

# Kalman滤波器理论与应用

## ——基于MATLAB实现

金学波 著



科学出版社

# Kalman 滤波器理论与应用 ——基于 MATLAB 实现

金学波 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书以 Kalman 滤波器为主要介绍对象, 包含基本原理、推导方法及其在跟踪系统中的应用, 同时配套 MATLAB 源程序。具体内容包括 Kalman 滤波器、扩展 Kalman 滤波器、不敏 Kalman 滤波器及其在 RFID 系统的跟踪应用研究。

本书凝练了作者二十余年来对 Kalman 滤波器基础理论及在目标跟踪应用的研究成果, 具体内容包括: 根据目标运动特征进行自调整参数的“自适应动力学模型”、不敏变换的性能分析、RFID 跟踪系统的测量方程及其仿真平台等。

本书可作为自动化、电子信息、计算机应用、控制科学与工程、信号处理、导航与制导等相关专业高年级本科生和研究生的教材, 也可供相关领域的工程技术人员和研究人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

Kalman 滤波器理论与应用: 基于 MATLAB 实现/金学波著. —北京: 科学出版社, 2016

ISBN 978-7-03-049655-3

I. ①K… II. ①金… III. ①卡尔曼滤波器—滤波理论  
IV. ①TN713

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 201409 号

责任编辑: 王 哲 赵微微 / 责任校对: 郭瑞芝

责任印制: 张 倩 / 封面设计: 迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2016 年 8 月 第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2016 年 8 月 第 一 次 印 刷 印张: 12 1/4

字数: 237 000

定 价: 72.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

# 前 言

Kalman 滤波器是目前应用最广泛的估计方法,在实时跟踪领域具有不可替代的学术价值和应用价值。尤其是在今天,信息技术已经跨入“互联网+”的时代,基于各种传感器的处理是物联网、信息物理系统(Cyber Physical System, CPS)的关键技术,研究者及应用者对实时估计方法的认知度具有巨大的需求。

本书以 Kalman 滤波器为主要内容,较全面地介绍了 Kalman 滤波器的基本原理、推导过程以及在跟踪领域中的应用。全书分两个部分,第一部分为基础知识,共包括 5 章。第 1 章介绍了 Kalman 滤波器的基本特点、应用领域等,并简单介绍了本书的特色。第 2 章简要介绍了 MATLAB 语言的使用方法和编程技巧。第 3 章介绍了最小二乘估计方法的基本原理和推导过程,并给出了几种不同的最小二乘估计方法表达式,它们是 Kalman 滤波器的理论基础。第 4 章在第 3 章的基础上,给出了基于线性系统的 Kalman 滤波器的递推算法。第 5 章首先给出了非线性系统模型,然后给出了能够应用于非线性系统的 Kalman 滤波器算法,包括扩展 Kalman 滤波器、不敏 Kalman 滤波器。

第二部分为应用部分,共包括 3 章,是前面基础知识的必要补充,分别是第 6~8 章。第 6 章介绍了跟踪系统的测量模型,并给出了跟踪系统仿真研究中经常用到的几种仿真轨迹。第 7 章给出了机动目标的建模方法,并在第 6 章给出的仿真轨迹的基础上,使用不同的运动模型进行了仿真研究。第 8 章介绍了基于 RFID 室内跟踪系统的仿真研究,包括 RFID 跟踪系统的特点、不规则采样系统模型及跟踪方法。

同时,本书还配有 MATLAB 程序源程序,其中包括 1 个已经取得软件著作权专利的软件平台——“基于 RFID 系统的移动目标轨迹数据软件平台”。本书的源程序可在科学出版社的网站([www.ecsponline.com](http://www.ecsponline.com))下载,同时利用微信公众号(智能感知数据研究中心,微信号 datamole)对书中的知识点进行说明及解答疑问。

本书以 Kalman 滤波器为主要介绍对象,从基本原理、推导方法及其在跟踪系统中的应用完整勾勒出来。同其他相关著作比较,本书的学术价值在于:

(1) 脉络更清晰、体系更完整。本书对 Kalman 滤波器理论的讲述更加完整,更加注重 Kalman 滤波器基础原理、推导过程,加之配套的 MATLAB 程序,能够使读者更容易理解和掌握 Kalman 滤波器理论体系。

(2) 包含创新研究成果、具有较大学术价值。本书凝练了作者二十余年关于 Kalman 滤波器基础理论及在目标跟踪应用中的研究成果,包括已授权国家发明专利 4 项, EI、SCI 检索论文 40 余篇,多项软件著作权登记等。涉及的研究成果包括能够根据目标运动特征进行自调整参数的“自适应动力学模型”、不敏变换的性能分析、RFID 传感器

测量方程及其仿真平台等。其中，基于自适应动力学模型的 Kalman 滤波方法已经获得了国家发明专利授权，利用该方法的应用成果发表了 SCI 检索论文 *Closed-Loop Estimation for Randomly Sampled Measurements in Target Tracking System*。

感谢国家自然科学基金 (No.61273002)、北京市教委科研计划重点项目 (No.KZ201510011012) 以及北京工商大学学术出版项目 (No.ZZCB2015-15) 对本书出版提供的经费资助。

本书的撰写工作历时近 3 年时间，作者编写、调试并运行了所有的 MATLAB 程序，对公式推导及文字描述进行了多次校正，希望做到深入浅出地叙述 Kalman 滤波器理论、方法及其应用。同时，也很希望和广大读者进行交流，恳请专家同仁批评指正 (datamole@126.com)，作者将不胜感激。

作者

2016 年 8 月

# 目 录

## 前言

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 Kalman 滤波器简介 .....	1
1.2 Kalman 滤波器的历史与研究现状 .....	3
1.3 本书的基本结构 .....	5
第 2 章 MATLAB 基础知识介绍 .....	7
2.1 MATLAB 语言的主要特点 .....	7
2.2 MATLAB 编程介绍 .....	7
2.3 MATLAB 函数文件 .....	11
2.4 本章小结 .....	11
第 3 章 最小二乘估计 .....	12
3.1 最小二乘估计方法描述 .....	14
3.2 最小二乘加权估计 .....	22
3.3 线性最小二乘递推估计 .....	24
3.4 最小二乘的性能——估计方差 .....	29
3.5 本章小结 .....	31
第 4 章 Kalman 滤波器 .....	35
4.1 系统模型描述 .....	37
4.2 向前一步预测估计 $\hat{\mathbf{x}}(k k-1)$ 的求法 .....	38
4.3 更新估计 $\hat{\mathbf{x}}(k k)$ 的求法 .....	39
4.4 离散 Kalman 滤波器 .....	40
4.5 本章小结 .....	46
第 5 章 非线性 Kalman 滤波器 .....	47
5.1 扩展 Kalman 滤波器 .....	47
5.2 不敏 Kalman 滤波器 .....	52
5.2.1 非线性变换的均值和方差 .....	52
5.2.2 不敏变换 .....	58
5.2.3 无迹 Kalman 滤波器 .....	69
5.3 本章小结 .....	72

第 6 章	模型的离散化及目标机动轨迹仿真	74
6.1	随机线性系统的数学描述	75
6.2	几类跟踪系统中常用曲线的模拟	78
6.3	GPS 跟踪系统的机动目标轨迹模拟	84
6.4	RFID 跟踪系统的机动目标轨迹模拟	86
6.4.1	RFID 系统测量模型	87
6.4.2	RFID 室内跟踪系统仿真数据平台软件	87
6.5	本章小结	96
第 7 章	机动目标动力学模型	105
7.1	CV 模型	106
7.2	CA 模型	108
7.3	Singer 模型	116
7.4	当前统计模型	120
7.5	Jerk 模型	130
7.6	交互式多模型算法	132
7.6.1	初始量的假设	133
7.6.2	状态估计的交互式作用	133
7.6.3	模型并行滤波	134
7.6.4	模型概率更新	134
7.6.5	模型输出	135
7.7	数据驱动模型数学基础	140
7.7.1	最小二乘估计方法	141
7.7.2	Yule-Walker 估计方法	142
7.8	自适应参数机动目标模型估计方法	147
7.9	本章小结	159
第 8 章	基于 RFID 的室内跟踪系统仿真研究	161
8.1	RFID 跟踪系统的特点	161
8.2	不规则采样系统的模型转化	162
8.3	RFID 系统模型	165
8.3.1	RFID 测量模型	165
8.3.2	机动目标运动模型	166
8.4	基于可变数量 RFID 阅读器的 EKF 跟踪方法	168
8.5	基于可变数量 RFID 阅读器的 UKF 跟踪方法	172
8.6	仿真研究	179
8.7	本章小结	186
参考文献		187

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 Kalman 滤波器简介

Rudolph Emil Kalman 在 1960 年给出了离散时间系统的 Kalman 滤波器,也就是现在多数教材可以看到的方程形式。目前, Kalman 滤波器有多种实现形式,通常,其最初提出的形式称为标准 Kalman 滤波器。除此以外,还有施密特扩展滤波器、信息滤波器以及平方根滤波器等变换形式。

先通过下面关于温度问题的例子来说明一下 Kalman 滤波器的原理。假设研究的是某个房间内的温度。这里假设该房间内各处的温度是相等的,房间内不存在空调、风扇、暖气等局部发热或散热的设备,根据生活经验,认为这个房间内的温度是恒定的。也就是说,下一时刻的温度等于当前时刻的温度。但是,这也并不是绝对的准确,所以,房间内温度的估计存在上下几摄氏度的偏差,用公式表示就是  $x(k+1) = A(k)x(k) + w(k)$ , 其中  $A(k) = 1$ 。偏差  $w(k)$  在这里假设是满足高斯白噪声分布的,即偏差跟时间没有关系而且是服从高斯分布的,已知噪声的方差用  $Q(k)$  表示。另外,在房间内放置一个温度计,用于测量房间内的温度。但是,由于制造工艺等因素,温度计的测量值也不是绝对准确的,即温度计的测量值与真实值之间也存在一定的偏差,用公式表示是  $z(k) = C(k)x(k) + v(k)$ , 其中  $C(k) = 1$ 。这个偏差  $v(k)$  也假设是高斯白噪声的,方差为  $R(k)$ 。那么,对于任意时刻,可以得到该房间的两个温度值:根据生活经验得到的估计值(系统的预测值)和温度计的测量值(系统的测量值)。下面用这两个值结合他们各自的噪声来估算出房间的实际温度值。假如要估算  $k$  时刻的实际温度值,首先要根据  $k-1$  时刻的温度值,来预测  $k$  时刻的温度。

(1) 假设知道前一刻的温度是  $23^{\circ}\text{C}$ ,  $Q(k) = 9$ 。因为相信温度是恒定的,所以会得到  $k$  时刻的温度预测值是跟  $k-1$  时刻一样的结论,也是  $23^{\circ}\text{C}$ ,考虑噪声则该值偏差是  $3^{\circ}\text{C}$ 。

(2) 从温度计那里得到了  $k$  时刻的温度值,假设是  $25^{\circ}\text{C}$ ,同时该值的偏差是  $2^{\circ}\text{C}$ ,即  $R(k) = 4$ 。

由于用于估算  $k$  时刻的实际温度有两个温度值,分别是  $23^{\circ}\text{C}$  和  $25^{\circ}\text{C}$ 。究竟实际温度是多少呢?相信自己还是相信温度计呢?究竟相信谁多一点, Kalman 滤波器给出了这样的判断  $23 + K(25 - 23)$ , 式中  $K$  称做 Kalman 滤波增益。其实  $K$  的取法有很多种,不同的取法给出的估计结果也不一样,估计的准确度也是不一样的。Kalman 滤波器的

优势在于，如果系统满足  $A(k)$ 、 $C(k)$  已知， $w(k)$  及  $v(k)$  为高斯白噪声且方差  $Q(k)$ 、 $R(k)$  已知的条件，Kalman 给出的  $K$  能给出最优的估计结果。

那么到底房间的温度是多少呢？Kalman 估计方法给出的  $K$  值为 0.75，即房间的温度估计值为  $23 + 0.75 \times (25 - 23) = 23.5$ （具体计算方法见第 4 章例题 4.3）。可以看到，估计的温度是在预测温度的基础上进行了一个修正，修正的大小由测量值和滤波增益的乘积决定的，而滤波增益是由两个噪声方差决定的（具体计算方法见第 4 章）。

通过上面的例子可以看到，在估计的时候需要知道两个模型：一个是描述待估计状态变化规律的数学表达式（过程模型）；另一个是描述传感器与待估计状态之间测量关系的数学表达式（测量模型）。估计方法可以对变化规律和测量关系的偏差进行修正，而这些偏差如果满足高斯白噪声分布的话，Kalman 滤波器就会给出误差的方差最小的估计结果。

下面说明一下使用 Kalman 滤波器必需的模型，先来看过程模型。前面已经提到，它是待估计量  $x(k)$  随着时间变化的一种关系，对于 Kalman 滤波器来说，它必须是已知的。那么，如何才能知道这个模型呢？这需要考虑需要估计的对象。

再来看看从牛顿惯性运动定律到 Kalman 滤波器，这是 Kalman 滤波器的一个很典型的应用，就是估计机动目标的运动问题。和温度估计问题不同的是，现在假设目标是在移动的，而不像刚才假设温度是不变的，因此就需要考虑目标的运动规律，假设目标运动符合牛顿惯性定律，小车做匀速直线运动，有一辆质量为  $m$  的小车，受恒定的力  $F$ ，沿着  $r$  方向做匀速直线运动。已知小车在  $t - \Delta T$  时刻的位移是  $s(t-1)$ ，此时的速度为  $v(t-1)$ 。求  $t$  时刻的位移  $s(t)$  是多少？

先来看看如图 1-1 所示的目标运动示意图。假设目标沿着虚线运动，每个空心圆圈是目标在某一时刻的位置，现在来判断一下，下一时刻目标会在  $A$ 、 $B$ 、 $C$  哪一个点？

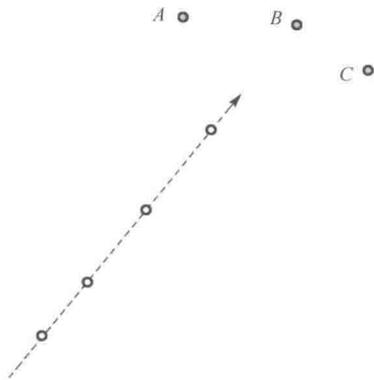


图 1-1 目标运动示意图

从图上可以看出，目标做的是匀速直线运动，再继续向前走，如果还是做这样的运动，根据惯性定律目标应该会在  $B$  点，而不是在  $A$  和  $C$  点。这里注意到，假设目标

还是做这样的运动，完全符合惯性定律。不考虑目标由于某种原因突然停下来、突然转弯的情况，因此，给出的基于牛顿惯性定律的运动目标模型只能描述这类目标的运动。

那么这类目标模型岂不是不十分准确？回答是：任何一个模型都只是某类实际目标的简单数学表达式，是有一定的偏差的。为了弥补这类偏差，过程模型往往会含有一个噪声项（如前面提到的  $w(k)$ ），来适当地扩大模型所能描述的实际情况。

使用 Kalman 滤波器必需的另一个模型是测量模型。通常，测量模型也是有噪声的，这比较好理解，因此测量时候的不确定因素造成不准确，如读数有一定的偏差、传感器的内部转换。测量矩阵是测量模型很重要的参数，它描述待估计量与可测量量之间的关系。例如，待估计状态为运动目标的位移  $s(k)$ 、速度  $v(k)$ 、加速度  $a(k)$ ，但我们只能通过传感器得到目标的位移量  $s(k)$ ，则测量方程为  $z(k)=[1 \ 0 \ 0]x(k)$ ，其

中测量量用  $z(k)$  表示，待估计变量  $x(k)=\begin{bmatrix} s(k) \\ v(k) \\ a(k) \end{bmatrix}$ 。如果能得到二维测量量，包含位移

$s(k)$  和加速度  $a(k)$ ，则测量方程就变为  $z(k)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}x(k)$ ，待估计变量仍为

$$x(k)=\begin{bmatrix} s(k) \\ v(k) \\ a(k) \end{bmatrix}。$$

## 1.2 Kalman 滤波器的历史与研究现状

1809 年，高斯提出了一种称为最小二乘法的最优滤波方法，用来从已知的量测数量中确定天体所运行的轨道。由于最小二乘法在估计的时候不需要知道信号的先验统计知识，因此，最小二乘法在很多领域都有广泛的应用。

在 20 世纪 40 年代，为了对火力进行控制，美国学者维纳（Wiener）等在频域设计了 Wiener 滤波器，在平稳随机过程系统中实现了线性最优动态估计。通过维纳-霍普方程的计算，Wiener 滤波器获得了滤波器最优传递函数的解析解，从而可以实现抑制或选通包含多种信息的信号。但是，由于 Wiener 滤波器要求被估计信号和量测信号都必须符合平稳随机过程，并且在滤波过程中需要求解维纳-霍普方程，这使其计算量变大，需要的存储空间也很大，工程实现困难，因此，限制了 Wiener 滤波器的实用和推广。

为了克服 Wiener 滤波器的缺点，1960 年，匈牙利数学家 Rudolf Emil Kalman 出现代滤波理论。他在随机估计理论中引入了状态空间的概念，并将信号过程看作白噪声作用下线性系统的输出，从而用状态方程来描述输入与输出之间的关系，从观测

量中估计出所需要的信号。Kalman 滤波不需要存储所有的历史数据,根据前一时刻的状态估计值和当前量测的信息,根据递推方式就可以计算出新的估计值,这大大降低了计算机的存储量和计算量,提高了实时处理的能力。与此同时,由于 Kalman 滤波器在时域内对信息进行分析,因此其不但可以对一维、平稳的随机过程进行估计,还可以对多维、非平稳的随机过程进行估计。

Kalman 滤波器由于涉及方法简单易行而得到了广泛应用,但是必须通过计算机才能执行。由于计算机在计算的过程中会不断累积、传递舍入误差和截断误差,而使误差协方差矩阵失去正定性,造成滤波估计不稳定。因此,研究者又陆续提出了一系列的数值鲁棒滤波算法,如平方根滤波、UD 分解滤波、奇异值分解滤波等。这些方法在有效改善 Kalman 滤波数值稳定性的同时,也提高了计算效率。

另一方面,标准的 Kalman 滤波器要求所建立的数学模型是精确的,随机干扰信号的统计特性是已知的,并且其对适用条件的要求也比较苛刻。例如,系统噪声是白色噪声,模型噪声和量测噪声相互独立,等等,但在实际系统中,系统由于一些不确定性导致不能满足这些条件,从而使 Kalman 滤波器失去了最优性,这大大降低了估计精度,甚至导致发散。为了解决这个问题,近年来研究者在滤波中引入了鲁棒控制思想,从而形成了鲁棒估计。

在实际的工程实践中,由于系统存在高斯或非高斯随机噪声干扰等不确定性,会导致系统存在不同程度的非线性滤波问题。但是, Kalman 最初提出的滤波理论只适用于线性系统,且要求观测方程也是线性的,因此,20 世纪 70 年代, Bucy 和 Sunahara 等提出了扩展 Kalman 滤波器(Extended Kalman Filter, EKF)。EKF 首先将非线性系统进行线性化处理,然后再利用广义 Kalman 滤波器进行状态估计。EKF 由于滤波思路简单明了而广泛应用于各个领域。但是,由于非线性系统在线性化过程中会引入线性化误差,导致最终的状态估计精度变差。由于需要计算雅克比矩阵, EKF 的计算量也很大,并且当雅克比矩阵计算不准确时,也会产生滤波发散问题。

Sigma 点 Kalman 滤波(SPKF)方法是一类基于高斯分布的近似非线性滤波方法,包括不敏 Kalman 滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)、中心分布 Kalman 滤波(Central Difference Kalman Filter, CDKF)、平方根无迹 Kalman 滤波(Square-root Unscented Kalman Filter, SRUKF)、平方根中心分布 Kalman 滤波(Square-root Central Difference Kalman Filter, SRCDF)等。这些方法的基本滤波思想大致相同,其中以 UKF 最为著名。对于非线性系统来说, EKF 是基于非线性函数的一阶泰勒公式展开实现的,因而其近似精度仅能达到一阶,而 UKF 采用若干服从高斯分布的函数组合来驱动,其精度至少可达二阶。并且, UKF 不需要计算雅克比矩阵,实时性更好。

随着研究的不断深入,针对非线性特性的逼近问题,在高斯域滤波体系中,对原有的方法进行了改进,并提出了一些新的方法。例如, Haykin 等于 2009 年提出了一种独立于 EKF、UKF 算法体系的新的滤波策略容积 Kalman 滤波器(Cubature Kalman Filter, CKF),该滤波器由于具有更加优良的特性而被广泛应用。

总的来说,对于很多问题,Kalman 滤波器及其衍生算法都可以得到较好的估计结果,效率最高甚至是最有用的。

### 1.3 本书的基本结构

本书配有与理论研究、仿真研究配套的近百个 MATLAB 源程序,包括 1 个已经取得软件著作权专利的软件平台“基于 RFID 系统的移动目标轨迹数据软件平台”。在与本书配套的网站上可以下载源程序及解答疑问,同时,读者也可以通过微信平台向作者提问或探讨。

全书主要分成两部分,第一部分为基础知识,共包括 5 章。

第 1 章介绍了 Kalman 滤波器的基本特点,并介绍了一个应用例子。

第 2 章对 MATLAB 语言的使用方法、必要函数和一些编程技巧进行了简介。本书假设读者已经熟悉 MATLAB 语言,并能够利用该语言进行编程,所以本章并没有对 MATLAB 进行深入介绍,有需要的读者可以参考 MATLAB 相关书籍。

第 3 章介绍了最小二乘估计方法的基本原理和推导过程,并给出了几种不同的表达形式,包括基本最小二乘估计方法、最小二乘加权估计和线性最小二乘递推估计方法,并对最小二乘方法的估计方差进行了深入研究,该方差是评价估计性能的定量指标。本章是 Kalman 滤波器的理论基础,尤其是递推最小二乘估计方法。值得一提的是,本章的估计方法都假设待估计量是恒定不变的。

第 4 章在第 3 章的基础上,假设待估计量是变化的,进而基于线性系统介绍了 Kalman 滤波器的递推算算法。先对待估计量如何变化进行研究,前一时刻的待估计量  $x(k-1)$  如何变为  $x(k)$ ? 这需要系统模型之一——过程模型来描述。由于待估计量的变化,前一时刻的估计量在  $k$  时刻已经变为  $\hat{x}(k|k-1)$ ,将其称为“向前一步预测估计”,在  $k$  时刻的测量  $z(k)$  到来时,向前一步预测估计  $\hat{x}(k|k-1)$  又被进一步估计,得到了与真值更接近的当前步的估计结果  $\hat{x}(k|k)$ 。本章详细推导了 Kalman 滤波器,这其实是贝叶斯估计的过程。

第 5 章研究了非线性系统的 Kalman 估计方法,第 4 章的系统模型——过程模型和测量模型,都是具有线性关系的,如果系统模型包括非线性关系,就不能使用基本的 Kalman 滤波器。因此,研究者推导了几种能够估计非线性系统状态的方法,本章给出其中的两个:扩展 Kalman 滤波器、不敏 Kalman 滤波器。书中给出了详细的推导过程,并利用 MATLAB 进行仿真研究,如不敏变换和泰勒级数展开方法线性化的区别等。

作为前面基础知识的必要补充,本书的第二部分为应用部分,包括第 6~8 章。

第 6 章介绍了跟踪系统的测量模型,并给出了很多跟踪系统研究中经常用到的仿真轨迹,如蛇形机动、圆形机动、匀速直线运动、在 2 维平面内任意机动的仿真程序和数据,数据包括传感器测量模拟数据及运动目标的参考轨迹。另外本章还给出了

RFID 系统的测量数据仿真平台，可以任意设置 RFID 阅读器的个数和位置，模拟目标在 2 维平面内任意机动的采集数据。

第 7 章给出了机动目标的模型建模方法，包括常速度模型、常加速度模型、Singer 模型以及当前统计模型、Jerk 模型等，并介绍了基于数据驱动思想——状态估计闭环方法，给出了基于目标动力学统计特征的自适应动力学模型，大量仿真研究表明该模型可以很好地适应目标的运动特征。本章还包括对前一章给出的移动目标轨迹在不同运动模型下，对移动目标进行跟踪的仿真结果。

第 8 章介绍了基于 RFID 室内跟踪系统的仿真研究，包括 RFID 跟踪系统的特点，不规则采样测量下的系统模型以及不规则采样跟踪理论。其中，本章对基于多 RFID 阅读器的 EKF 跟踪，以及基于可变数量 RFID 阅读器的 UKF 跟踪，进行了仿真，结果表明即使在阅读器数量已经发生很大变化的情况下，通过本章给出的估计方法仍然可以得到平滑的估计结果。

## 第 2 章 MATLAB 基础知识介绍

本书分享了 Kalman 滤波器的 MATLAB 源程序，为了方便读者理解，本章对 MATLAB 基础知识进行简要介绍。

### 2.1 MATLAB 语言的主要特点

MATLAB 语言广泛应用于各种仿真研究中，尤其是自动控制领域。与 Python、R 等具有计算功能的语言相比，MATLAB 具有更为专业的工具包。MATLAB 语言由 Mathworks 公司开发，主体框架非常统一，因此也比其他语言更稳定。与此同时，由于售价太贵，MATLAB 也受到批评，在亲民方面与 Python、R 语言相差甚远，因此，很多人积极推崇后两者语言。

由于 MATLAB 语言稳定，并且在控制系统及相关领域具有非常丰富的工具包可供调用，研究人员可以非常方便地试验自己的算法思想，因此，本书沿用 MATLAB 进行讲解。虽然不能将算法直接写成执行文件，如果想开发真正的软件系统还需要使用其他的语言重写算法，但是对于算法研究人员说，MATLAB 仍然是首选。另外，作为入门方面的书籍，MATLAB 具有门槛低的优势，对一个大学本科生来说，几个学时之后就可以进行独立编程。特别地，MATLAB 语言在国内非常具有市场，很多高校仍然采用 MATLAB 作为主流的仿真工具。

MATLAB 参考书非常多，本书不再进行推荐列举，默认读者已经掌握了一定的 MATLAB 语言基本知识，并且曾经使用该语言编写过简单的小程序，因此，在 MATLAB 操作方面也不做过多的赘述。不过，2.2 节和 2.3 节简单回顾一下本书会用到的一些 MATLAB 编写程序的基本方法，以减轻读者重新翻阅其他参考书的负担。

### 2.2 MATLAB 编程介绍

MATLAB 程序通常包括四部分，下面来详细说明。

第一部分为清除主界面和内存空间。MATLAB 几十年来一直沿用主界面风格，可以在命令窗口（Command Window）上调试某一条语句是否正确，还可以执行输入命令。当程序出现错误时，命令窗口也会出现红色报错提示，想要输出某个变量的结果时，命令窗口也会非常方便地显示运行结果。可见主界面的内容是相当丰富的，但主界面保存的变量并不会自己清空，其历史命令（Command History）及工作空间（Workspace）

的变量自动保存着。这会使用户弄不清楚哪个是当前程序的执行结果，当程序报错时，也给错误排查带来困难。因此在程序执行的开始，最好清除主界面现有的内容，这样在本次程序执行之后，方便分析本次程序执行的结果。

在 MATLAB 中，清除主界面的语句如下。

`clc`: 清空命令窗口的内容；

`clear`: 清空内存变量；

`close all`: 关闭所有图形窗口。

建议使用者在程序的开始就使用以上命令，这个习惯对管理程序数据空间很有帮助。MATLAB 的“管辖”的数据空间范围包括内存空间、路径，输入命令：

```
a=b+1
```

MATLAB 首先寻找变量  $b$  的值，如果内存空间已经有该变量的值，该语句在执行的时候就不会出错。但如果变量  $b$  在之前的程序中已被赋值，那么，在内存空间中已经存在  $b$  值，当前执行的程序当中并没有对  $b$  进行赋值，但由于 MATLAB 在内存空间中有  $b$  值就导致  $a$  被赋值。然而，此时程序是错的，因为没有在使用变量之前进行赋值。人们会大呼“程序通过了！”然后，很开心地关机，当下一次打开 MATLAB 时，MATLAB 会再次运行原程序，会发现系统出现错误提示“ $b$  没有赋值”，这对一个初学者来讲是相当费解的一件事：程序昨天还好好的，为什么又出现了错误？现在明白了吧：由于没有使用 `clear` 语句清除内存空间，导致最初运行程序时， $b$  变量没有初始化的错误“漏”报。

这样的错误不是每次都会有，但是在算法研究的过程中错误率的确非常高。初学者由于缺乏专业的编程经验，在变量命名时比较随意，常常使用“ $c$ 、 $A$ 、 $PP$ 、 $n$ ”等简单的字母变量，在内存空间中留下痕迹。因此，养成一个好习惯至关重要，即在程序的开始使用清除主界面的 `clc` 语句，在“视觉”上有一个良好的开始，迎接“干干净净”的主界面；使用 `clear` 清除内存空间，使内存空间“干干净净”，程序每次都重新开始。

MATLAB 语言编写程序的第二部分是设置问题中交代的因变量，一般是一些已知的数据。第三部分是需要解决计算问题的结果变量，需要依据题意进行计算。第四部分是结果输出，有的只需要输出数据，而大多数情况下都需要用图形来表达。这几部分很多 MATLAB 书籍进行了详细介绍，本书不再赘述。下面使用一段具体的实例进行说明。

**例 2.1** 假设温度传感器  $A$  具有均匀分布测量噪声，噪声的均值为 0，方差为 2，请模拟当室内温度是  $20^{\circ}\text{C}$  的时候，传感器的输出数据是多少？给出 1000 个数。

```
% 清除主界面和内存空间
clc;
clear;
% 设置变量
m=20;
v=2;
```

在 MATLAB 中, 通过使用 `randn` 函数产生随机数。这里, 测量值是真实值与测量噪声的叠加。根据测量方差和均值可以模拟出噪声, 也就是将 `randn` 产生的结果乘以标准差, 然后加上期望均值并将其与真实值叠加:

```
% 室内温度  
s1=m+sqrt(v)*randn(1,1000); %这里期望均值为 0, 所以语句中没有显示均值。
```

最后, 模拟出的测量噪声如图 2-1 所示, 测量噪声是一个离散序列, 所以形式非常简单, 使用 `plot` 函数就可以实现:

```
plot(s1)  
xlabel('采样时刻')  
ylabel('测量数据')
```

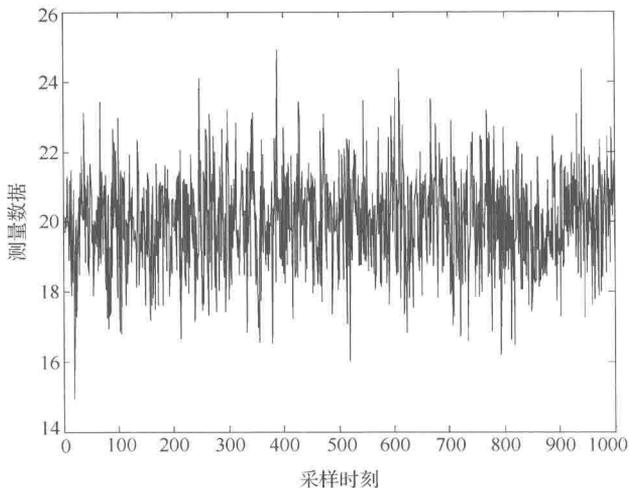


图 2-1 模拟传感器 A 的测量数据输出

MATLAB 画图函数非常丰富, 还可以对图设定适当的标注来提高效果图的表达方式和内容, 增强可视化效果, 如横、纵坐标的设置, 用不同线型来区别不同变量的曲线, 或在一张图上画出多个图进行对比分析。详情可查阅 MATLAB 相关书籍, 本书不再详述, 在以后的应用中, 会直接给出程序及对应的函数。

下面再看几个类似的例子。

**例 2.2** 若传感器 B 的噪声更大些, 其噪声的均值为 0, 方差为 8, 请模拟当室内温度是 20℃ 的时候, 传感器的输出数据是多少? 给出 1000 个数。

同理, MATLAB 程序应该有四大部分, 可以给出下面这段程序:

```
%C2_1  
clc;  
clear;  
m=20;
```

```
v=8;
s2=m+sqrt(v)*randn(1,1000);
plot(s2)
xlabel('采样时刻')
ylabel('测量数据')
```

相应的结果如图 2-2 所示。

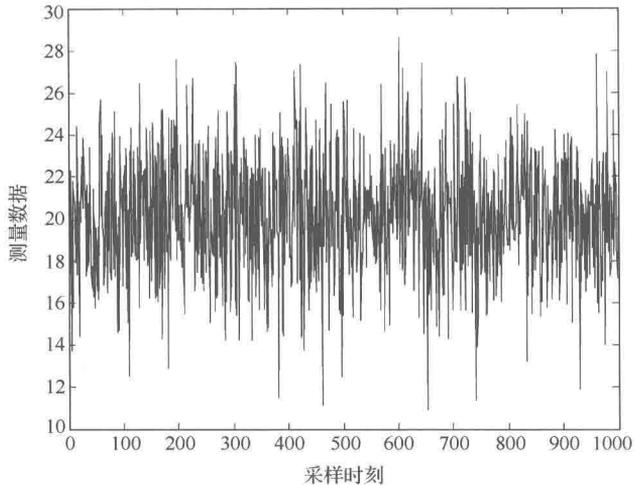


图 2-2 模拟传感器 *B* 的测量数据输出

**例 2.3** 如果室温在上升,实际的上升曲线是  $2t+20$ ,传感器 *A* 的输出数据是多少? 给出 1000 个数。

与例 2.1 和例 2.2 不同,本例的实际室温随着时间的变化而变化,为了描述这个关系,需要给出时间  $t$  的变化,然后再考虑测量噪声与真值的关系。在实际的仿真中,需要指定时间  $t$  的仿真范围,也就是开始时间和结束时间,一般情况下开始时间可以设为从 0 开始,而结束的时间则可以根据实际情况进行设置。但是题中要求给出 1000 个数据,也就是  $t$  要包含 1000 个数据点。

可以用语句  $t=0:0.01:9.99$  来表示从 0 时刻到 9.99s 的采样时间,每 0.01s 采集一个数据共获得 1000 个测量数据。或者使用另外一个语句  $t=linspace(0,9.99,1000)$ ,也能输出 1000 个结果值。若使用传感器 *A* 进行测量,在真值之上需要叠加测量噪声获得测量数据,程序如下,图形结果如图 2-3 所示。

```
%C2-2
clc;
clear;
t=0:0.01:9.99;
m=2*t+20;
v=2;
```