

画图解题，一学就会！



丛书主编：彭 林
本册主编：李茂蓓
刘 杰

图解

第2版

小学数学

思维训练题

6

年级+小升初





丛书主编：彭 林
本册主编：李茂蓓
刘 杰

图解

第2版

小学数学

思维训练题

6

年级



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

图解小学数学思维训练题 . 6 年级 + 小升初 / 彭林丛书主编 ; 李茂蓓 , 刘杰本册主编 . — 2 版 . — 上海 : 华东理工大学出版社 , 2018.3

ISBN 978-7-5628-5269-8

I . ① 图… II . ① 彭… ② 李… ③ 刘… III . ① 小学数学课—习题集
IV . ① G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 286542 号

项目统筹 / 郭 艳

责任编辑 / 张 波

装帧设计 / 徐 蓉

出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司

地址 : 上海市梅陇路 130 号 , 200237

电话 : 021-64250306

网址 : www.ecustpress.cn

邮箱 : zongbianban@ecustpress.cn

印 刷 / 常熟市华顺印刷有限公司

开 本 / 787 mm × 1092 mm 1/16

印 张 / 9.5

字 数 / 147 千字

版 次 / 2018 年 3 月第 2 版

印 次 / 2018 年 3 月第 1 次

定 价 / 29.80 元

版权所有 侵权必究



前言

不少小读者喜欢看卡通书，这是因为图画很形象，有助于小读者正确、迅速地理解书中的内容。有时，理解一道数学题很费力，但是如果动手画出示意图，题意就解释清楚明了了。

这套“图解小学数学思维训练题”就是通过图解与文字标注相结合的方式，将数学思维训练题的解题过程直观、清晰地展现在小读者面前，帮助大家厘清解题思路，将抽象问题具体化，通过精巧地设计和运用直观性、形象性手段，分散难点，放缓坡度，使小读者容易接受、理解。帮助小读者在面对复杂问题时，学会分析、解决问题，从而有效地提高解题能力和思维能力。

这套“图解小学数学思维训练题”涵盖了小学各年级有代表性的数学思维训练题，结合各章内容，详细讲解各种数学思维训练题的解题思路，归纳常用的、重要的公式，帮助小读者准确地把握要点。

这套“图解小学数学思维训练题”针对各章内容精选不同难度的练习题，分为小试身手、拓展提升两个层次，帮助小读者巩固所学，逐级提升解题能力。

这套“图解小学数学思维训练题”曾在北京、上海、江苏、浙江、福建、四川等地的学校进行了试验，取得了良好的效果，希望这次的改版能帮助更多的学生顺利解决小学数学思维训练题，稳步地、愉快地、更加自信地走进数学世界。

数学之美是人们在数学思维活动中的一种体验和感受，希望使用这套书的小读者通过“学数学、做数学、用数学”的活动来体验、探索数学之美！

特别感谢李秀琴、彭光进、黄洋、吴智敏、吴奇琰、张移、张永飞、李丹、李堃、郭春利、姚一萌、李世魁、谢正国、赵波、杨树青、李曹群、钟春风、陈军、李雅萌、高丽丽、邓林树、彭如武、冯林、李冉、张春杰等老师在本书编写过程中提供的帮助和做出的贡献。

祝青少年朋友健康成长，快乐学习！

彭 林

目 录



第一章 分数的巧算	1
第二章 估 算	12
第三章 较复杂定义新运算	17
第四章 较复杂列方程解应用题	22
第五章 分数应用题	26
第六章 溶液与浓度	31
第七章 商业中的数学	35
第八章 工程问题	39
第九章 水管问题	44
第十章 角度的计算	49
第十一章 圆的周长	54
第十二章 圆与扇形的面积	58
第十三章 巧求弧长	63
第十四章 巧求组合图形面积	68
第十五章 较复杂的平均数问题	75
第十六章 “牛吃草”问题	81
第十七章 较复杂的分数应用题	87
第十八章 较复杂的工程问题	92
第十九章 按比例分配	97
第二十章 正、反比例应用题	102
第二十一章 圆 柱	109
第二十二章 圆 锥	113
第二十三章 奇偶性分析	118
第二十四章 染 色	122
第二十五章 加法原理和乘法原理的 综合应用	126
第二十六章 包含与排除原理的综合 应用	130
第二十七章 逻辑推理	135
参考答案	142

第一章 分数的巧算



知识导航

1. 简单分数运用裂项法巧算的基本公式:

当 n, d 都是自然数时, 有 $\frac{1}{n \times (n+d)} = \frac{1}{d} \times \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+d} \right)$

当 n 是自然数时, 有

$$\begin{aligned} & \frac{1}{n \times (n+1) \times (n+2)} \\ &= \frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{n \times (n+1)} - \frac{1}{(n+1) \times (n+2)} \right] \end{aligned}$$

2. 繁分数的巧算

一个分数的分子或分母中含有分数, 这样的分数叫作繁分数。较复杂的繁分数的化简必须先观察分子、分母的关系, 然后向着一个目标, 分别计算分子和分母。计算过程中不仅要用一些技巧和方法, 还要认真仔细地一步一步来完成。

(1) 对于繁分数的计算通常先分别对分子、分母进行计算, 再对整个繁分数进行计算。

(2) 要仔细观察数的特征和排列规律, 充分运用以前学到的运算定律、运算性质、计算技巧, 才能正确解答。

(3) 有些算式要从整体分析; 有些算式要从最后一步往前, 一步一步算; 有些算式要把分子与分母进行对比。

图解思维训练题

例1 计算: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$

图解思路

观察每个分数有什么特殊的地方?

可以发现分子都是1, 每个分母都可以分解为两个连续自然数的乘积, 即

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$$



$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$$



$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) \\ & + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) \end{aligned}$$

规范解答

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} \\ &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) \\ & \quad + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{10} \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

例2 计算： $\frac{2}{11 \times 13} + \frac{2}{13 \times 15} + \frac{2}{15 \times 17} + \frac{2}{17 \times 19} + \frac{2}{19 \times 21}$

图解思路

仔细观察不难发现，每个分数的分子都是2，而分母都是两个自然数的乘积，并且分子恰好等于分母的两个自然数的差。于是

$$\frac{2}{11 \times 13} = \frac{1}{11} - \frac{1}{13}$$

$$\frac{2}{13 \times 15} = \frac{1}{13} - \frac{1}{15}$$

$$\frac{2}{11 \times 13} + \frac{2}{13 \times 15} + \frac{2}{15 \times 17} + \frac{2}{17 \times 19} + \frac{2}{19 \times 21}$$

$$\frac{2}{15 \times 17} = \frac{1}{15} - \frac{1}{17}$$

$$\frac{2}{17 \times 19} = \frac{1}{17} - \frac{1}{19}$$

规范解答

$$\begin{aligned} & \frac{2}{11 \times 13} + \frac{2}{13 \times 15} + \frac{2}{15 \times 17} + \frac{2}{17 \times 19} + \frac{2}{19} \\ &= \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{13} \right) + \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{15} \right) + \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{17} \right) + \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{19} \right) + \frac{2}{19} \\ &= \frac{1}{11} + \frac{1}{19} \\ &= \frac{30}{209} \end{aligned}$$

例3 计算： $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16}$

图解思路

仔细观察不难发现：

$$\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16}$$

规范解答

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16} \\ &= \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} \right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{13} \right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16} \right) \\ &= \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} \right) \\ &= \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{16} \right) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{15}{16} \\ &= \frac{5}{16} \end{aligned}$$

例4 计算： $\frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{60} + \frac{1}{40}$

图解思路

这道题有什么规律呢？不难看出

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} \right)$$

$$\frac{1}{24} = \frac{1}{2 \times 3 \times 4} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} \right)$$

$$\frac{1}{60} = \frac{1}{3 \times 4 \times 5} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5} \right)$$

规范解答

$$\begin{aligned} & \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{60} + \frac{1}{40} \\ &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5} \right) + \frac{1}{40} \\ &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{4 \times 5} \right) + \frac{1}{40} \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{40} + \frac{1}{40} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

例5 化简:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}}$$

图解思路

在这个繁分数中，有一步必须先算出结果，就是最下面的一步，因为其他各步都要用到这个结果。

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}}$$

规范解答

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+\frac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}}} &= \frac{1}{1+\frac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}} = \frac{1}{1+\frac{1}{1-\frac{1}{1+2}}} = \frac{1}{1+\frac{1}{1-\frac{1}{3}}} \\ &= \frac{1}{1+\frac{1}{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{1+\frac{3}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

例6 化简：
$$\frac{1\frac{2}{3}+2\frac{3}{4}+3\frac{4}{5}+\cdots+97\frac{98}{99}+98\frac{99}{100}}{3\frac{1}{3}+5\frac{2}{4}+7\frac{3}{5}+\cdots+195\frac{97}{99}+197\frac{98}{100}}$$

图解思路

如果用一般方法化简，则分子、分母的结果不好直接计算出来。把分子和分母逐项对比便可发现这个式子的特点。

分母的第一个数 $3\frac{1}{3}$ 是分子第一个数 $1\frac{2}{3}$ 的 2 倍，
分母的第二个数 $5\frac{2}{4}$ 是分子的第二个数 $2\frac{3}{4}$ 的 2 倍，
……

$$3\frac{1}{3} = 2 \times 1\frac{2}{3}$$

$$5\frac{2}{4} = 2 \times 2\frac{3}{4}$$

规范解答

$$\begin{aligned} & \frac{1\frac{2}{3}+2\frac{3}{4}+3\frac{4}{5}+\cdots+97\frac{98}{99}+98\frac{99}{100}}{3\frac{1}{3}+5\frac{2}{4}+7\frac{3}{5}+\cdots+195\frac{97}{99}+197\frac{98}{100}} \\ &= \frac{1\frac{2}{3}+2\frac{3}{4}+3\frac{4}{5}+\cdots+97\frac{98}{99}+98\frac{99}{100}}{2 \times 1\frac{2}{3}+2 \times 2\frac{3}{4}+2 \times 3\frac{4}{5}+\cdots+2 \times 97\frac{98}{99}+2 \times 98\frac{99}{100}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4} + 3\frac{4}{5} + \cdots + 97\frac{98}{99} + 98\frac{99}{100}}{2 \times \left(1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4} + 3\frac{4}{5} + \cdots + 97\frac{98}{99} + 98\frac{99}{100} \right)} \\
 &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

例7 化简：

$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}}{\frac{1}{1+101} + \frac{1}{2+102} + \frac{1}{3+103} + \cdots + \frac{1}{49+149} + \frac{1}{50+150}}$$

图解思路

$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}}{\frac{1}{1+101} + \frac{1}{2+102} + \frac{1}{3+103} + \cdots + \frac{1}{49+149} + \frac{1}{50+150}}$$

分子是100个数相加减

分母是50个数相加

进行适当的分组、合并，可将本题化简

规范解答

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}}{\frac{1}{1+101} + \frac{1}{2+102} + \frac{1}{3+103} + \cdots + \frac{1}{49+149} + \frac{1}{50+150}} \\
 &= \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{100} \right) \times 2}{\frac{1}{102} + \frac{1}{104} + \frac{1}{106} + \cdots + \frac{1}{198} + \frac{1}{200}} \\
 &= \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{50} \right)}{\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \cdots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right)} \\
 &= \frac{\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \cdots + \frac{1}{100}}{\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \cdots + \frac{1}{100} \right)} \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

例8 计算:

$$\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right)} + \frac{\frac{1}{4}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \left(1+\frac{1}{4}\right)} + \cdots + \frac{\frac{1}{99}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{99}\right)}$$

图解思路

从式子的最后一个繁分数开始进行计算。

如果在后面添上一个分数， $\frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{99}\right)}$ ，则

$$\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right)} + \frac{\frac{1}{4}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \left(1+\frac{1}{4}\right)} + \cdots + \frac{\frac{1}{99}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{99}\right)}$$

把分式

$$\frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{99}\right)}$$

与原式的最后一个分式相加

得到

$$\frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{98}\right)}$$

再把这个分式与原式的倒数第二个分式相加，……，就可以合并很多分式，变成一个较简单的式子

规范解答

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right)} + \cdots + \frac{\frac{1}{99}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{99}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right)} + \cdots + \frac{\frac{1}{99}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{99}\right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{99}\right)} - \frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{99}\right)} \\
& = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right)} + \cdots + \frac{\frac{1}{98}}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{98}\right)} \\
& \quad + \frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{98}\right)} - \frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{99}\right)} \\
& = 1 - \frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{99}\right)} \\
& = 1 - \frac{1}{\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \cdots \times \frac{99}{98} \times \frac{100}{99}} \\
& = 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}
\end{aligned}$$

小试身手

1. 计算: $\frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} + \frac{1}{10 \times 11}$

2. 计算: $\frac{1}{10 \times 12} + \frac{1}{12 \times 14} + \frac{1}{14 \times 16} + \frac{1}{16 \times 18}$

3. 计算: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{31} + \frac{1}{62} + \frac{1}{124} + \frac{1}{248} + \frac{1}{496}$

4. 化简:
$$\frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}}$$

5. 化简:
$$\frac{1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4} + 3\frac{4}{5} + \cdots + 1996\frac{1997}{1998} + 1997\frac{1998}{1999}}{5 + 8\frac{1}{4} + 11\frac{2}{5} + \cdots + 5990\frac{1995}{1998} + 5993\frac{1996}{1999}}$$

6. 化简:
$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots - \frac{1}{1998} + \frac{1}{1999}}{\frac{1}{1+1999} + \frac{1}{2+2000} + \frac{1}{3+2001} + \cdots + \frac{1}{999+2997} + \frac{1}{1000+2998}}$$

7. 化简:
$$\frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{3}}{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right)} + \frac{\frac{1}{4}}{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right)} + \cdots + \frac{\frac{1}{1999}}{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1 + \frac{1}{1999}\right)}$$

拓展提升

8. 计算: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$

9. 计算:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{16}\right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}\right)$$

10. 计算: $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+1999}$

11. 化简:
$$\frac{3.875 \times \frac{1}{5} + 38 \frac{3}{4} \times 0.09 - 0.155 \div 0.4}{2 \frac{1}{6} + \left[\left(4.32 - 1.68 - 1 \frac{8}{25} \right) \times \frac{5}{11} - \frac{2}{7} \right] \div 1 \frac{9}{35} + 1 \frac{11}{24}}$$

12. 化简:
$$\frac{19 \frac{1}{9} + 9 \frac{9}{10} - 19.99}{19 \frac{1}{9} - 30 \frac{2}{25} + 19.99} \div \left(\frac{1999 \times 0.6}{2000 \times 0.8} + \frac{0.75}{2000} \right)$$

13. 化简:
$$\frac{\left(9\frac{9}{19} + 9\frac{1}{99}\right) \times \left(9\frac{9}{19} - 9\frac{1}{99}\right) + \left(9\frac{9}{19} - 9\frac{1}{99}\right)^2}{9\frac{9}{19} - 5\frac{5}{11} - 3\frac{5}{9}}$$

14. 化简:
$$(0.5 + 0.25 + 0.125) \div (0.5 \times 0.25 \times 0.125) \times \frac{\frac{7}{18} \times 4\frac{1}{2} + \frac{1}{6}}{13\frac{1}{3} - 3\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{5}} \div \frac{2}{5} - 97.3$$

第二章 估 算



知识导航

一般人总以为所有的量总是越精确越好，尤其是中小学，数学题的演算总喜欢用等号，认为只有那些用等号的题是可信的，而用近似号或不等号表示的量不一定可信。其实在日常生活中，有些数量只需要知道一个大概数，没有必要精确计算。

估算常用以下方法技巧：

- (1) 省略尾数，取近似值，即观大概。
- (2) 放大与缩小，即把取值范围放大或缩小来确定估算结果。
- (3) 根据条件估计一定的范围，把“网”撒下，再逐步收“网”取“鱼”。

估算注意事项：

- (1) 根据题设要求，可以用取近似值的方法先估算，再逐步确定范围。
- (2) 要通过验算找到“分界点”，这很重要，不过验算只是一种估算和估计，不一定精确。
- (3) 要注意在进行“缩放”时，如果放得过大，或缩得太小，结果会无法确定，反而把问题弄得更复杂，所以把握这个尺度的基本方法，还是估计和尝试。

图解思维训练题

例1 估算“ $0.495 \times 20.1 + \frac{1}{2} \times 10.01$ ”的结果大约在_____（整数）。

图解思路

$$0.495 \times 20.1 + \frac{1}{2} \times 10.01$$

$$0.495 \times 20.1 \approx 0.5 \times 20 = 10$$

$$\frac{1}{2} \times 10.01 \approx \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

规范解答

因为 $0.495 \times 20.1 \approx 0.5 \times 20 = 10$,

$$\frac{1}{2} \times 10.01 \approx \frac{1}{2} \times 10 = 5,$$

$$10 + 5 = 15,$$

所以原式结果大约在 15。