南京航空航天大学

研究生硕士学位论文

研究生姓名　苗励刚

专　　业　实验力学

研究方向　复合材料细观力学

指导教师　许陆文　教授

一九九八年十二月

复合材料模型实验相似律问题的研究

学 科 专 业： 实验力学　　入学时间： 1996.9
研究生姓名： 苗励刚　　答辩时间： 1999.1
指 导 教 师： 许陆文 教授　　授予学位： 工学硕士

摘　要

本文提出了相似刚度矩阵的概念，用以解决复合材料实验中模型与原型之间的相似转换问题。

相似刚度矩阵方法是一种把实验手段，比如莫尔云纹法，与有限元计算相结合起来的混合法，它突破了实验应力分析过程中，以应变或应力作为测量及相似转换的基本参量的一般作法，而以位移作为测量及相似转换的基本参量，进而根据有限元的基本原理求解出原型的应变或应力分布。

本文从有限元理论出发，推导了相似刚度矩阵法的可行性，并以受集中载荷的悬臂梁为例从计算及实验两方面加以验证。

关键词

相似律，复合材料，有限元法，云纹法

ABSTRCT

Based on the principle of finite element method, the concept of similar stiffness matrix (SSM) is presented in this paper.

In fact, SSM method is a hybrid method which combines experimental method, such as moiré method, with finite element method.

Strain or stress are the basic parameter that measured and similarly translated in general experimental stress analysis. However, what obtained directly in SSM method is displacement field of prototype.

The feasibility of SSM method is verified by theoretical deduction and experimental practice in this paper.

Keywords

Similarity law, Composite material, Finite element method, Moiré method

目 录

引言……(1)
1. 复合材料的力学性能……(4)
1.1 铺层的正轴刚度……(4)
1.2 铺层的偏轴刚度……(5)
2. 一种预测纤维复合材料横向弹性模量 E_T 方法……(8)
2.1 方法的建立……(8)
2.2 算例……(14)
2.3 小结……(15)
2.4 应用设想……(15)
3. 相似刚度矩阵的建立……(20)
3.1 有限元简介……(20)
3.2 相似刚度矩阵的建立……(21)
3.3 各向异性四结点矩形单元（R4）的分析……(23)
3.4 矩形 8 结点单元……(27)
4. 算例……(28)
4.1 各向异性悬臂梁一端受集中力作用的弹性力学分析……(28)
4.2 算例结果……(30)
4.3 结果分析……(38)
5. 实验……(42)
5.1 悬臂梁模型实验……(42)
5.2 程序说明……(49)
6. 总结与展望……(53)
参考文献……(56)
附录 英文简要总结
致谢

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

引言

在人类认识及改造自然的科学实践中，实验是一种必不可少的手段。以工程设计中一个设计思想的发展完善为例，图 1 说明了实验的重要性。

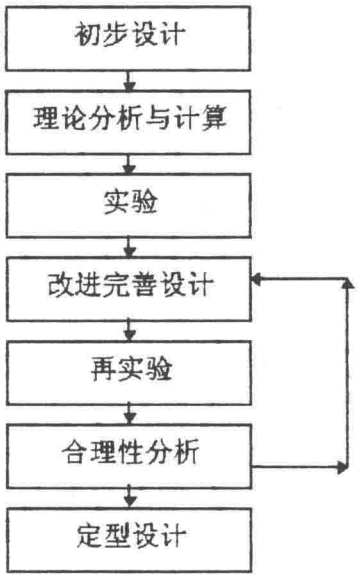

图 1. 设计思想的完善流程

实际工作中，由于时间、成本、工艺要求等因素，实验多为模型实验。结构设计里面的模型实验，其目的是利用模型来研究实际结构，即原形的应力和变形。从模型上测得的应力及变形如何转换成原形的应力及变形是模型实验的关键所在。

相似理论或相似条件是解决模型上测得的应力、变形与原形的应力、变形之间换算关系的有效手段。通过量纲分析和根据基本方程是建立相似条件的两个基本途径，但由于在模型实验中相似条件时常不能得到严格遵循，这样便造成了模型实验数据向原形转换的误差。光弹实验中的“ν相似”问题以及应力分布与材料弹性常数有关的空间问题，都是实验应力分析领域长期难以解决的问题[1][2]。

随着科技的进步，复合材料得到广泛的应用，尤其在航空航天领域，复合材料以其轻质、高强、可设计性等独特优势，发挥着重要作用。

与金属等各向同性材料相比，复合材料的最大力学性能是各向异性。正是因为这一特点，使得复合材料的模型实验远比各向同性材料的模型实验复杂。例如，单向层合板独立的弹性常数有四个：E_L，E_T，G_{LT}，ν_{TL}，而各向同性材料的弹性常数仅有两个 E，ν；又比如，即使在线弹性的平面应力问题中，各向异性

材料的应力分布就可能和材料的弹性常数有关[3]~[5]。

文献[6]介绍了一种用各向同性板来进行正交各向异性材料光弹性应力分析的方法，并给出了一个相似律。作者从弹性力学方程出发，推导出影响正交各向异性板应力分布的两个因子 E_L/E_T 和$(E_L/G_{LT}-2\nu_{TL})$，作者指出，在相似律中只考虑了第一个因子，因此是一个近似的相似律，只能解决一些特殊问题。

虽然国内外许多学者在正交异性光弹性实验应力分析领域已经取得重大进展[7]~[11]，但复合材料的各向异性性能使得以传统方法来建立相似条件变得非常困难，极大地阻碍了复合材料模型实验的发展与应用。

八十年代末和九十年代初，混合法（Hybrid）在实验力学领域有了迅速的发展[12][13]。混合法把实验与有限元计算相结合，以实验手段测量结构部分的位移分量，以这些位移分量作为边界条件代入有限元总体方程，求得结构的整体位移场，然后以位移为基本参量确定应力、应变分量。混合法以其节约计算机内存和高精度的特点，成为一种强有力的、高效的实验数据处理手段，在工程实际中越来越多地得以应用。

在“ 515 工程雷达罩鸟撞实验及其损伤的研究[14]”中，曾提出了用雷达罩模型进行模拟鸟撞实验的思路。该雷达罩是一个蜂窝夹层复合材料结构，描述其力学性能的参数比较复杂，研究者采用量刚分析的方法建立实验模型，尽管这个模拟实验没有能够进行，但从一个侧面说明了复合材料模型实验在工程实际中应用的重要性。

中国航空工业总公司飞机结构强度研究所，在完成“增强树脂模型实验辅助设计技术及应用”[15]的研究课题后，转向了复合材料模型实验技术的应用研究，并得到了航空科学基金的资助。该课题要解决的一个重要问题便是各向异性材料模型与原形之间的相似转换，这个问题得不到解决，复合材料模型实验技术的应用就无从谈起。因此，复合材料模型实验的相似律研究既有理论上的意义，也有重要的实际意义。

本文在总结前人研究工作的基础上，从有限元和混合法的思想出发，提出了**相似刚度矩阵**的概念，建立了模型与原形之间位移的相似转换关系，进而，根据有限元的相关公式求出原形的应力分布，为模型实验，特别是复合材料模型实验在工程中的应用开辟了一条新路。

相似刚度矩阵的概念可以看作是混合法在解决模型实验相似律问题中的一个具体应用，由于混合法结合了有限元计算与实验技术的特点，那么，它必然随着计算机及现代测试技术的巨大进展而蓬勃发展。

从实验力学角度，如何准确测量结构的位移是混合法的关键所在，云纹法、全息法等是常用的位移测试方法，在工程实践中，一些新兴的位移传感器也得到了普遍的应用，例如，在“复合材料雷达罩鸟撞实验[16]”中，利用霍尔集成电路制成的位移传感器，便准确地测定了撞击条件下结构的动态位移。

把在实验中得到的位移作为初始条件代入有限元计算，自然有利于有限元计算结果向实际情况靠拢，当然，准确建立有限元模型，特别是有限元单元模型同样是混合法的关键。

1. 复合材料的力学性能[1]

工程实际中，复合材料结构的基本单元是层合板，而层合板的基本单元是铺层。本章从研究铺层（即单向层合板）出发，介绍复合材料的力学性能特点。

1.1 铺层的正轴刚度

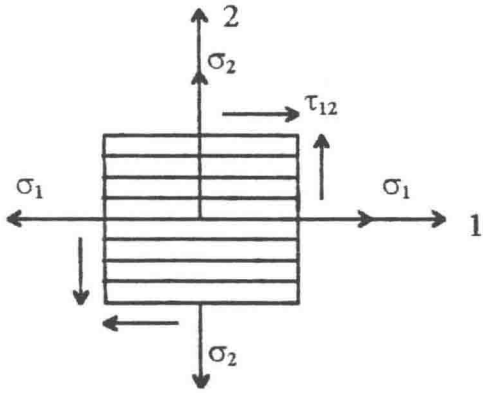

图 1.1 铺层的正轴坐标系

如图 1.1 所示的 1-2 坐标系，它是由材料的两个主方向组成的坐标系，1 向是纵向，2 向是横向，这样的坐标系称为正轴向坐标系。在正轴向坐标系下，材料呈现正交各向异性性能。

在正轴向坐标系下，分别进行纵向单轴实验、横向单轴实验和面内剪切实验，综合三种实验结果，当 σ_1,σ_2 和 τ_{12} 共同作用时，利用叠加原理可得：

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E_L}\sigma_1 - \frac{\nu_{LT}}{E_T}\sigma_2 \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E_T}\sigma_2 - \frac{\nu_{TL}}{E_L}\sigma_1 \\ \gamma_{12} &= \frac{1}{G_{LT}}\tau_{12}\end{aligned} \qquad (1.1.1)$$

（1.1.1）式是单向层合板或铺层在正轴向（即正交各向异性材料在主方向）的应变-应力关系，也称广义虎克定律。这里有五个工程弹性常数：纵向弹性模量 E_L，横向弹性模量 E_T，纵向泊松比 ν_{LT}，横向泊松比 ν_{TL} 和面内剪切弹性模量 G_{LT}。

可以证明，这五个弹性常数存在以下关系，独立的常数只有四个：

$$\frac{\nu_{TL}}{E_L} = \frac{\nu_{LT}}{E_T} \qquad (1.1.2)$$

把（1.1）式写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{LT}}{E_T} & 0\\ -\frac{\nu_{TL}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{bmatrix} \qquad (1.1.3)$$

记

$$S_{11}=1/E_L, S_{22}=1/E_T, S_{66}=1/G_{LT}$$
$$S_{12}=-\nu_{TL}/E_T, S_{12}=-\nu_{TL}/E_T \qquad (1.1.4)$$

这些量称为柔量分量，所以（1.3）式还可写成：

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12} & 0\\ S_{21} & S_{22} & 0\\ 0 & 0 & S_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{bmatrix} \qquad (1.1.5)$$

另外，从（1.1）式解出σ_1,σ_2 和τ_{12}，可以得到以应变为已知量，应力为未知量的应力-应变关系式，记为矩阵形式：

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & 0\\ Q_{21} & Q_{22} & 0\\ 0 & 0 & Q_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{bmatrix} \qquad (1.1.6)$$

其中
$$Q_{11}=mE_L, Q_{22}=mE_T, Q_{66}=G_{LT}$$
$$Q_{12}=\nu_{LT}E_L, Q_{21}=\nu_{TL}E_T \qquad (1.1.7)$$

这些量称为模量分量。

1.2 铺层的偏轴刚度

除正轴 1-2 以外的坐标方向称为偏轴向，通常用 x-y 坐标系表示。材料主方向 1 轴与 x 轴成一角度θ（如图 1.2），称为铺层方向角。在偏轴方向，材料呈现各向异性性能。规定 x 轴至 1 轴的夹角θ，以逆时针转向为正，顺时针转向为负。铺层方向角是复合材料特有的概念。

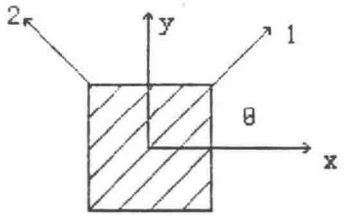

图 1.2 铺层方向角θ

偏轴方向的应力-应变关系有偏轴模量和偏轴柔量两种表达形式。

偏轴模量形式：

$$\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_Y\\ \tau_{xy}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16}\\ \overline{Q}_{21} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26}\\ \overline{Q}_{61} & \overline{Q}_{62} & \overline{Q}_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_Y\\ \gamma_{xy}\end{bmatrix} \qquad (1.2.1)$$

其中 $\overline{Q}_{ij}\ (i,j=1,2,6)$ 为偏轴模量分量。

偏轴柔量形式：

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_Y\\ \gamma_{xy}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\overline{S}_{11} & \overline{S}_{12} & \overline{S}_{16}\\ \overline{S}_{21} & \overline{S}_{22} & \overline{S}_{26}\\ \overline{S}_{61} & \overline{S}_{62} & \overline{S}_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_Y\\ \tau_{xy}\end{bmatrix} \qquad (1.2.2)$$

其中 $\overline{S}_{ij}\ (i,j=1,2,6)$ 为偏轴柔量分量；

通过两种坐标系下的应力和应变转换关系，可以得到偏轴模量（柔量）与正轴模量（柔量）的关系。

$$\begin{bmatrix}\overline{Q}_{11}\\ \overline{Q}_{22}\\ \overline{Q}_{12}\\ \overline{Q}_{66}\\ \overline{Q}_{16}\\ \overline{Q}_{26}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}m^4 & n^4 & 2m^2n^2 & 4m^2n^2\\ n^4 & m^4 & 2m^2n^2 & 4m^2n^2\\ m^2n^2 & m^2n^2 & m^4+n^4 & 4m^2n^2\\ m^2n^2 & m^2n^2 & -2m^2n^2 & (m^2-n^2)^2\\ m^3n & -mn^3 & mn^3-m^3n & 2(mn^3-m^3n)\\ mn^3 & -m^3n & m^3n-mn^3 & 2(m^3n-mn^3)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Q_{11}\\ Q_{22}\\ Q_{12}\\ Q_{66}\end{bmatrix} \qquad (1.2.3)$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

$$\begin{bmatrix}\bar{S}_{11}\\ \bar{S}_{22}\\ \bar{S}_{12}\\ \bar{S}_{66}\\ \bar{S}_{16}\\ \bar{S}_{26}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} m^4 & n^4 & 2m^2n^2 & m^2n^2\\ n^4 & m^4 & 2m^2n^2 & m^2n^2\\ m^2n^2 & m^2n^2 & m^4+n^4 & -m^2n^2\\ 4m^2n^2 & 4m^2n^2 & -8m^2n^2 & (m^2-n^2)^2\\ 2m^3n & -2mn^3 & 2(mn^3-m^3n) & mn^3-m^3n\\ 2mn^3 & -2m^3n & 2(m^3n-mn^3) & m^3n-mn^3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}S_{11}\\ S_{22}\\ S_{12}\\ S_{66}\end{bmatrix} \quad (1.2.4)$$

其中，$m=\cos\theta$，$n=\sin\theta$，θ为铺层方向角。

从以上分析中，可以看出，在一般情况下，各向异性材料的应力-应变关系通过偏轴模量或偏轴柔量而建立，而偏轴模量或偏轴柔量与基本的工程弹性常数之间是一种铺层方向角有关的组合关系。

2. 一种预测纤维复合材料横向弹性模量 E_T 的方法

本章以电阻丝应变片的测试原理为基础，结合带增强孔无限大板的弹性力学解，给出了一种预测纤维复合材料横向弹性模量 E_T 的方法。

2.1 方法的建立

应变片测量应变，测量的是沿丝向的平均应变（图 2.1 ）。本文的推导正是建立在这样的原理基础之上。

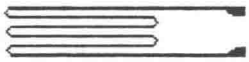

图 2.1 电阻丝应变片

对于一个带有多层弹性圆环增强圆孔的无限大板（图 2.2 ），文献[1]给出了该无限大板承受均匀拉（压）时，弹性环及板的应力和位移分布。其中，圆环与板之间，圆环与圆环之间边界密合，彼此既不分开，也不错动[2]。

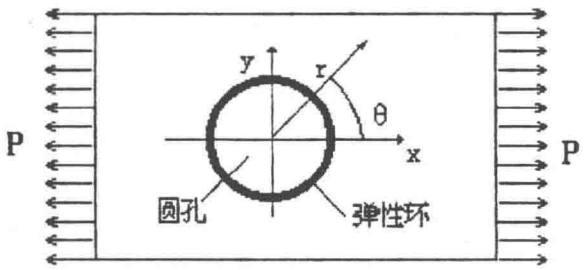

图 2.2　带多层弹性环增强的无限大板

针对本文所讨论的问题，圆孔中的多层环简化为一个连续的弹性圆板，相关的解答如下：

对于圆板：

$$\sigma_\theta = \frac{p}{2}(a_1 + \frac{b_1}{2}\cos 2\theta) \qquad (2.1.1)$$

对于无限大板：

$$\sigma_r = \frac{p}{2}[(1-\frac{1}{2}\beta_{-1}\frac{R^2}{r^2}) + (1-2\alpha_{-1}\frac{R^2}{r^2} - \frac{3}{2}\beta_{-3}\frac{R^4}{r^4})\cos 2\theta] \qquad (2.1.2)$$

$$\sigma_\theta = \frac{p}{2}[(1+\frac{1}{2}\beta_{-1}\frac{R^2}{r^2}) - (1-\frac{3}{2}\beta_{-3}\frac{R^4}{r^4})\cos 2\theta] \qquad (2.1.3)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{p}{2}(1+\alpha_{-1}\frac{R^2}{r^2} + \frac{3}{2}\beta_{-3}\frac{R^4}{r^4})\sin 2\theta \qquad (2.1.4)$$

$$v_r = \frac{pR}{8\mu}\{[(x-1)\frac{r}{R} + \beta_{-1}\frac{R}{r}] + [2\frac{r}{R} + \alpha_{-1}(x+1)\frac{R}{r} + \beta_{-3}\frac{R^3}{r^3})]\cos 2\theta\} \quad (2.1.5)$$

$$v_\vartheta = \frac{pR}{8\mu}[-2\frac{r}{R} - \alpha_{-1}(x-1)\frac{R}{r} + \beta_{-3}\frac{R^3}{r^3}]\sin 2\theta \quad (2.1.6)$$

其中：

R：圆孔半径

$$a_1 = -\frac{1+x}{(\frac{\mu}{\mu_1}-1)-(1+x\frac{\mu}{\mu_1})} \qquad b_1 = \frac{2(1+x)}{(x+\frac{\mu}{\mu_1})}$$

$$\alpha_{-1} = 2 - \frac{2(1+x)}{(x+\frac{\mu}{\mu_1})} \qquad \beta_{-1} = 2 + \frac{2(1+x)}{(\frac{\mu}{\mu_1}-1)-(1+x_1\frac{\mu}{\mu_1})} \qquad \beta_{-3} = -\alpha_{-1}$$

$$x = \frac{3-\nu}{1+\nu} \qquad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad x_1 = \frac{3-\nu_1}{1+\nu_1} \qquad \mu_1 = \frac{E_1}{2(1+\nu_1)}$$

E，ν 和 E_1，ν_1 分别为无限大板及增强圆板的弹性模量和泊松比，利用上述弹性力学解，建立求解纤维复合材料横向弹性模量的模型。

从图 2.3 所示的复合材料单层板中切出一薄片，再从中取出只包含一根纤维的单元，得到图 2.4 所示的计算模型。

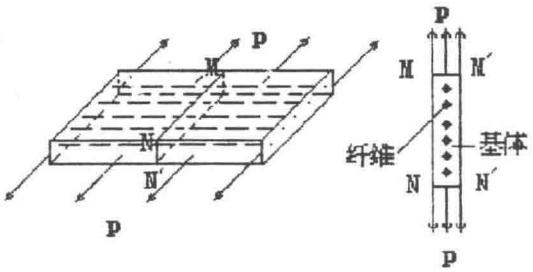

图 2.3 纤维复合材料单层板

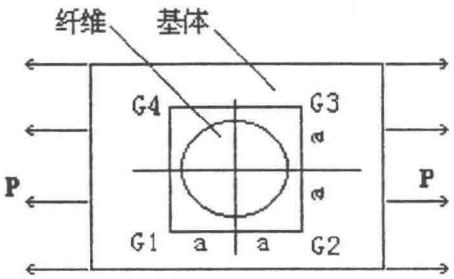

图 2.4 求解 E_T 的模型单元

假设用一片正方形的电阻丝应变片$G_1G_2G_3G_4$粘贴在模型单元上，应变片的中心与纤维的圆心重合，丝向平行于X方向。那么，可以G_2G_3边X方向的平均位移$\overline{V_x}$来求应变片$G_1G_2G_3G_4$所感知的X方向的应变ε_x，而且纤维截面积与$G_1G_2G_3G_4$的面积之比为所测区域$G_1G_2G_3G_4$的纤维体积含量：

$$V_f = \frac{\pi R^2}{4a^2} \qquad (2.1.7)$$

如图2.5所示，无限大板上任一点沿X方向的位移为：

$$v_x = v_r\cos\theta - v_\theta\sin\theta$$

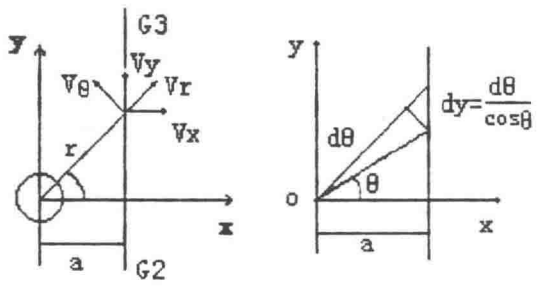

图2.5 极坐标分量与直角坐标分量的转换

直线G_2G_3（x=a，$r=\frac{a}{\cos\theta}$）上各点沿X方向的位移之和为：

$$\sum v_x = \int_{-a}^{a} v_x dy = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (v_r\cos\theta - v_\theta\sin\theta)\frac{rd\theta}{\cos\theta}$$

代入（2.1.5），（2.1.6）式得：

$$\sum v_x = \frac{p}{4\mu}[(x+1)a^2 + \frac{\pi}{4}\beta_{-1}R^2 + \alpha_{-1}R^2(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{4} + 1) + \frac{1}{4}\beta_{-3}\frac{R^4}{a^2}] \qquad (2.1.8)$$

那么G_2G_3边的平均X方向位移：

$$\overline{v_x} = \frac{\sum v_x}{2a} = \frac{p}{8\mu}[(x+1)a + \frac{\pi}{4}\beta_{-1}\frac{R^2}{a} + \alpha_{-1}\frac{R^2}{a}(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{4} + 1) + \frac{1}{4}\beta_{-3}\frac{R^4}{a^3}] \qquad (2.1.9)$$

根据对称关系，Y轴（$\theta = \pm\frac{\pi}{2}$）的X方向位移为零，则应变片$G_1G_2G_3G_4$所感知的X方向的应变：

$$\varepsilon_x = \frac{\overline{v_x}}{a} = \frac{p}{8\mu}[(x+1) + \frac{\pi}{4}\beta_{-1}\frac{R^2}{a^2} + \alpha_{-1}\frac{R^2}{a^2}(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{4} + 1) + \frac{1}{4}\beta_{-3}\frac{R^4}{a^4}] \qquad (2.1.10)$$

同理，若应变片$G_1G_2G_3G_4$的丝向平行于Y方向，则可以求出应变片所感知

的 Y 方向应变：

$$\varepsilon_y = \frac{p}{8\mu}[(x-3)+\frac{\pi}{4}\beta_{-1}\frac{R^2}{a^2}-\alpha_{-1}\frac{R^2}{a^2}(\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{4}+1)-\frac{1}{4}\beta_{-3}\frac{R^4}{a^4}] \qquad (2.1.11)$$

式（2.1.10），（2.1.11）确定了区域$G_1G_2G_3G_4$的线应变场，那么该区域的应力场又如何呢？

根据（2.1.1），（2.1.2），（2.1.3），（2.1.4）式可以确定所测区域的应力场，图 2.6 为$a/R=2$时的应力场示意图（根据对称关系，取所测区域的四分之一）。

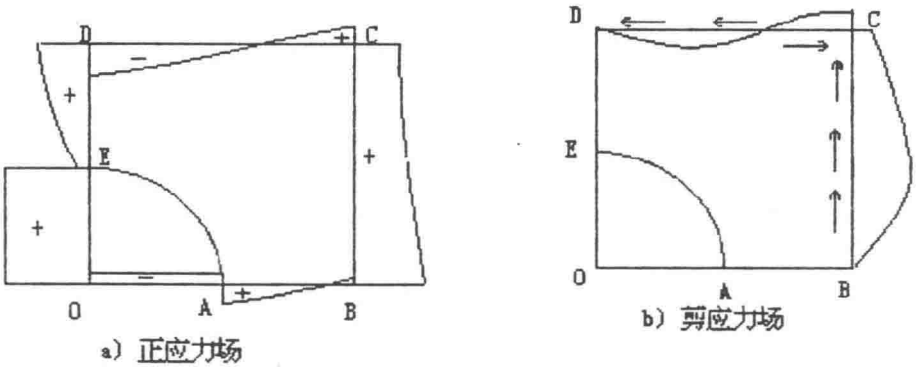

图 2.6　测试区域的应力分布

从图 2.6 看出，所测区域处于一复杂的应力场中，各个边的应力分布为：

OA 边，$\theta=0$

$$\sigma_y = \frac{p}{2}(a_1-\frac{b_1}{2}) \qquad (2.1.12)$$
$$\tau_{xy}=0$$

AB 边，$\theta=0$

$$\sigma_y = \frac{p}{2}(\frac{1}{2}\beta_{-1}\frac{R^2}{r^2}+\frac{3}{2}\beta_{-3}\frac{R^4}{r^4}) \qquad (2.1.13)$$
$$\tau_{xy}=0$$

BC 边，$r=\dfrac{a}{\cos\theta}$　　$\theta\in[0,\dfrac{\pi}{4}]$

$$\sigma_x = \sigma_r\cos^2\theta+\sigma_\theta\sin^2\theta-2\tau_{r\theta}\sin\theta\cos\theta \qquad (2.1.14)$$
$$\tau_{xy}=(\sigma_r-\sigma_\theta)\sin\theta\cos\theta+\tau_{r\theta}(\cos^2\theta-\sin^2\theta)$$

CD 边，$r=\dfrac{a}{\sin\theta}\quad \theta\in[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}]$

$$\begin{aligned}\sigma_y&=\sigma_r\sin^2\theta+\sigma_\theta\cos^2\theta-2\tau_{r\theta}\sin\theta\cos\theta\\ \tau_{xy}&=(\sigma_r-\sigma_\theta)\sin\theta\cos\theta+\tau_{r\theta}(\cos^2\theta-\sin^2\theta)\end{aligned}\qquad (2.1.15)$$

（2.1.13），（2.1.14）式中的σ_r，σ_θ，$\tau_{r\theta}$分别取（2.1.2），（2.1.3），（2.1.4）式。

DE 边，$\theta=\dfrac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned}\sigma_x&=\frac{p}{2}(2+\frac{1}{2}\beta_{-1}\frac{R^2}{r^2}-\frac{3}{2}\beta_{-3}\frac{R^4}{r^4})\\ \tau_{xy}&=0\end{aligned}\qquad (2.1.16)$$

EO 边，$\theta=\dfrac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned}\sigma_x&=\frac{p}{2}(a_1+\frac{b_1}{2})\\ \tau_{xy}&=0\end{aligned}\qquad (2.1.17)$$

把上述复杂应力场简化为较简单的双向正应力场。考虑 BC 和 CD 边上的剪应力，根据静力平衡原则，分别求出 X，Y 方向等效的σ_x，σ_y，如图 2.7 所示。

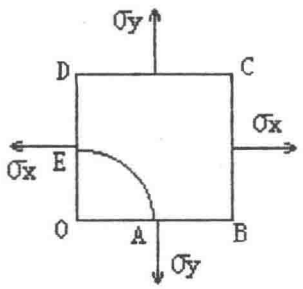

图 2.7 简化的双向应力场

已知σ_x，σ_y和（2.1.10），（2.1.11）式确定的ε_x，ε_y，便可以利用广义虎克定理

$$\begin{aligned}\varepsilon_x&=\frac{\sigma_x}{E}-\nu\frac{\sigma_y}{E}\\ \varepsilon_y&=\frac{\sigma_y}{E}-\nu\frac{\sigma_x}{E}\end{aligned}\qquad (2.1.18)$$

来求出 E，该 E 就是纤维复合材料的横向模量E_T。

与σ_x相比，σ_y的值非常小，因此忽略σ_y的影响而确定的E_T不会造成较大的

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com