



“十三五”普通高等院校规划教材

数学建模 优秀论文精选

SHUXUE JIANMO
YOUXIU LUNWEN JINGXUAN

主编 © 凌巍炜 吴福才 罗诗文



电子科技大学出版社



“十三五”普通高等院校规划教材

数学建模 优秀论文精选

SHUXUE JIANMO
YOUXIU LUNWEN JINGXUAN

主 编：凌巍炜 吴福才 罗诗文
副主编：邓通德 谢良金 万 萍 陈友福
编 者：方志宏 李志平 张馨月 李繁春



电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学建模优秀论文精选 / 凌巍炜, 吴福才, 罗诗文

主编. —成都: 电子科技大学出版社, 2016.12

ISBN 978-7-5647-4009-2

I. ①数… II. ①凌… ②吴… ③罗… III. ①数学模型—高等学校—文集 IV. ①O141.4-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 266889 号

数学建模优秀论文精选

主 编 凌巍炜 吴福才 罗诗文

出 版: 电子科技大学出版社(成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦 邮编:610051)

策划编辑: 杜 倩

责任编辑: 杜 倩 兰 凯

主 页: www.uestcp.com.cn

电子邮箱: uestcp@uestcp.com.cn

发 行: 新华书店经销

印 刷: 三河市越阳印务有限公司

成品尺寸: 185mm×260mm 印张 24 字数 580 千字

版 次: 2016 年 12 月第一版

印 次: 2016 年 12 月第一次印刷

书 号: ISBN 978-7-5647-4009-2

定 价: 52.00 元

■ 版权所有 侵权必究 ■

◆ 本社发行部电话:028-83202463;本社邮购电话:028-83201495。

◆ 本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。

序

高等教育大众化背景下,人才的竞争越来越激烈,社会对人才的需求正向多元化发展,迫切需要越来越多的具有创新创业能力的人才。在新形势下,如何加强大学生创新精神和创业能力的培养是高校人才培养的战略性问题,也成为我国高等教育改革发展面临的重要任务。积极拓展第二课堂,积极组织大学生参加各种专业竞赛和科研活动,是创新人才培养模式、大力加强创新型人才培养的有效方式之一。这一方式对于增强大学生的创新意识,锻炼和提高大学生的观察力、思维力、想象力和动手操作能力都是十分有益的。只有在大学生中营造浓厚的科技创新氛围,才能使更多的创新人才脱颖而出。实践最能锻炼和培养一个人的才能,只有在实践中多看、多思、多问、多记,反复检验、反复调查,不断总结、吸取教训,才能摸索出真知。

20 多年的竞赛实践雄辩地证明,数学建模的竞赛及教学活动,正是高等学校培养创新型人才的生动诠释。数学建模的形式与通常的一支笔、一张纸、一个人完成的数学竞赛不同,它是开卷的通信比赛,可以自由地收集资料、调查研究,随意使用计算机、软件和互联网,三名学生组成一队,团结合作、奋力攻关,在三天时间内,用数学方法和计算机技术完成一篇数学建模全过程的论文。数学建模竞赛的特点是,题目由工程技术、管理科学中的实际问题简化加工而成,并不要求十分深奥的数学知识,一般没有事先设定的标准答案,为参赛者发挥其聪明才智和创造精神留有充分余地。加之竞赛评奖以假设的合理性、建模的创造性、结果的正确性和文字表述的清晰程度为主要标准,因此,这项活动的开展有利于全面培养学生的能力和素质,有利于树立勇于创新、理论联系实际的风气和培养相互协调、团结合作的团队精神,既丰富、活跃了广大大学生的课外科技活动,也为优秀大学生脱颖而出创造了很好的条件。

江西应用技术职业学院是我省高职高专院校中开展数学建模活动的佼佼者。2004年以来,在全国大学生数学建模竞赛中已获得了高教社杯 1 项、MATLAB 创新奖 1 项、全国一等奖 12 项、全国二等奖 22 项、江西省一等奖 46 项等。2009年,该校学生在解决关于卫星和飞船跟踪测控的问题中,获得当年全国大学生数学建模竞赛专科组唯一单项最高奖——MATLAB 创新奖,这是我省高校在该赛事上首次捧杯。2011年,该校学生在解决企业的肠衣搭配优化设计问题中,获得当年全国大学生数学建模竞赛专科组唯一最高奖——高教社杯。2011 年的 12 月 22 日,在人民大会堂举行的全国大学生数学建模竞赛 20 周年庆典暨高教社杯颁奖仪式上,该校获奖学生代表全体参赛同学在大会上发言,在庄严的人民大会堂展现了江西学子的风采。

在江西应用技术职业学院相关领导的关心支持下,该校将十多年来在全国大学生数学建模竞赛中获全国一等奖的论文结集出版,这既是竞赛成果的结晶,更是学生参加数学建模活动的第一手珍贵素材,对高职高专学生参加大学生数学建模竞赛具有较好的指导意义与较高的参考价值。本书的出版也表明,通过本书主编之一凌巍炜老师为代表的教师团队的辛勤工作,该校营造出了领导关心数学建模、教师支持数学建模、学生热爱数学建模的良好氛围,数学建模已经成为该校大学生科技创新活动的重要组成部分。该校的数学建模活动的开展方式值得江西省其他高校借鉴。

希望本书的出版,能够进一步扩大大学生的受益面,提高数学建模的参赛水平,为培养创新型人才做出积极贡献。

全国大学生数学建模竞赛江西赛区组委会主任

江西理工大学督评中心主任

 教授

前 言

近半个世纪以来,随着计算机技术的迅速发展,数学的应用不仅在工程技术、自然科学等领域发挥着越来越重要的作用,而且以空前的广度和深度向经济、管理、金融、生物、医学、环境、地质、人口、交通等新的领域渗透。当需要从定量的角度分析和研究一个实际问题时,人们就需要在深入调查研究、了解对象信息、作出简化假设、分析内在规律等工作基础上,用数学的符号和语言做表述,也就是建立数学模型,然后用计算得到的结果来解释实际问题,并接受实践的检验。这个建立数学模型的全过程就称为数学建模。不论是用数学方法在科技和生产领域解决实际问题,还是与其他学科相结合形成交叉学科,首要和关键的一步是建立研究对象的数学模型,并加以计算求解(通常借助计算机)。

在这样的一个背景下,1985年的美国出现了一种面向大学生的、称为数学建模竞赛的新型竞赛,简称为 MCM。这是一种彻底公开的竞争,每年有若干个来自不同领域的实际问题,学生以三人组成一队的形式参加,在三天内合成一体,完成该实际问题的数学建模的全过程,并写出包含问题的重述、简化和假设及其合理性的论述、数学模型的建立和求解、检验和改进、模型的优缺点以及可能的应用范围的自我评述等内容的论文。MCM 只有唯一的一条禁律,就是在竞赛期间不得与队外任何人包括指导教师讨论赛题,但可以利用任何图书资料、互联网上的资料、任何类型的计算机和软件等,这就为充分发挥参赛学生的创造性提供了广阔的空间。

1992年起,我国开始创办我们自己的大学生数学建模竞赛,它是由教育部高等教育司和中国工业与应用数学学会共同举办的、一年一度的、面向全国高等院校所有专业学生的一项通信比赛,于每年 9 月中旬举行。2015年,来自中国 33 个省、直辖市、自治区(包括香港和澳门特区)及新加坡和美国的 1 326 所院校、28 574 个队(其中本科组 25 558 队、专科组 3 016 队)、85 000 名大学生报名参加本项竞赛。数学建模是沟通数学理论与实际问题的桥梁,是展现创新思维和发现思维的一个平台。每年一届的全国大学生数学建模竞赛,是目前全国高校规模最大的基础性学科竞赛,也是这些年来最成功的一项教学改革实践,培养了数以万计的创新人才。通过建模竞赛,明确了“重在参与,重在能力培养”“重在综合素质的提高”的指导思想,加强了交流,增强了大学生的创新精神和动手能力,提高了大学生分析和解决问题的能力,增强了他们的团结协作精神,这对大学生的学习自觉性、主动性是极大的促进和鼓励。

我校(江西应用技术职业学院)的数学建模项目是一个有着十多年辉煌历程、硕果累累的精品项目,从2004年以来,我校大学生参加全国大学生数学建模竞赛,已取得了高教社杯 1 项、MATLAB 创新奖 1 项、全国一等奖 12 项、全国二等奖 22 项、江西省一等奖 46 项等优异成绩。同时,我校获得全国一等奖的 12 篇参赛论文中,共有 4 篇参赛论文被全国组委会作

为优秀论文推荐发表在《工程数学学报(增刊)》上。

目前,我校已经形成了领导关心数学建模、教师支持数学建模、学生热爱数学建模的良好氛围,在这样的氛围下,以数学建模协会为平台、以数学建模培训为支撑的数学建模活动已经成为学校一项重要的第二课堂活动。经过十多年的数学建模竞赛与教学实践,我校数学建模教学团队在数学建模的培训、组赛、论文的写作风格、第二课堂活动的开展等方面都总结出一套成功的经验。特别是我们已经成功探索出一套符合高职高专学生特点的数学建模培训模式与方法,效果非常显著,其中最重要的环节就是真实赛题的训练与优秀论文的对照。

此外,由于缺乏全国一等奖的优秀论文范本供教师或学生学习时使用,所以高职高专院校学生普遍缺乏完整解决竞赛试题的能力以及规范的论文写作能力。多年来,我们经常收到兄弟院校指导教师的请求——能否把我校获得全国一等奖的论文提供给她作为参考,可见,广大高职高专教师和学生对获奖优秀论文的需要是强烈的。

基于此,我们将江西应用技术职业学院2005年—2015年荣获全国大学生数学建模竞赛全国一等奖的论文(包括获高教社杯奖与 MATLAB 创新奖的论文原文,以及发表在《工程数学学报(增刊)》上的优秀论文原文)加工整理成本书。为了保证全书的系统性与完整性,本书所收录的论文在原参赛论文的基础上,对论文进行统一的编排整理,但主体内容、模型建立、模型求解、计算结果、计算程序、论文结构都保持了论文的原貌,以确保论文的“原汁原味”,使读者可以看到在竞赛期间,学生可以怎样去做、能做到什么程度,为广大参赛学生提供一份真实的竞赛参考资料。需要指出的是,论文是学生在三天竞赛期间的成果,肯定会存在着很多不足甚至错误,这些不足或者错误并不影响论文全文的优秀。在每篇论文的最后,编者都给出了简要点评,并简述了题目的求解思路,可供读者参考。

本书由凌巍炜、吴福才、罗诗文任主编,邓通德、谢良金、万萍、陈友福任副主编,方志宏、李志平、张馨月、李繁春参编。全书的论文点评部分由凌巍炜撰写。所有参编人员从组织选材、论文修正、审核校对等都做了大量的工作,全书最后由凌巍炜、吴福才、罗诗文统筹定稿。全国大学生数学建模竞赛江西赛区组委会主任、江西理工大学督评中心主任吴阔华教授,多年来一直关心支持我校的数学建模工作,非常支持本书的编辑出版,并在百忙之中为本书作序,在此表示衷心的感谢!

由于时间仓促、编者水平有限,书中肯定有许多不妥之处,敬请批评指正。

编 者

目 录

第 1 篇 雨量预报方法的评价	1
1 问题提出	2
2 问题分析	3
3 模型假设	5
4 符号说明	5
5 模型建立	6
6 模型求解	8
7 误差分析	11
8 模型评价与应用	11
9 模型改进	11
10 参考文献	12
附 录	12
论文点评	19
第 2 篇 关于 DVD 在线租赁的数学模型	21
1 问题重述	22
2 问题分析	23
3 模型假设	23
4 符号说明	24
5 模型建立与求解	24
6 结果分析及误差分析	28
7 模型评价	29
8 模型改进及推广	29
9 参考文献	31
附 录	31
论文点评	45
第 3 篇 煤矿瓦斯和煤尘的监测与控制模型	48
1 问题提出	49
2 问题分析	50
3 模型假设	51
4 符号说明	51

5	模型建立与求解	52
6	误差分析	57
7	模型改进	58
8	模型评价及推广	60
9	参考文献	61
	附 录	61
	论文点评	66
第 4 篇	一类手机资费方案的优选模型	68
1	问题重述	69
2	问题分析	69
3	模型假设	70
4	符号说明	70
5	模型建立与求解	71
6	结果分析	79
7	模型改进	80
8	模型评价与推广	80
9	参考文献	81
	附 录	81
	论文点评	88
第 5 篇	关于卫星和飞船跟踪测控问题的数学模型	90
1	问题重述	91
2	问题分析	91
3	模型假设	92
4	符号说明	92
5	模型建立	93
6	结果分析	102
7	模型改进及推广	103
8	模型评价	103
9	参考文献	104
	附 录	104
	论文点评	113
第 6 篇	一类天然肠衣原料搭配优化问题的启发求解	115
1	问题重述	116
2	问题分析	116
3	模型假设	117
4	符号说明	117

5	模型建立与求解	118
6	结果分析	132
7	模型评价与推广	133
8	参考文献	133
	附 录	133
	论文点评	137
第 7 篇	机器人避障问题	139
1	问题重述	140
2	问题分析	141
3	模型假设	141
4	符号说明	141
5	最短路径模型建立与求解	142
6	最短时间路径模型建立与求解	156
7	模型评价	159
8	参考文献	159
	附 录	159
	论文点评	178
第 8 篇	基于古塔变形问题的模型与求解	180
1	问题重述	181
2	问题分析	181
3	模型假设	182
4	符号说明	182
5	模型建立与求解	182
6	模型评价	211
7	模型改进	212
8	参考文献	213
	附 录	213
	论文点评	233
第 9 篇	公共自行车服务系统	235
1	问题重述	237
2	问题分析	237
3	模型假设	238
4	符号说明	238
5	模型建立与求解	239
6	参考文献	257
	附 录	257

论文点评	265
第 10 篇 基于储药柜的优化设计的算法	268
1 问题重述	270
2 问题分析	270
3 模型假设	271
4 符号说明	271
5 模型建立与求解	272
6 模型改进及推广	290
7 参考文献	291
附 录	292
论文点评	296
第 11 篇 古典诗词中天文知识的研究	299
1 问题重述	300
2 问题分析	300
3 模型假设	302
4 符号说明	302
5 模型准备	302
6 模型建立与求解	307
7 模型评价	320
8 参考文献	321
附 录	321
论文点评	352
第 12 篇 月上柳梢头	354
1 问题重述	355
2 问题分析	355
3 模型假设	356
4 符号说明	356
5 模型建立与求解	357
6 模型评价与推广	365
7 参考文献	365
附 录	366
论文点评	371

第 1 篇 雨量预报方法的评价

摘 要: 本文研究评价雨量预报方法准确性的问题。首先,将东经 120° 和北纬 32° 的坐标转换为由经纬线构成的直角坐标系进行讨论。然后,以观测站点 (φ_k, λ_k) 为圆心, $0.2\sqrt{2}$ 米为半径构成圆,并将圆内的所有网格点的经、纬度与其所在网格点的预测雨量值进行拟合,得到多元二项式线性回归模型,而后拟合估计出该观测站点的雨量,即为该站点雨量预测估计值。在计算时创新地采用大规模数据处理方法,对数据进行多次的变换处理,使数据集中化、对应化,为评价两种预报方法的准确性提供了便捷。

对于问题一,从计算准确率 p_1, p_2 和复相关系数 R_{1k}, R_{2k} 两方面进行判断分析预报准确性,通过预报绝对误差的比率计算出预测准确率;由数学软件 (MATLAB) 编程计算可得 $p_1 = 0.75, p_2 = 0.7475$; $\sum_{k=1}^N R_{1k} = 107.5786, \sum_{k=1}^N R_{2k} = 107.3817, (k = 1, 2, 3, \dots, N)$ 。综合分析得出第一种预报方法准确性较好。

对于问题二,本文基于两种预报方法的准确性对公众的感受进行分析。从预报误差角度考虑公众的不满意度。首先对两种预测雨量的等级 a_{k1}, a_{k2} 与实测雨量等级 b_k 是否一致进行分析,可以统计出一致性比率,即预报准确率;预测雨量的等级 a_k 与实际雨量等级 b_k 的偏差 x_k 对公众的不满意度进行定量分析,这里,我们引入了偏大型正态分布函数 $y = 1 - e^{-(x/t)^2}$, 来描述公众的不满意度。由 MATLAB 编程计算得出两种方法预报方法的准确性分别为 $p'_1 = 0.9966, p'_2 = 0.7874$, 即第一种预报方法公众更满意。

此外,本文还对模型进行了误差分析、优缺点分析及模型改进。

关键词: 雨量预报方法评价 拟合 准确率 不满意度 数据处理

1 问题提出

雨量预报对农业生产和城市工作和生活有重要作用,但准确、及时地对雨量作出预报是一个十分困难的问题,并广受世界各国关注。我国某地气象台和气象研究所正在研究 6 小时雨量预报方法,即每天晚上 20 点预报从 21 点开始的 4 个时段(21 点至次日 3 点,次日 3 点至 9 点,9 点至 15 点,15 点至 21 点)某些位置的雨量,这些位置位于东经 120°、北纬 32°附近的 53×47 的等距网格点上。同时设立 91 个观测站点实测这些时段的实际雨量,由于各种条件的限制,站点的设置是不均匀的。

气象部门希望建立一种科学评价预报方法好坏的数学模型与方法。气象部门提供了 41 天的用两种不同方法预报的数据和相应的实测数据。预报数据在文件夹 FORECAST 中,实测数据在文件夹 MEASURING 中,其中的文件都可以用 Windows 系统的“写字板”程序打开阅读。

FORECAST 中的文件 lon.dat 和 lat.dat 分别包含网格点的经纬度,其余文件名为 <f 日期 i>_dis1 和 <f 日期 i>_dis2。例如,f 6181_dis1 中包含 2002 年 6 月 18 日 20 点采用第一种方法预报的第一时段数据(其 2 491 个数据为该时段各网格点的雨量),而 f 6183_dis2 中包含 2002 年 6 月 18 日 20 点采用第二种方法预报的第三时段数据。

MEASURING 中包含了 41 个名为 <日期>.SIX 的文件,如 020618.SIX 表示 2002 年 6 月 18 日 21 点开始的连续 4 个时段各站点的实测数据(雨量),这些文件的数据格式如表 1-1 所示:

表 1-1 文件数据格式

站号	纬度	经度	第 1 时段	第 2 时段	第 3 时段	第 4 时段
58138	32.983 3	118.516 7	0.000 0	0.200 0	10.100 0	3.100 0
58139	33.300 0	118.850 0	0.000 0	0.000 0	4.600 0	7.400 0
58141	33.666 7	119.266 7	0.000 0	0.000 0	1.100 0	1.400 0
58143	33.800 0	119.800 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	1.800 0
58146	33.483 3	119.816 7	0.000 0	0.000 0	1.500 0	1.900 0

雨量用毫米做单位,小于 0.1 毫米视为无雨。

(1) 建立评价预报方法好坏的数学模型,结合两种不同方法的预报数据和相应的实测数据,通过建立的模型来评价两种 6 小时雨量预报方法的准确性。

(2) 气象部门将每一时段(6 小时)的降雨量分为 6 等份,即 0.1~2.5 毫米为小雨,2.6~6 毫米为中雨,6.1~12 毫米为大雨,12.1~25 毫米为暴雨,25.1~60 毫米为大暴雨,大于 60.1 毫米为特大暴雨。气象部门按此分级向公众预报,从哪些方面分析在评价方法中对公众的感受,每一方面采用什么方式反映公众的感受。

2 问题分析

2.1 基本知识

(1) 地理坐标

地球的经线和纬线及其在地球上的对应位置如图 1-1 所示,纬度通常以字母 φ 表示,经度通常用字母 λ 表示。某两点经度值之差称为经差,某两点纬度值之差称为纬差。

地球除了绕太阳公转外,还绕着自己的轴线旋转。地球自转轴线与地球椭球体的短轴相重合,并与地面相交于两点,这两点就是地球的两极——北极和南极。垂直于地轴,并通过地心的平面叫赤道平面,赤道平面与地球表面相交的大圆圈(交线)叫赤道。平行于赤道的各个圆圈叫纬圈(纬线)(Parallel),赤道是最大的一个纬圈。

通过地轴垂直于赤道面的平面叫作经面或子午圈(Meridian),所有的子午圈长度彼此都相等,如图 1-1 所示。

(2) 纬度(Latitude)

设椭球面上有一点 P (图 1-1),通过 P 点作椭球面的垂线,称之为过 P 点的法线。法线与赤道面的交角,叫作 P 点的地理纬度(简称纬度),通常以字母 φ 表示。

从赤道算起,在赤道上的纬度为 0° ,纬线离赤道愈远,纬度愈大,至极点纬度为 90° 。赤道以北叫北纬,赤道以南叫南纬。

(3) 经度(Longitude)

过 P 点的子午面与通过英国格林尼治天文台的子午面所夹的二面角,叫作 P 点的地理经度(简称经度),通常用字母 λ 表示。国际规定通过英国格林尼治天文台的子午线为本初子午线(或叫首子午线),作为计算经度的起点,该线的经度为 0° ,向东 $0^\circ \sim 180^\circ$ 叫东经,向西 $0^\circ \sim 180^\circ$ 叫西经。

(4) 地面上点位的确定

地面上任一点的位置,通常用经度和纬度来确定。经线和纬线是地球表面上两组正交(相交为 90°)的曲线,这两组正交的曲线构成的坐标,称为地理坐标系。地面某两点经度值之差称为经差,某两点纬度值之差称为纬差。例如,北京在地球上的位置可由北纬 $39^\circ 56'$ 和东经 $116^\circ 24'$ 来确定。

(5) 平面上的坐标系

地理坐标是一种球面坐标。由于地球表面是不可展开的曲面,也就是说曲面上的各点

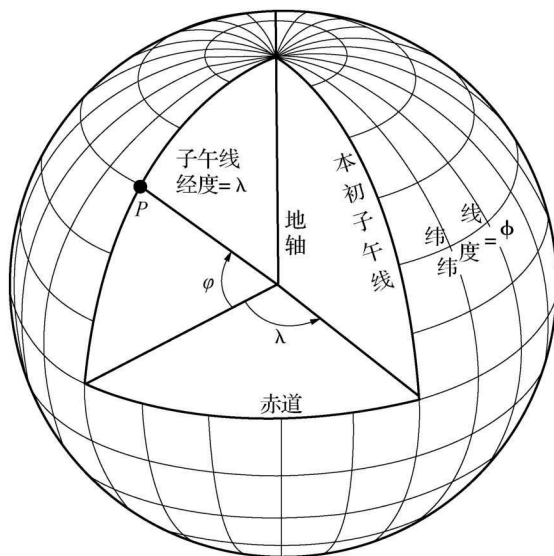


图 1-1 地球的经线和纬线

不能直接表示在平面上,因此必须运用地图投影的方法,建立地球表面和平面上点的函数关系,使地球表面上任一由地理坐标 (φ, λ) 确定的点,在平面上必有一个与它相对应的点,平面上任一点的位置可以用极坐标或直角坐标表示。

2.2 对问题的分析

2.2.1 问题一——评价两种 6 小时雨量预报方法的准确性

从计算准确率 p_1, p_2 和复相关系数 R_{1k}, R_{2k} 两方面进行判断、分析预报准确性,通过预报绝对误差的比率计算出预测准确率。

数据拟合反映对象的整体变化趋势,得到简单的近似函数。在雨量的预报方法评价过程中,数据多而且复杂。此问题是对两种预报方法的准确性进行评价,要求有比较好的拟合效果,才能根据所拟合出的曲线分析、评价出哪一种预报的方法更准确。对于此问题,用多元线性回归方法进行拟合比用其他方法拟合的效果更好(此问题的情景比较适合用多元线性回归方法对数据进行拟合)。

根据所提供的数据可知,最小的经、纬度值分别为 $117^\circ, 28^\circ$ 。不妨以点 $(28^\circ, 117^\circ)$ 为原点建立经、纬度平面直角坐标系。在平面直角坐标系中画出经、纬度分别为 1° 的等距网格,其中经度范围为 $(28^\circ, 35^\circ)$,纬度范围为 $(117^\circ, 122^\circ)$ 。把在地球上的观测点的位置转化为由经度 φ , 纬度 λ 所构成的平面直角坐标系的相应位置,在平面直角坐标系中讨论。

每一观测站的相邻 n 个(当观测站在经、纬度线上时则可考虑该线上相邻的 n 个点)网格点对其有影响。分析数据可知,各网格点相邻的经、纬度之差的绝对值在 $[0^\circ, 0.2^\circ]$ 的范围内。此时不妨以每一观测站为圆心,以半径大小为 $0.2\sqrt{2}$ 作圆(考虑相邻两网格点的最大距离),得到圆内所包含的所有网格点,即圆内所有网格点的预报雨量对该观测站的实际雨量有影响。

(φ_k, λ_k) 为观测站点的坐标,以该观测站为圆心,以半径大小为 $0.2\sqrt{2}$ 作圆,记所在圆内的所有网格点为该站点的预测雨量估计值相关点,如图 1-2 所示。

根据 91 个观测点在 41 天的各时段雨量数据与上述方法所得到的网格点所对应的两种不同方法的各时段预报数据进行拟合,对两种方法所拟合出的曲线进行比较、分析,得出哪一种方法预报准确性更好。

通过计算准确率 p 和复相关系数 R 数检验法综合考虑对两种预报方法的预报准确性进行判断。

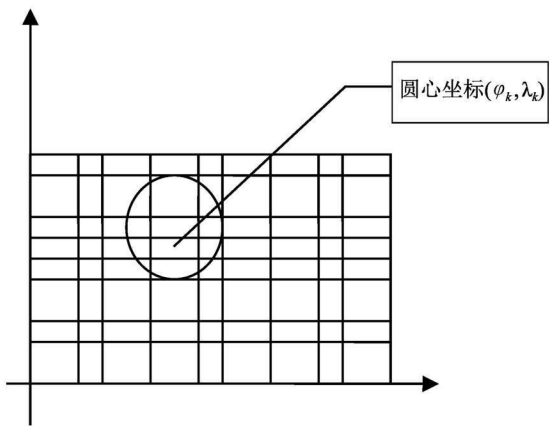


图 1-2 雨量估计值相关点

2.2.2 问题二——评价分级雨量预报对公众的感受

评价公众的感受,这是一个定量的问题,此问题其实同样可转化为考虑气象部门预报的准确性的问题上,只有从其预报降雨量等级的准确性的高低,来反映公众对其预报的感受。若从按气象部门的6等级划分向公众预报进行考虑,首先,把所有的雨量向量转化为6个等级向量,要求对每一时段的两种方法的预测值、实际值分别按其6个等级的范围大小对号入座,通过第一、二种方法估计值的等级向量与实际值的等级向量进行插值,得出插值。通过对其插值进行处理,把第一、二种方法所有为零的值的个数求出,再与总的差值个数进行比较,从而得出预报的准确率,通过得出的准确率来反映公众的感受。

要准确、及时地对雨量的大小作出预报是很困难的。气象部门将6小时降雨量分为6个等级:0.1~2.5毫米为小雨(0.1毫米以下为无雨),2.6~6毫米为中雨,6.1~12毫米为大雨,12.1~25毫米为暴雨,25.1~60毫米为大暴雨,大于60.1毫米为特大暴雨。

这样划分不同的等级,按不同的降雨量等级向大众报道信息。根据等级的划分,计算出问题一中91个观察点的相对预测值(估计值),因为为考虑到分等级时有的估计值小数点后不止一位,这样划分会有一些估计值划分不到。于是我们可以采用四舍五入法对估计值(雨量)进行处理。0.1~2.55毫米为小雨(0.1毫米以下为无雨),2.55~6.05毫米为中雨,6.05~12.05毫米为大雨,12.05~25.05毫米为暴雨,25.05~60.05毫米为大暴雨,大于60.05毫米为特大暴雨。分别按等级的范围落入不同的等级范围内,使得在同一个时段内的雨量信息很快能得知,把实测雨量和预测雨量按等级的范围落入不同的期间内,在落入范围的同时,可用(0, ..., 6)的等级标号来直观说明问题。例如,1.5毫米的降雨量是落在0.1到2.5的范围内,可用“1”来表示。通过这样的表示,即可得出有关0到6的直观的数字,再通过对实际雨量和预测雨量的直观数字进行作差就可得出二者的偏离程度,引进偏大型正态分布函数: $y = 1 - e^{-(x/t)^2}$,来描述公众对这种偏离程度的不满意度。

3 模型假设

- 1.东经120°、北纬32°附近的地表面是平滑的。
- 2.假设站点估计值是通过以该点为圆心, $0.2\sqrt{2}$ 为半径的圆内所有网格点值估计出的该点的值。
- 3.假设预报绝对误差的比率为25%。

4 符号说明

$(\varphi_{ij}, \lambda_{ij})$: 经、纬度平面直角坐标系上网格点的坐标($i=1, \dots, 53; j=1, \dots, 47$);

(φ_k, λ_k) : 观测站的点坐标($k=1, \dots, 91$);

$(\varphi_{ij}^*, \lambda_{ij}^*)$: 以某一观测站点为圆心, 半径 $r=0.2\sqrt{2}$ 的圆内的网格点的坐标;

z_k^* : 预测方法在某一观测站点的估计雨量;

z_k : 某一观测站点的实际观测雨量;

a_k : 估计的雨量等级;

b_k : 观测站实测的雨量等级;

x_k : 估计雨量等级 a_k 与实测雨量等级 b_k 的偏离程度(偏差);

p_1, p_2 : 两种方法的估计准确率;

p'_1, p'_2 : 两种方法中分级雨量预报方法的准确率。

5 模型建立

5.1 问题一(评价两种 6 小时雨量预报方法的准确性)的模型建立

假设网格点的坐标 $(\varphi_{ij}, \lambda_{ij}) (i=1, \dots, 53; j=1, \dots, 47)$, 91 个观测站的点坐标 (φ_k, λ_k) 。只要找出以观测站点为圆心, 半径 $r=0.2\sqrt{2}$ 的圆内的所有网格点, 即对该观测站雨量有影响的网格点。则有 $(\varphi_{ij}, \lambda_{ij})$ 满足

$$\sqrt{(\varphi_{ij} - \varphi_k)^2 + (\lambda_{ij} - \lambda_k)^2} \leq r \quad (1-1)$$

得出 n 个散乱点 $(\varphi_{ij}^*, \lambda_{ij}^*)$, 记 $i=i^*, j=j^*$ 。然后得出相应有影响 n 个网格点的雨量 z_{ij}^* 。

为了更精确地得到圆内网格点的预测雨量对相应观测站 (φ_k, λ_k) 雨量的两种方法的估计值, 不妨采用 n 个散乱点的雨量得出点 (φ_k, λ_k) 的两种方法的雨量估计值。则此时不妨假设每一种方法的估计值 z_k^* 符合二元函数 $F(\varphi_{ij}^*, \lambda_{ij}^*) = z_k^*$, 且使得

$$f(\varphi_{ij}^*, \lambda_{ij}^*) = z_k^* \quad (1-2)$$

于是将此问题转化为典型的“散乱数据”问题。

此时, 不妨通过线性回归模型拟合出 (φ_k, λ_k) 的估计值 z_k^* 。于是转化成 $F(\varphi_{ij}^*, \lambda_{ij}^*) = z_{kj}^*$, 求二元多项回归模型

$$z_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \varphi_{ij}^* + \beta_2 \varphi_{ij}^{*2} + \beta_3 \lambda_{ij}^* + \beta_4 \lambda_{ij}^{*2} \quad (1-3)$$

其中 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 可由二元多项式回归命令求出。

此时代入 (φ_k, λ_k) 的估计值, 得

$$z_k = \beta_0 + \beta_1 \varphi_k + \beta_2 \varphi_k^2 + \beta_3 \lambda_k + \beta_4 \lambda_k^2 \quad (1-4)$$

评价两种 6 小时雨量预报方法准确性的模型, 可用计算准确率 p 与复相关系数 R 的大小综合考虑两种方法的预报准确性。