

无处 不 数学

SHU

UE

WUCHU BU SHUXUE

刘从文 沈志红 / 主编



四川大学出版社

无处 不 数学

WUCHU BU SHUXUE

刘从文 沈志红 / 主编



四川大学出版社

SHU

无处 不 数学

WUCHU BU SHUXUE

ISBN 978-7-5690-1648-2



9 787569 016482 >

定价: 39.80元

序

言

从相看“两厌”到学有所爱

“让学生普遍的‘厌学’变成普遍的‘乐学’，教师普遍的‘厌教’变成普遍的‘乐教’；让学生感到‘学的东西有用’，对学生就业有用，对学生的职业生涯发展有用。‘有用的东西’能激发学生的学习兴趣和求知欲，只有当学生真正学起来了，才能实现课改目标。”这是石伟平教授谈到课程改革目标时说过的话。我们中职的数学课堂从某种角度上说刚好与这一目标相反：教师教得很辛苦，学生学得很痛苦，教学相看“两厌”。究其原因就是因为学生数学基础普遍较差，大部分学生对数学不感兴趣，认为数学太抽象、太枯燥，学了也没有多大用处。

中职学校学生的数学学习兴趣不足，直接影响着数学课堂教学的质量，并进一步影响到后续专业课程的学习，其关键是影响学生逻辑思维的建立，而这一思维恰好是学生习得职业技能、提升职业素养的可持续发展的必备思维。

学校进行的走班课的改革，针对相当一部分对学习数学存在畏惧心理的同学，量体裁衣、因材施教，让学生享受学习数学的乐趣，进而培养其数学逻辑思维。于是《无处不数学》应运而生，其作为数学课的前置课程和辅助课程进入学校走班课程，让学生在生活情境、故事讲述中发现数学的魅力，增加数学的“趣味性”，让学生体会到数学之美，领略数学严格的推理逻辑美；增加数学的“实用性”，让学生体会到数学无处不在的实用性，主动积极地探索下去，提高学习数学的积极性。

日本数学教育家米山国藏曾说：“学生在学校学的数学知识，毕业后若没什么机会去用，不到一两年，很快就忘掉了。然而，不管他们从事什么工作，深深铭刻在头脑中的数学精神、数学思

维方法、研究方法、推理方法和看问题的着眼点等却随时随地发生着作用，使他们终身受益。”

“用数学的眼光和思维看待生活，进行生活”，这就是我们编写《无处不数学》的目的。鼓励学生积极参与数学学习活动，潜移默化地引导学生从书本走进奇妙的生活世界，促使学生“要学”“能学”，并向“会学”“会数学式地思考”转变。

陈 华

2018 年 5 月



最近的某天，有个学生问我一道数学题，题目的内容大概是这样的：“说有 5 颗珍珠，其中 4 颗正品 1 颗次品，正品重量都相同，次品与正品重量不一样，5 颗珍珠从外观看不出它们有任何区别，现在从中拿出 1 颗正品珍珠，并给你一个不带砝码的天平。问：你能否最多称量 2 次就把次品珍珠找出来？”

看了此题后，我发现这是一道很有意思的题目。平时我只管教书，长期接触的都是一些数学基础知识类的习题，很难在教材上遇到这类带有游戏性质的逻辑思维题，于是看到这道题我很兴奋。我想，既然最多称量 2 次，那肯定应该分组称量，因为如果两个两个地称量，次数肯定不止 2 次；既然不带砝码，那只能通过天平两端的轻重来判断，但次品的重量是轻还是重又不知道，因此肯定每次称量的轻重结果之间必有一些逻辑关联。基于此，我想到了下面的解决办法。

为了叙述方便，我首先对 5 颗珍珠编号，拿出来那颗正品珍珠为①号，其余 4 颗分别为②③④⑤号。

第一次称量把①②号放在天平的左盘，③④号放在右盘，结果会出现以下两种情况：

(1) 若平衡，说明⑤号是次品。如果运气果真这么好，那只需称量 1 次就够了。

(2) 若不平衡，说明⑤号是正品，次品应该在②③④号中。此时一定要记住左右哪个盘更重。

接下来称量第二次，但需重新调整称量对象，把①⑤号放左盘，②③号放右盘，显然结果也有以下两种情况：

(1) 若平衡，说明④号是次品。

(2) 若不平衡，说明④号是正品，次品应该在②③号中。此时再观察哪个盘更重。不妨假设左盘重，因为左盘是正品①⑤号，说明次品更轻，那么再根据第一次称量的轻重结果就可以做出判断了。比如说第一次称量结果是左盘重，则说明③号是次品，反

之就说明②号是次品，相反的情况自然就可以做出相反的结论了。因此，的确只需 2 次称量就可以找到次品。

我们还可以用一个表格更形象地展示每一次的称量情况和判断结果。

称量结果	第一次		次品	第二次		称量结果
	左盘	右盘		左盘	右盘	
	① ②	③ ④		① ⑤	② ③	
平衡			⑤			
			④			平衡
不平衡	左盘	轻	②	重	左盘	不平衡
		重	③			
	右盘	轻	②	重	右盘	
		重	③			

从上述解答的过程不难看出，我们首先对珍珠编号，这就是数学化的处理；然后对称量对象的不同选择，这明显包含了非常严密的逻辑分析和逻辑推理，这是数学的精髓所在；而对每次称量的不同结果做出相对应的分析和判断，这就是函数变量的思想。由此可见，此题的数学味道很浓，它所蕴含的数学思想、解决方法和逻辑推理着实让人有茅塞顿开之感。因为想不到而又想到，其过程给予我无比的惊喜和快乐，再加上我本来就一直对这类数学问题很有兴趣，也一直在做一些收集、整理和探究的工作，所以这次解答又勾起了我的许多回忆。

其实很多年以前，我就一直想写一本关于数学的书了，因为我觉得数学实在是一门非常美妙的艺术。

记得英国数学家罗素曾有句名言：“数学！如果你正确看待它，你会发现它有一种至高无上的美，一种冷色而严肃的美，这种美没有音乐或绘画那般华丽的装饰，而数学之美已然纯洁到崇高的地步，简直达到了只有最伟大的艺术才能显示的那种完美境界。”数学家们对数学如此赞美、崇尚和爱恋，完全是因为他对数学有着深深的研究和了解。那到底数学是一门什么样的学科呢？

具体而言，数学是研究事物之间的数量、形状、位置、逻辑等数理关系的一门学科，其最为显著的特点就是自然性、基础性、严谨性和实用性，它是一门既普通而又非常重要的学科。之所以说它普通，是因为在任何学段、任何专业、任何国家都会开设数学课；之所以说它重要，是因为它是一切自然科学的基础。它对人类文明的贡献巨大，它的的确确无处不在。

实际上，只要你稍微留心一点，你一定会发现，人类生活中的点点滴滴大多与数学有关。小到我们身边的一针一线，大到我们未知的浩瀚宇宙，从微观到宏观，从物质到精神，包括世间万事万物，包括一切自然现象和社会现象，甚至包括一切思想活动，所有时空中的一切，也包括时间和空间本身，就找不到与数学无关的东西存在，就找不到不能用数字来描述的事物。如衣服的裁剪、房屋的修建、道路的规划、粮食作物的春夏

秋冬、各类电子产品的自动反应、自然现象的模拟描述、心理活动的图像表示等一切，无不与数学有关，无不可以用数字来刻画和表达。我敢保证：即便没有今天的数字符号，也必然会产生其他类型的数学符号，但不管人类使用哪种符号，也不管人类是否发明创造某种符号，事物本身的数理是原本就存在的，是纯自然的。数学符号的发明创造只是人类的经验积累，是人类描述事物的符号化，是人类相互交流的语言化，是人类认识世界的一种方法，但它并不能改变事物原本就有的数理，数理是事物存在的天然本质。因此，我们所处的世界其本身实际上就是一个数字的世界。

数字世界当然离不开数学。过去如此，目前如此，将来也是必然。数学并不是孤立于人们生活之外的，数学理论的发展就是源于实际。比如中国古代受天文、历法的影响和驱使，数学家加强了对算法的研究，出现了如“更相减损术”“鬼谷算法”“勾股定理”等著名结论；而函数的产生更多的是源于航海和军事的原因，领导者想要把控那些影响决胜结果的变量之间的关系；据说曾经有一个赌徒因为想知道正在进行的赌博被某事突然终止的情况下，赌资如何分配的问题，就向他的数学家好朋友请教，这引起了世界上许多数学家的好奇，进而直接导致了概率论的产生；图论最初也是源自数学家欧拉对哥尼斯堡七桥问题的思考；解析几何则源自法国数学家笛卡儿和费马，他们提出变量数学的思想，借助代数坐标解决几何问题如今已成为一种非常重要的数学方法；微积分的产生也不是无中生有的，它源自大数学家牛顿和莱布尼兹，其主要解决的问题就是无穷和极限。如此等等，这样的例子还有很多。可见，实际生活是数学理论的发源地，数学就是为人们实际生活服务的工具。

当然，数学理论的发展无疑可以让人类更加了解地球、宇宙以及人类自己。比如借助“牛顿定律”和数学算法技术，现在的天文学家已经可以计算和预见太阳系两亿年以后的运动情形。又如20世纪最伟大的发明——电子计算机的问世，它最初同样来自数学家巴贝奇、图灵、莱布尼兹和冯·洛伊曼。巴贝奇提出了通用计算机的概念；图灵从数学上证明了制造通用计算机的可能性；莱布尼兹则发现了二进制，从数学算法上大大简化了计算机的逻辑线路；冯·洛伊曼在此基础上提出了现代计算机的设计制造方案，特别是存储器的引进，标志着计算机自动运算的实现。计算机的核心显然就是数学算法、逻辑推理和高效的计算速度。很明显，计算机的发明创造对人类文明意义重大、影响深远。此外，数学在物理学、医学、经济学、建筑学等方面的运用，也是举不胜举。总而言之，无论哪个领域，其统计方法、计算方法、分析方法、判断方法和使用方法，无不与数学有关。数学发展水平越高，人们的生活水平就会越高。

数学不仅无处不在，而且作用非凡。数学是重要而美丽的，这一点早已是绝大多数地球人的共识。然而，在我从教的二十几年里，我发现许多学生和家长都对数学认识比较模糊片面，认为数学是一门很肤浅而又很困难的学科，似乎学习数学仅仅是为了应付考试，如果不是为了升学拿文凭，极少有人会主动去学习数学，大多数人对它的存在视而不见，对它的抽象望而生畏，对它没有兴趣，甚至有人认为数学对人们的生活没有多大益处，这实际上是部分人对数学极大的误解。我想，这或许是我们传播数学知识的方法有误，或许我们为师者故弄玄虚，把数学抽象化、高深化、神秘化、题海化了，甚至还有部分人根本就懒于去思考这个数字世界。

作为从教多年的数学老师，我迫切地想写这本书，就是希望能和广大数学老师一起，争取改变数学的现状，力图把数学简单化、兴趣化、生活化、大众化。我深信，在你读完这本书以后，一定能提高你的数学兴趣，逐渐转变你的数学观念，提升你的数学能力，懂得数学知识的重要性，并给你带来快乐思维的体验。

本人仅一名小小的数学老师而已，写这本书，权当为同行抛砖引玉，也为自己的兴趣爱好做个整理小结。书中如有不当之处，敬请读者原谅！当然更希望能给你带来快乐和裨益！谢谢！

刘从文 沈志红

2018 年 2 月



第 1 章 数学基础	(1)
模块 1——计时问题	(1)
模块 2——代数基础	(7)
模块 3——几何问题	(19)
第 2 章 数字游戏	(27)
游戏 1——数字之谜	(27)
游戏 2——眼花缭乱	(29)
游戏 3——数字规律	(30)
游戏 4——万能日历	(33)
游戏 5——数独游戏	(34)
游戏 6——神机妙算	(37)
游戏 7——步步紧逼	(37)
游戏 8——巧猜籍贯	(38)
游戏 9——无处遁形	(39)
游戏 10——智卜生肖	(40)
第 3 章 数学发现	(44)
发现 1——数字符号	(44)
发现 2——二进制	(49)
发现 3——坐标系	(51)
发现 4——数学常数 π , e , Φ	(53)
发现 5——勾股定理	(58)
发现 6——幻方	(61)
第 4 章 图形游戏	(70)
游戏 1——规律延续	(70)
游戏 2——与众不同	(72)
游戏 3——图形拼分	(73)
第 5 章 数字关联	(80)
模块 1——数字塔	(80)

模块 2——数学黑洞	(85)
模块 3——特征数字	(88)
模块 4——你看得见的数学	(96)
第 6 章 益智游戏	(106)
游戏 1——火柴游戏	(106)
游戏 2——密码破译	(109)
游戏 3——智辨歪货	(113)
游戏 4——排兵布阵	(116)
第 7 章 数学巧算	(120)
模块 1——巧算常规	(120)
模块 2——古老的印度算法和俄罗斯算法	(126)
模块 3——数列求和	(129)
模块 4——史丰收速算法	(133)
第 8 章 数学猜想	(136)
猜想 1——哥德巴赫猜想	(136)
猜想 2——费尔马大定理	(138)
猜想 3——四色填图问题	(139)
猜想 4——冰雹猜想	(140)
猜想 5——回文数猜想	(141)
猜想 6——哥尼斯堡七桥问题	(142)
第 9 章 数学思维	(146)
思维方式 1——顺序思维	(146)
思维方式 2——反向思维	(149)
思维方式 3——变相思维	(151)
思维方式 4——统筹思维	(155)
思维方式 5——创新思维	(158)
第 10 章 数学陷阱	(163)
模块 1——错觉	(163)
模块 2——陷阱	(168)
模块 3——悖论	(172)
答案及提示	(178)

第 1 章 数学基础

模块 1——计时问题

在人类文明的历史进程中，最值得人们研究计较的事物莫过于“时间”，人类最珍贵的财富也莫过于“时间”，可“时间”不仅去得快，而且还一去不回，所以“时间”对于人类来说，那是弥足珍贵的宝物，因此计时在生活中就显得特别重要。那么请问：你对现今中国采用的计时方法了解吗？

1 24 时制的来历

人类在记录时间这个问题上可以说是费尽心思，古往今来，无论是计时的历法还是计时的器具都发明创造了很多种类。

很早以前，人类就发现太阳的起落变化是有固定周期的，太阳光照射地面上的物体时留下的影子也会随着太阳的移动而发生长短变化，因此人类最早就根据这个原理制作了比较粗糙的计时器具，其中最具代表性的是圭表和日晷。它们就是利用在标尺上留下等长的刻度，再根据影子的长短变化对应于不同刻度来记录时间的，但这明显有局限性，白天有太阳光还好，可晚上怎么办呢？所以后来人类又发明了利用水、油、沙等流体均匀下漏的原理来计时的水钟、油钟和沙钟之类的漏刻，甚至还发明了以蜡烛均匀燃烧来计时的蜡烛钟，这类计时器具明显有了很大的改进，因为它们不再局限于白天了，无光的夜晚也可以使用。再后来，大概从公元 15 世纪之后，计时器具的制作越来越科技，也越来越精准，人们先后利用机械齿轮的均匀运动、单摆的恒定摆动以及石英晶体的稳定振动来记录时间，这个时期的钟表种类就很多，如机械钟、石英钟、原子钟等。它们的显示方式通常有指针式和数字式两种，指针也从一针计时，逐步发展为二针计分、三针计秒。这也就是现代钟表的雏形。

现代研究表明，太阳的起落变化是因为地球围绕太阳自西向东公转的同时，自己又不停地绕着地轴做着自西向东的自转运动而形成的，地球公转一周就是一年，自转一周就是一天，所以一天有日夜之分。对于地球人来说，只有太阳光照着的地方才是白天，

没有被太阳光照着的地方就是黑夜。随着地球的自转，地球上不同地区的人们就会自西向东依次轮流经历白天和黑夜。人类为了记录这些变化，早在公元一千多年，聪明的古埃及人和古巴比伦人就已经会将一天均分为 12 个等份来计时了。到了公元 700 年左右，雅典人又进一步制造出了一天以 24 个刻度为基础的机械漏刻，进而被广泛采用，之后再逐步演化，逐渐就变成了每天为 24 个小时、每个小时为 60 分钟、每分钟为 60 秒钟来计时的公用历法，并沿用至今。至于为什么古人会把一天等分为 24 份，现在已无从考究。而为什么时、分、秒会像角度一样采用 60 进制，这可能跟地球自转做圆周运动有关。因为地球自转 1 周为 360° ，也就是 24 小时，这两者的份数要以人们习惯的整数建立对应，可能最好的连接数字就是 60 了。

而在我国，古人很早是把一天均分为一百刻来记录时间的，同时也把一天均分为 12 个时辰，而且这两种计时方法在中国历史上并存了很久。一直到 17 世纪，大概是明末清初的时候，西方机械钟表逐步传入中国，我国为了与世界通用的计时法相一致，才将原来的百刻计时法改为 24 时制计时法，但仍然保留了传统的十二时辰计时法，每个时辰为 2 个小时。如此一来，我国古老的百刻制就演变为 96 刻制，一个时辰为 8 刻、一个小时为 4 刻，每刻为 15 分钟，这样一天就为 12 个时辰、24 个小时、1440 分钟、86400 秒钟。

此外，还想说明一点，正是因为地球人是依次自西向东经历白天和黑夜，也是因为一天被分为 24 个小时，所以，地球人就将地球表面划分为 24 个时区。其目的是使各地区的人们在时间上尽可能地保持一致，否则如果各自都采用自己当地的时间，那必然会给来自不同地区的人们带来很多时间上的麻烦和困扰。为此，地球人于 1884 年在华盛顿召开了一次国际经度学术会议，会议主题就是讨论划分时区的起点和方法。经过研究论证，大会正式确定以通过英国伦敦格林威治天文台旧址的经线作为全球的零度经线，即世界各国计算经度的起点线。24 时区的划分就是以经线为依据的。所谓经线，就是通过地球两极而与赤道直交的圆弧线，又称为子午线，所以零度经线又被称为本初子午线。以此线为中央线，东、西各走 7.5° 为零时区，然后每走 15° 为 1 个时区，往东称为东时区，往西就称为西时区，每个时区横跨时间刚好为 1 个小时。所以相邻两个时区的时间自然也就相差 1 个小时。比如我国首都北京位于东 8 区，而日本位于东 9 区，泰国位于东 7 区，因此我国的北京时间总比日本时间晚 1 小时，而比泰国时间早 1 个小时。原则上，每个时区的中央经线上的时间就是这个时区内统一采用的时间，但各国在实际操作中并没有完全照做，这可能是基于管理和政治考虑，如我国虽然实际横跨 5 个时区，但为了统一，全国都以北京时间为准。

2 公历和农历的区别

“公历”就是“公元纪年法”的简称，也是我们通常所说的“阳历”，是当今世界上绝大多数国家采用的年历，它是以传说中的“耶稣诞生之年”为公元 1 年，以地球围绕太阳公转一周的时间为 1 年来计时的。公历的前身最早起源于古埃及，古埃及人通过观察四季的变化和星球在地平线上的起落，很早就发现地球围绕太阳旋转一周大概需要 365.25 天、月亮一年圆缺 12 次，于是聪明的古埃及人就把一年定为 12 个月，每月 30

天，岁末加 5 天做祭祀和大型的庆祝活动，全年共 365 天，年年如此，这种年历就是最早的“太阳历”。但这种年历比较粗糙，虽说每年只有约 0.25 天的差别，但时间久远后就会有较大的误差。因此到了公元 46 年，罗马独裁官儒略·恺撒根据天文官索西琴尼的计算结果，下令修改历法：一年仍然分为 12 个月，其中 1, 3, 5, 7, 8, 10, 12 七个月为大月，每月 31 天，4, 6, 9, 11 为小月，每月 30 天，特别地规定 2 月为 28 天。之所以要在 2 月减去 2 天，是因为当时处决犯人就在 2 月，人们希望晦气的 2 月早点过去，仅此而已。如此一来全年仍然是 365 天，这样调整以后的结果并没有消除每年 0.25 天的时间差，于是儒略·恺撒同时又补充规定：每 4 年就在第四年的 2 月增加 1 天，以弥补这个时间差，增加的这天称为“闰日”，有“闰日”的这一年称为“闰年”，所以每 4 年就设置 1 个闰年，闰年的 2 月有 29 天，全年就有 366 天；没有闰年的年份为平年，平年的 2 月只有 28 天，全年共 365 天，平均下来每年就有 365.25 天。这种年历就被后人称为“儒略历”。之后的一千多年里，人们一直使用这种年历，虽有一些偏差，倒也还能接受。可到了公元 1582 年，春分的日子从 3 月 21 日变成了 3 月 11 日，整整提前了 10 天，这给依时种地的农民带来很大的麻烦和困惑，人们觉得非常奇怪。究其原因，原来“儒略历”是按平均 365.25 日为 1 年计算的，而地球绕太阳公转的周期实际为 365.2422 日，即 1 年相差 0.0078 日，约 11 分 14 秒，那么大约每 400 年就会多计算 3 天，时间越长，误差就会越大。所以当时的罗马教皇“格里高利十三世”再次下令修改历法，他直接把公元 1582 年 10 月 5 日定为 10 月 15 日，以补齐漏掉的 10 天，同时保留儒略历的所有规定，唯一增加一条，就是 400 年中只需设 97 个闰年，即“世纪年”中能被 400 整除的年份才是闰年。这样修改以后，每年平均为 365.2425 日，与地球的实际公转周期相差极小，可基本保证到公元 5000 年前误差不会超过 1 天，这种历法后人称为“格里高利历”。虽然当时也有不少反对的声音，但其合理性毋庸置疑，所以逐渐被世人接受，一直沿用至今。我国是于公元 1912 年开始采用这种年历纪年的，公元 1949 年中华人民共和国成立后，被正式采用。

“农历”实际上是一种“阴阳历”，它是“阴历”和“阳历”共同的产物，它兼顾了回归年、朔望月、干支纪年、生肖纪年和二十四节气等基本历法。它以月亮“圆缺一次”所经历的时间为 1 个月，规定一年的平均时长与“公历”的平均时长相等，以二十四节气来确定闰年闰月，同时还辅以干支和生肖纪年。因此，中国的“农历”实际上是一部综合历法，它集各家之长，至今仍和公历同用。

不过“农历”最核心的部分还是“阴历”，因它起源于夏代，所以又称为“夏历”。这种历法是以“月相”的变化为依据来纪年的。所谓“月相”，就是月亮被太阳照射时，地球人所看到的月亮的不同影像。大家知道月球本身是不发光的，人们看到月亮完全是因为太阳光照射月球的缘故。在星球运动中，地球绕着太阳转（地球公转的轨道称为黄道），月亮绕着地球转（月亮公转的轨道称为白道），且月亮比太阳离地球更近。当地球、月亮和太阳运动到同一直线上，且月亮居中时，月亮被太阳照射的一面背对地球，此时从地球上看不到月亮的，这叫“朔”，这是一个月的开始，定为“初一”；之后月亮继续由西向东绕地球旋转，月亮逐渐显露，月相成反 C 形，慢慢由缺变圆，直到地球、月亮和太阳又处在同一条直线上，但地球居中，此时月亮被太阳照射的一面正对地

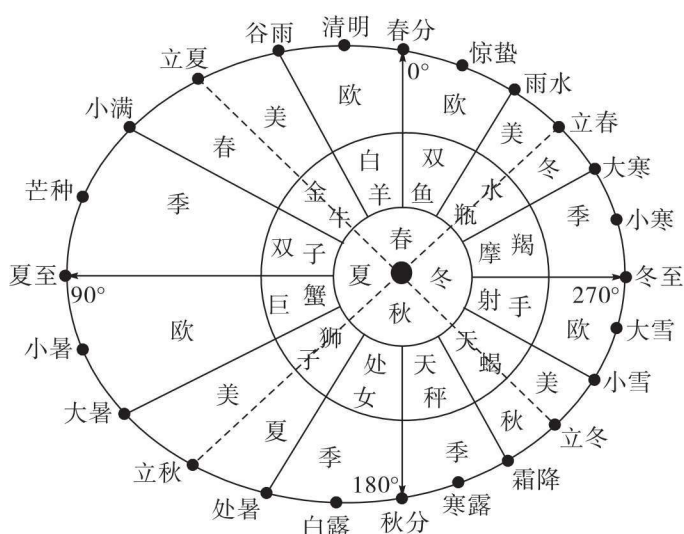
球，这时候从地球上看到的月亮是又圆又亮的，这叫“望”，这是月中；之后又继续旋转，月亮逐渐由圆变残，月相成C形，直到完全看不见，这就是月末，这叫“晦”。这个周期称为“朔望月”，也就是农历中的1个月。据精确测定，这个时间长度为29.5306天。由于地球绕太阳一周的时间内，月亮绕地球旋转12周多一点，而实际应用又不能有小数，因此农历规定全年为12个月，大月30天，小月29天，这样下来全年平均就只有 $29.5306 \times 12 = 354.3672$ 天，这明显与公历全年365.2422天有近11天的差距。因此，为了与公历协调一致，农历每隔3年左右就会增加一个月，以补齐这个时间差。增加的这个月叫“闰月”，有“闰月”的这一年也叫“闰年”。中国人所说的闰年通常就是指农历闰年，如2017年就是农历中的闰年，全年13个月，共384天。

但需要指出的是，农历的大、小月与公历是不同的。公历的大、小月是固定的，而农历的大、小月并不固定，每个月到底是29天还是30天，完全由“朔”的具体日期而定。“朔”所在的日子就是一个月的第一天，“晦”所在的日子就是这个月的最后一天，周而复始。但要具体算出“朔”的准确时点却是一件很困难的事，必须经过非常复杂、烦琐而又精确的计算才行。因此，这个工作一般都是国家的专门人员在做的。这也正是农历和公历之间的转换没有浅显公式可循的原因所在，人们要看它们之间的对应一般都是查询由专业人士编著的“万年历”。此外，农历中的“闰月”也并不是固定的。具体“闰”哪年哪月，要由农历“二十四节气”中没有“中气”的月份来定。“中气”是指“二十四节气”中的“气”，通常每个月都有1“节”1“气”，但随着时间的变化，大概每隔两三年就会出现有“节”无“气”的月份，农历的“闰月”就设在这个有“节”无“气”的月份。如2017年6月之后的那个月只有“立秋节”，没有“气”，故2017年闰六月。那么到底二十四节气是怎么回事呢？

3 二十四节气的由来

古时候的中国人通过长期的观察、研究和计算发现，地球围绕太阳公转时，处在黄道上的不同位置受太阳照射的强度是不一样的，与之对应，在地球上就表现出不同的温差及日夜时长和季节交替，于是人们就把以太阳为圆心的圆心角等分为24份，对应于黄道上的24个点，如图所示。

每个点给予一个“节气”的名称，每个“节气”都对应着地球的一个公转位置，每个这样的位置都会使得地球表现出不同的气候状态。比如当地球公转到“春分”点时，太阳光垂直照射赤道，地球上反映出来的就是温度不冷不热、日夜时间等长，黄道上的这一点就规定为起点，黄经度数为 0° 。之后地球继续由北向南绕日公转，每经过 15° 就是1个节气点，依次分别为清明、谷雨、立夏、小满、芒种、夏至、小暑、大暑、立秋、处暑、白露、秋分、寒露、霜降、立冬、小雪、大雪、冬至、小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰，共24个“节气”。处在 15° 的奇数倍位置的称为“节”，处在 15° 偶数倍位置的称为“气”，每月1“节”1“气”，一一相间。显然每个“节气点”的时间间隔大约为 $360 \div 24 = 15$ 天，在公历中的日子也相对比较固定，“节”的日子大约在每月的6号左右，“气”的日子大约在每月的22号左右。之所以“节气”的交接日期不是固定的15天，是因为黄道并非圆形，而是一个椭圆形的轨道，太阳位于椭圆的其中一个焦点



上,当地球围绕太阳公转时,地球会因与太阳距离的不同而造成转过同样 15° 所花的时间也会不同.在“近日点”转过 15° 的时间更短,这个时候的“节气”轮换就更快;而在“远日点”转过 15° 的时间更长,这个时候的“节气”轮换就更慢,不过这个时间仅差一两天左右.另外,由于 $365.2422 \div 12 = 30.43685$,说明公历中每两个“节”或者两个“气”之间的时间间隔为 30.43685 天,而农历中 1 个“朔望月”只有 29.5306 天,两者相差近 1 天,因此“二十四节气”在农历中的日期必然会逐月后延,这样大约历经 34 个月左右就会出现有“节”无“气”的月份,这个有“节”无“气”的月份就被农历规定为“闰月”.现在万年历的编撰者完全可以通过精确计算“朔望月”的实际长度,以及地球在黄道上运行的具体位置,来推算出哪年哪月是“闰月”.

这就是中国人独创的“二十四节气”.从它的名称就很容易看出,一年四季的气温变化情况以及农作物的播种收割时令,聪明的中国农民就是根据它们进行农耕作业的.同时他们还以此著有很多谚语和歌谣,下面这首就特别典型.

立春阳气转,雨水沿河边;惊蛰乌鸦叫,春分地皮干;清明忙种麦,谷雨种大田;立夏鹅毛住,小满雀来全;芒种开了铲,夏至不拿棉;小暑不算热,大暑三伏天;立秋忙打靛,处暑动刀镰;白露忙割地,秋分无生田;寒露不算冷,霜降变了天;立冬先封地,小雪河封严;大雪交冬月,冬至数九天;小寒忙买办,大寒就过年.

不难看出,“二十四节气”实际上是地球在黄道上的 24 个不同位置,它与“月像”的变化没有任何关系.它是中国古人用以指导农耕牧放的一种补充历法.几千年来,它为中国农牧业的发展起到了非常重要的作用,如今已传遍世界.2016 年 11 月 30 日,“二十四节气”被正式列入联合国教科文组织人类非物质文化遗产代表作名录,并被称为中国的“第五大发明”.

4 天干地支与 12 生肖纪年

我国除了“公历”和“农历”外,几千年前还发明了“干支历”,即采用“天干地支”来纪年、纪月、纪日、纪时的历法.具体来讲,就是将 10 天干和 12 地支按顺序搭

配组合成不同的“干支”。如天干的“甲”与地支的“子”组合成“甲子”、天干的“乙”与地支的“丑”组合成“乙丑”、天干的“丙”与地支的“寅”组合成“丙寅”等，按此方法依次顺序组合。当10个天干排了6轮与12个地支排了5轮以后，便可构成60个不同的“干支”。每一个“干支”表示1年，依次顺序排列，60年后再重复使用，这就是“干支”纪年。后来这种历法得到民间高手的改造，也不知何时何人去掉了“天干”部分，仅将12地支与12种动物一一对应起来，把每1年用1种动物来表示，每12年循环一次，这就是“生肖”纪年。因12生肖完全与12地支一一对应，所以我们从某年的地支名称就可以知道该年的生肖属相。下表就是天干地支与12生肖的对应情况。

排序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
天干	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸		
地支	子	丑	寅	卯	辰	巳	午	未	申	酉	戌	亥
十二生肖	鼠	牛	虎	兔	龙	蛇	马	羊	猴	狗	鸡	猪

如果已知公历纪年，那么借助于上表中的排序，我们有下列简单方法转换成干支纪年。

(1) 确定年干：计算 $(\text{年数}-3) \div 10$ 的余数，看余数对应的天干。

(2) 确定年支：计算 $(\text{年数}-3) \div 12$ 的余数，看余数对应的地支。

如确定2008年的干支：

$(2008-3) \div 10$ 余5，对应天干是“戊”。

$(2008-3) \div 12$ 余1，对应地支是“子”。

所以2008年是戊子年，属鼠。

5 星期纪日

“星期”的起源应归功于古巴比伦人和欧洲的犹太人。大约在公元前六七世纪，古巴比伦人通过观察“月相”的变化，把1个月分为4周，每周7天，每天对应一颗星球，即我们熟知的太阳、月亮、水星、木星、火星、金星和土星。他们认为，每颗星球都是一个星神，7颗星神轮流值日掌管人间，每周的第一天由月神主宰，称“月曜日”，即星期一；第二天由火星神主宰，称“火曜日”，即星期二；第三天由水星神主宰，称为“水曜日”，即星期三；第四天由木星神主宰，称为“木曜日”，即星期四；第五天由金星神主宰，称为“金曜日”，即星期五；第六天由土星神主宰，称为“土曜日”，即星期六；第七天由太阳神主宰，称为“日曜日”，即星期天。为此，古巴比伦人还建造了七星坛来祭祀各路星神。

这种“星期制”传播到犹太地区以后，逐步由聪明的犹太人传播到埃及、罗马，乃至整个欧洲的基督教国家，但直到公元321年3月7日，君士坦丁大帝才正式宣布7天为一星期，以公元1年1月1日为星期一算起，约定俗成后一直沿用至今。而我国直到明朝末年才随基督教传入，后被中华人民共和国正式采用。

“星期”和“公历”相结合的计时方式是全世界通用的历法。由于公历平年365天，闰年366天，如果从公元1年1月1号是星期一算起，那么28年后的公元29年1月1号