

- A. $\angle A + \angle B = \angle C$ B. $\angle A = \angle B = \frac{1}{2} \angle C$
 C. $\angle A = 90^\circ - \angle B$ D. $\angle A - \angle B = 90^\circ$

12. (遂宁市中考)如图,有一块含有 60° 角的直角三角板的两个顶点放在长方形的对边上. 如果 $\angle 1 = 18^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数是_____.



第 12 题图



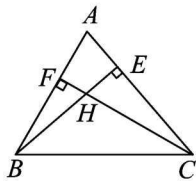
第 13 题图

13. (宿州市中考)一副三角板按如图方式叠放在一起, 则图中 α 的度数为_____.

14. 直角三角形两锐角平分线相交所成的角的度数是_____.

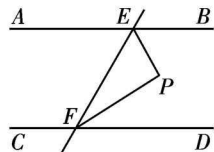
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A + \angle B = \angle C$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle ACB = 50^\circ$, BE 是 AC 上的高, CF 是 AB 上的高, H 是 BE 、 CF 的交点, 求 $\angle ABE$ 、 $\angle ACF$ 和 $\angle BHC$ 的度数.



第 16 题图

17. 如图, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB 、 CD 于点 E 、 F , $\angle BEF$ 的平分线与 $\angle DFE$ 的平分线相交于点 P , 试说明 $\triangle EPF$ 为直角三角形.



第 17 题图

名师培优

——拓展练

18. (烟台市中考改编)如图 1, $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于 D , $CE \perp AB$ 于 E .

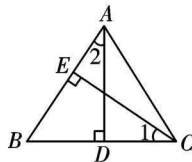


图 1

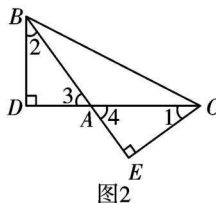


图 2

第 18 题图

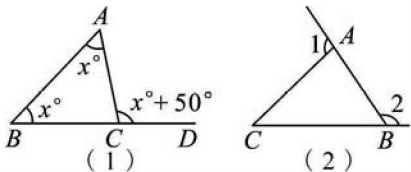
(1) 猜测 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的关系, 并说明理由;

(2) 如果 $\angle BAC$ 是钝角 (如图 2), (1) 中的结论是否还成立?

11.2.2 三角形的外角

自主学习 —— 关键点

1. 三角形的一边与另一边的 _____ 组成的角叫做三角形的外角.
2. 三角形的任一个外角等于与它 _____ 的两内角之和.
3. 如图(1), 则 $x =$ _____; 如图(2), 已知 $\angle C = 44^\circ$, $\angle 1 = 100^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____.

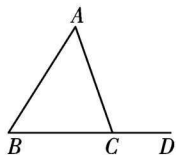


第3题图

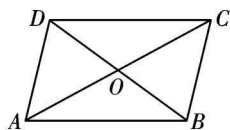
课堂夯基 —— 逐点练

知识点1 认识外角

1. 如图所示, _____ 是 $\triangle ABC$ 的一个外角.



第1题图

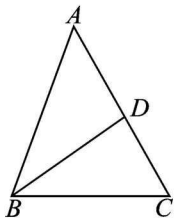


第2题图

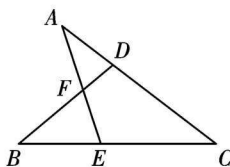
2. 如图, 以 $\angle AOD$ 为外角的三角形是 _____.

知识点2 三角形外角的性质

3. (教材练习变式) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 CB 的延长线上, $\angle A = 70^\circ$, $\angle ABD = 120^\circ$, 则 $\angle C$ 等于 ()
 A. 40° B. 50°
 C. 60° D. 70°
4. 若三角形的一个外角等于和它相邻的内角, 则这个三角形是 ()
 A. 锐角三角形 B. 直角三角形
 C. 钝角三角形 D. 都有可能
5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 50^\circ$, $\angle ABC = 70^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, 则 $\angle BDC$ 的度数是 ()
 A. 85° B. 80° C. 75° D. 70°



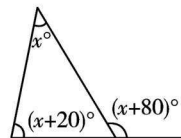
第5题图



第6题图

6. 如图, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, 则 $\angle DFE =$ _____.

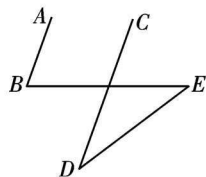
7. (教材习题变式) 求出图中的 x 的值.



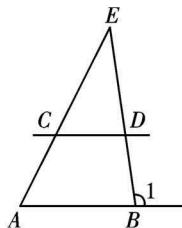
第7题图

知识点3 三角形内角和定理推论的应用

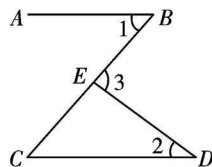
8. (红河市中考) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle D = \angle E = 35^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为 ()
 A. 60° B. 65°
 C. 70° D. 75°
9. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 110^\circ$, $\angle ECD = 70^\circ$, $\angle E$ 的大小是 _____.



第8题图



第9题图

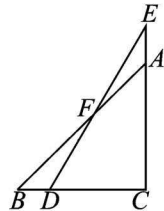


第10题图

10. (温州市中考) 如图, 直线 AB 、 CD 被 BC 所截, 若 $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 45^\circ$, $\angle 2 = 35^\circ$, 则 $\angle 3 =$ _____.

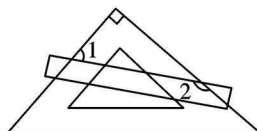
知识整合 —— 提升练

11. (易错题) 如图, 一副分别含有 30° 和 45° 角的两个直角三角板拼成如下图形, 其中 $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle E = 30^\circ$, 则 $\angle BFD$ 的度数是 ()
 A. 15° B. 25°
 C. 30° D. 10°



第11题图

12. 把一块直尺与一块三角板如图放置, 若 $\angle 1 = 60^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____.



第12题图



第13题图

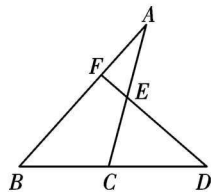
13. 如图, $\angle \alpha = 125^\circ$, $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle \beta$ 的度数是 _____.
14. 如图, 已知 D 是 $\triangle ABC$ 边 BC 延长线上一点, DF



交 AC 于点 E , $\angle A = 35^\circ$, $\angle ACD = 83^\circ$.

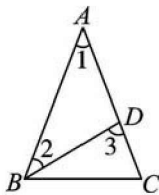
(1) 求 $\angle B$ 的度数;

(2) 若 $\angle D = 42^\circ$, 求 $\angle AFE$ 的度数.



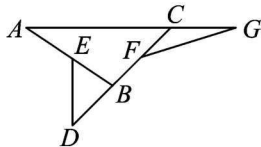
第 14 题图

15. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle ABC = \angle C$, $\angle 3 = \angle C$, 求 $\angle 3$ 的度数.



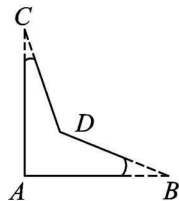
第 15 题图

16. 如图, $\angle GFC = 25^\circ$, $\angle G = 20^\circ$, $\angle D = 45^\circ$, $\angle A = 35^\circ$, 求 $\angle AED$ 的度数.



第 16 题图

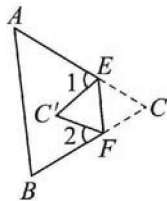
17. 一个零件的形状如图, 按规定 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle B = 21^\circ$, $\angle C = 20^\circ$, 检验工人量得 $\angle BDC = 130^\circ$, 就断定这个零件不合格, 运用所学知识说明零件不合格的理由.



第 17 题图

名师 培优 —— 拓展练

18. 如图所示, 将 $\triangle ABC$ 沿 EF 折叠, 使点 C 落到点 C' 处, 试探求 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 与 $\angle C$ 的关系.



第 18 题图

滚动小专题(一)

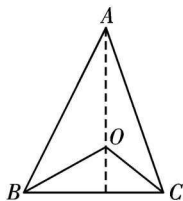
与三角形的角平分线有关的角的
计算与探究

类型 1 两个内角平分线的夹角问题

【例 1】如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的角平分线相交于点 O ,则 $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.

【解】连接 AO 并延长.

$$\begin{aligned}\angle BOC &= \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle ACB \\ &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC + \angle ACB) + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A.\end{aligned}$$



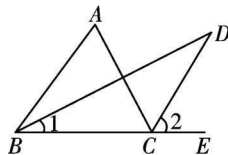
例 1 图

【归纳】三角形的两个内角平分线交于一点,所形成的夹角的度数等于 90° 加上第三角度数的一半.

类型 2 一个内角平分线与一个外角平分线的夹角问题

【例 2】如图,在 $\triangle ABC$ 中, BD 、 CD 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACE$,则

$$\angle BDC = \frac{1}{2}\angle A.$$



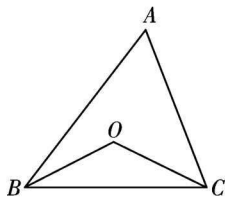
例 2 图

【解】 $\angle ABC = 2\angle 1$, $\angle ACE = 2\angle 2$, $\because \angle ACE = 2\angle 1 + \angle A = 2\angle 2 \cdots \cdots ①$, $\angle 2 = \angle 1 + \angle D \cdots \cdots ②$, 由①②得, $\angle D = \frac{1}{2}\angle A$.

【归纳】三角形的一个内角平分线与一个外角平分线交于一点,所形成的夹角的度数等于第三角度数的一半.

对点 演练

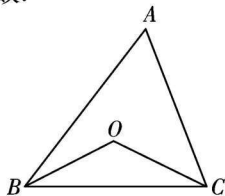
1. 如图,点 O 是 $\triangle ABC$ 的 $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 两个角的平分线的交点,若 $\angle BOC = 128^\circ$,则 $\angle A$ 的度数是_____.



第 1 题图

2. 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中, BO 、 CO 是角平分线.

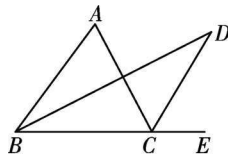
- (1)若 $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$,求 $\angle BOC$ 的度数,并说明理由;
- (2)题(1)中,若将“ $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$ ”改为“ $\angle A = 70^\circ$ ”,求 $\angle BOC$ 的度数;
- (3)若 $\angle A = n^\circ$,猜想 $\angle BOC$ 的度数.



第 2 题图

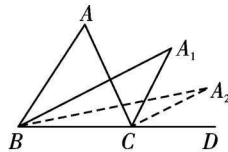
对点 演练

3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle ACB$ 的外角平分线交于点 D ,若 $\angle A = 70^\circ$,则 $\angle D =$ _____;若 $\angle D = 25^\circ$,则 $\angle A =$ _____.



第 3 题图

4. (达州市中考改编)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = m^\circ$, $\angle ABC$ 和 $\angle ACD$ 的平分线交于点 A_1 ,得 $\angle A_1$; $\angle A_1BC$ 和 $\angle A_1CD$ 的平分线交于点 A_2 ,得 $\angle A_2$; $\cdots$; $\angle A_{2016}BC$ 和 $\angle A_{2016}CD$ 的平分线交于点 A_{2017} . 求 $\angle A_{2017}$ 的度数.

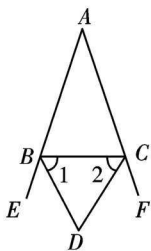


第 4 题图



类型3 两个外角平分线的夹角问题

【例3】如图,在 $\triangle ABC$ 中, BD 、 CD 分别是 $\triangle ABC$ 外角 $\angle EBC$ 、 $\angle FCB$ 的平分线,则 $\angle BDC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$.



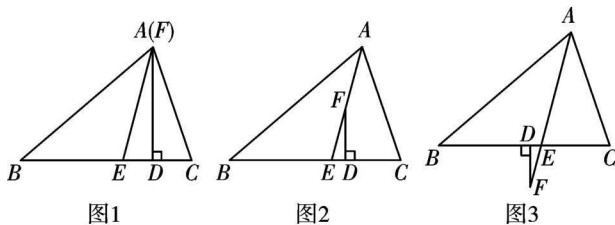
例3图

【解】 $\because \angle EBC = 2\angle 1$,
 $\angle BCF = 2\angle 2$,
 $\angle EBC = 2\angle 1 = \angle A + \angle ACB$,
 $\angle BCF = 2\angle 2 = \angle A + \angle ABC$,
 $\therefore 2(\angle 1 + \angle 2) = \angle A + 180^\circ$,
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}\angle A + 90^\circ$,
 $\therefore \angle D = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$.

【归纳】三角形的两个外角平分线交于一点,所形成的夹角度数等于 90° 减去第三角度数的一半.

对点演练

7. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AE 平分 $\angle BAC$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 70^\circ$, F 为射线 AE 上一点(不与点 E 重合),且 $FD \perp BC$.

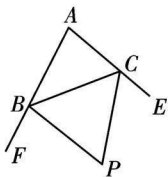


第7题图

- (1)若点 F 与点 A 重合,如图1,求 $\angle EFD$ 的度数.
- (2)若点 F 在线段 AE 上(不与点 A 重合),如图2,求 $\angle EFD$ 的度数.
- (3)若点 F 在 $\triangle ABC$ 外部,如图3,此时 $\angle EFD$ 的度数会变化吗?是多少?

对点演练

5. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 P 是 $\angle BCE$ 和 $\angle CBF$ 的角平分线的交点,若 $\angle A = 60^\circ$,则 $\angle P =$ _____.



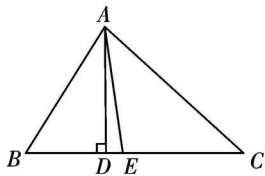
第5题图

6. 一个三角形的三条外角平分线围成的三角形一定是_____ (填“锐角”“钝角”或“直角”)三角形.

类型4 角平分线与高线的夹角

【例4】如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于 D , AE 平分 $\angle BAC$,则 $\angle EAD = \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$. (其中 $\angle B > \angle C$)

【解】 $\because \angle BAE = \frac{1}{2}\angle BAC$,
 $\angle DAE = \angle BAE - \angle BAD$, 而
 $\angle BAD = 90^\circ - \angle B$,



例4图

$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2}\angle BAC =$
 $\frac{1}{2}(180^\circ - \angle B - \angle C) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle B - \frac{1}{2}\angle C$,
 $\therefore \angle DAE = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle B - \frac{1}{2}\angle C - 90^\circ + \angle B =$
 $\frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$.

【归纳】三角形同一顶点的高线与角平分线的夹角度数等于另外两角度数之差的一半.