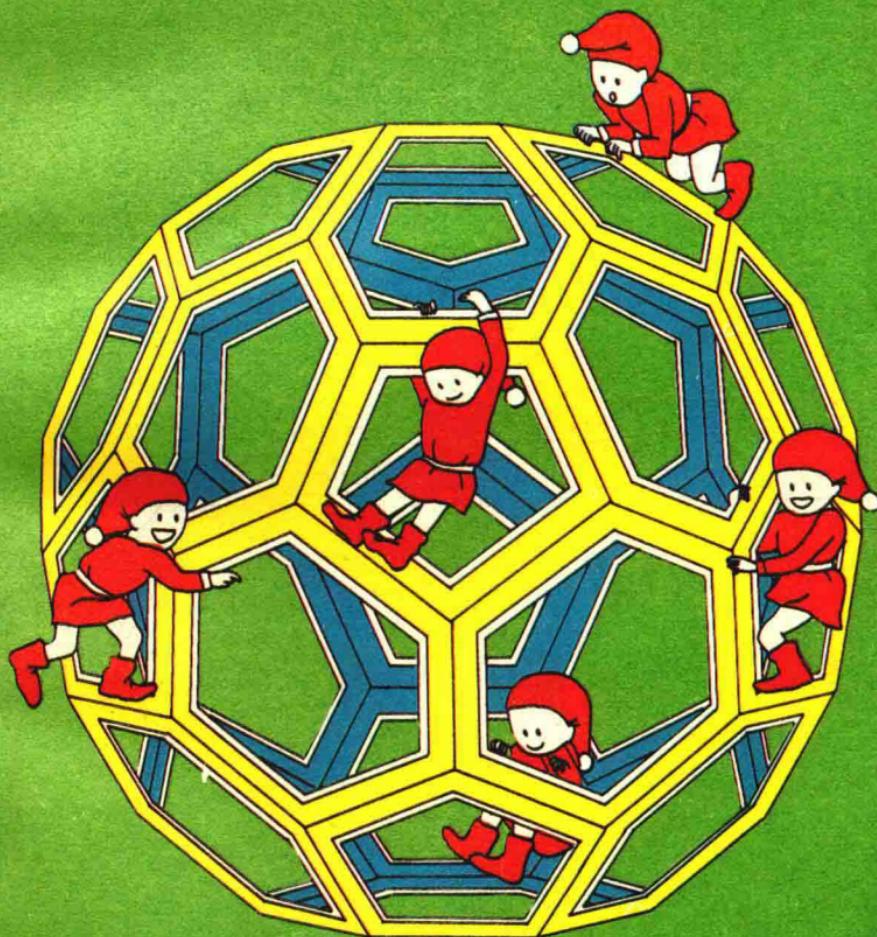


中学数学知识丛书

[日] 横地 清 编

三角形和四边形的性质



知 识 出 版 社

中学数学知识丛书

〔日〕横地清编

三角形和四边形的性质

〔日〕若年季雄 著
吉田达也

李世金译

知 识 出 版 社

中学数学知识丛书
三角形和四边形的性质

〔日〕若年季雄 著
吉田达也

李世金 译

知识出版社出版

(北京安定门外外馆东街甲1号)

新华书店北京发行所发行 文物出版社印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 2.625 字数 53 千字

1987年10月第1版 1987年10月第1次印刷

印数：1—12300

统一书号：13214·46 定价 0.70 元

ISBN 7-5015-0106-8

前 言

在我们的周围，有很多各种各样形状的图形。其中最常见的图形是三角形和四边形。

对人们的生活来说，了解三角形和四边形的性质是非常必要的。本书用图和照片来说明图形的性质。

自己实际画画，动手剪剪，把图形叠起来测量一下，也就是说动手做做，这对了解图形的性质很有好处。

本书，对初中学生来说，有的地方难懂一些，对到高中才学习的一些内容，请和哥哥姐姐们一起来学习。

作 者

本书的用法

读本书时，请准备好下列物品：

剪刀、浆糊、方格纸、图画纸、按钉、线、旧明信片、圆规和刻度尺等。

利用这些东西，来研究三角形、四边形的性质。对图形做各种各样的处理，才能对其性质有更好地理解。大家要多多实践。单纯读书是不能发现图形的性质的。

并请大家调查一下这些性质，对日常生活有什么用处。

不仅要在家里学习，到外面去搞点实践也是必要的。从住宅区的房顶和送电铁塔，可找出三角形、四边形。这样，结合实际进行学习，是一种有效的方法。

目 录

前言

本书的用法

第一章 面积 (1)

 § 1 矩形、正方形和不规则图形 (2)

 求面积的基础图形 (2)

 § 2 平行四边形、三角形、梯形 (5)

 把平行四边形改成矩形 (5)

 把三角形改成平行四边形 (5)

 把梯形改成平行四边形 (6)

 第一章小结 (7)

第二章 三角形的性质 (9)

 § 1 三角形的确定 (10)

 三角形的分解、合成 (10)

 § 2 三角形的全等 (13)

 作全等三角形 (13)

 画全等三角形 (14)

 找全等三角形 (17)

 § 3 各种三角形 (18)

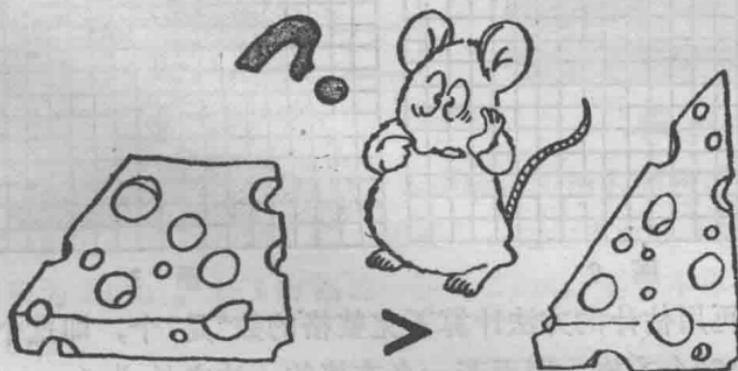
 作三角形并分类 (18)

 § 4 三角形的内角和外角 (19)

内角和	(19)
外角和	(20)
内角和外角的关系	(21)
§ 5 等腰三角形、正三角形、直角三角形	(21)
轴对称	(21)
等腰三角形	(22)
正三角形	(23)
直角三角形	(24)
§ 6 相似三角形	(25)
图形的扩大与缩小	(25)
画相似三角形	(26)
找相似三角形	(29)
相似三角形的应用	(31)
§ 7 三角形的外心、内心、重心	(33)
外心	(33)
内心	(34)
重心	(34)
§ 8 勾股定理	(36)
勾股定理	(37)
§ 9 三角比	(40)
正弦和余弦	(40)
正弦表和余弦表的查法(1)	(43)
正弦、余弦和比例关系	(45)
正弦表和余弦表的查法(2)	(46)
正切	(47)
正切和比例关系	(48)

第二章 小结	(52)
测验题	(52)
测验题解答	(53)
第三章 四边形的性质	(55)
§ 1 平行四边形	(56)
平行线的性质	(58)
平行四边形的性质	(60)
§ 2 矩形、菱形、正方形	(63)
用旧明信片做实验	(63)
§ 3 梯形	(67)
找梯形	(67)
梯形的切和并	(67)
第三章 小结	(69)
测验题	(71)
测验题解答	(74)

第一章 面 积



在学习三角形、四边形性质之前，先学习一下各种图形的面积。在这章里，把各种图形画在方格纸上，把画在旧明信片上的图形剪下来粘上，看一看面积大小。

弄清自己过去没注意到的东西，就能打好数学基础。

例如，象图1那样形状的面积，可用什么办法求出呢？大家一起来研究研究吧。



图 1

§ 1 矩形、正方形和不规则图形

求面积的
基础图形

为求出图1的面积，将它描在如图2的方格纸上，可得图3。计算图3 阴影部分的方格数是

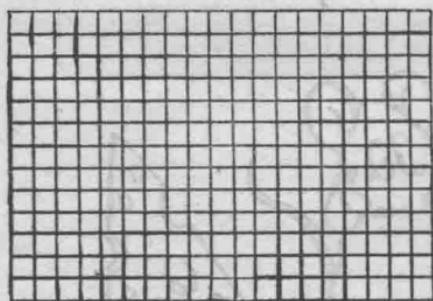


图 2

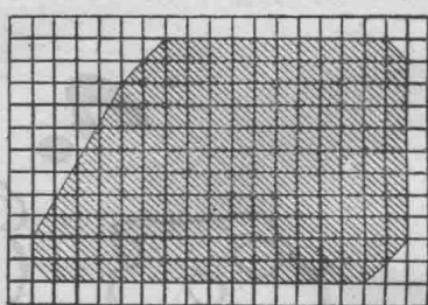


图 3

153个，再用估计的方法计算不完整格的数^{*}是7个，即这个图形占有160个方格。因而若一个方格的一边之长为1 cm，则1个方格的面积就是 1 cm^2 ，160个方格的面积就是 160 cm^2 。另外，计算如图3的不规则图形的面积时，可按下面的办法进行。方格总数是

$$13 \times 19 = 247 \text{ (个)}.$$

其中没有被不规则图形占有的完整方格数是81个，再用估计的方法算出不完整的方格数是6个。因此，这个不规则图形的方格数是 $247 - 87$ ，是160个。在图4里，当1个方格的一边为1 cm时，试求此图形的面积。

我们知道了把不规则的图形画在方格纸上，然后用计算

* 可用估计的方法计算出不完整格的数目。

方格数目的办法就能求出图形面积的问题。图 5 是把枫叶图案画在 1 格为 1 cm 的方格纸上，来求面积的例子，其面积约

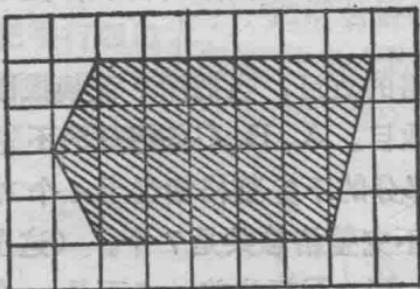


图 4



图 5

为 208cm^2 。读者还可以试求各种各样图形的面积。

用方格求面积时，若 1 方格的一边为 1 cm，则基本单位面积为 1cm^2 。若 1 方格的一边为 2 cm，则基本单位面积为 4cm^2 。

在图 4 里，设 1 个方格的一边为 1 cm，则基本单位面积为 1cm^2 。如果方格数是 24 个，则这个不规则图形的面积就是 24cm^2 。

图 4 里的不规则图形，因为方格的总数是 24 个，也可以把它摆成象图 6 那样。为了计算基本单位的总数，把它摆成正方形或矩形，计算起来就方便了。如摆成象图 6 的形状，经简

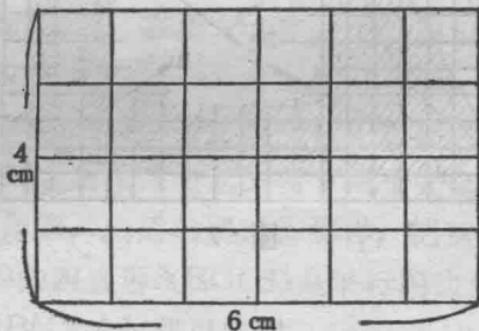


图 6

单的计算即可求出面积。会下围棋的人知道，比赛完了时，把吃下来的棋子放在对方阵地里，改成矩形或正方形进行计算，用来决定胜负。象这样，把图形改成正方形或矩形来求图形的面积，是求图形面积的基本方法。

为了计算图 3 中不完整格的数目，当把图 7 改换成图 8 那样时，就知道不完整格的数目。A、B、C 各部分的不完整格都相当于一个格，图 8 D 部分的不完整格相当于 4 个格。这样 A、B、C、D 4 部分的不完整格总共是 7 个。（这里是把图 3 不完整格扩大了的）。图 8 E 部分差一点不是一个完整格，可是把它当成一个完整格了。所以，这样计算出来的数值不是准确值，是含有误差的。这样的数值叫做近似值。图 5 上的枫叶图案的面积也是近似值。为了求出更精确的近似值，可以使用方格眼更小的方格纸。

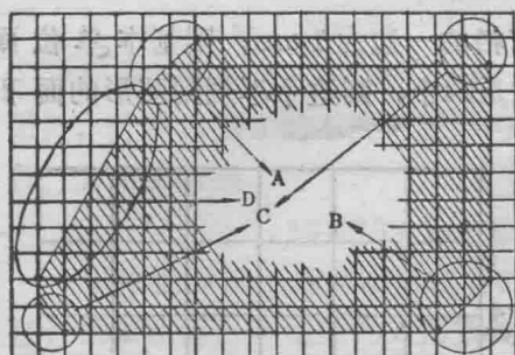


图 7

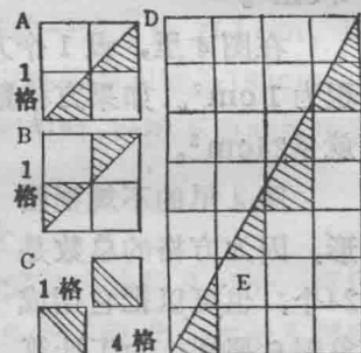


图 8

§ 2 平行四边形、三角形、梯形

把平行四边形改成矩形

把旧明信片剪下做成平行四边形。先在图9①中沿AE剪下，将@部分沿CD连接在一起，成为②。从而四边形AE(E)D成平

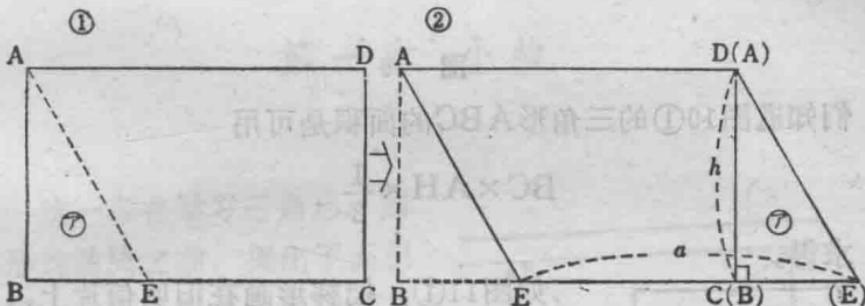


图 9

行四边形。在这种情况下，明信片的面积并没有改变。经过相反的操作可把平行四边形改成矩形。当然可用求矩形的面积的办法来求平行四边形的面积。在图9②中，平行四边形AE(E)D的面积用 $a \times h$ 即可求出。

把三角形改成平行四边形

在旧明信片上画出象图10①那样的三角形，两张明信片叠起来剪下两个完全同样的三角形，然后象图10②那样，把这两个三角形接在一起。图10②的四边形ABC(B)是平行四边形。这个平行四边形的面积用 $BC \times AH$ 即可求得。

由于 $\triangle ABC$ 的面积是这个平行四边形的一半。所以，我

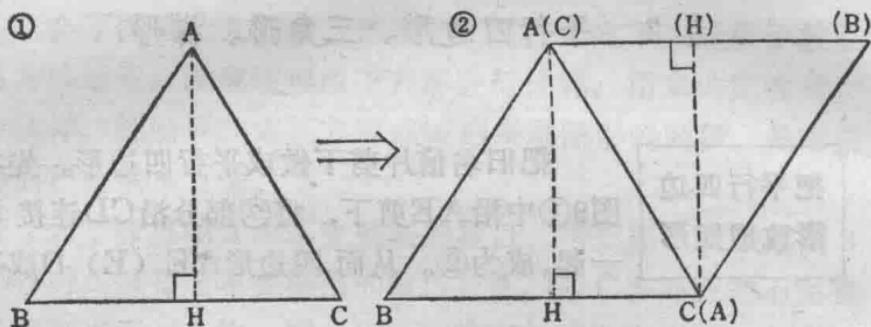


图 10

我们知道图10①的三角形ABC的面积是可用

$$BC \times AH \times \frac{1}{2}$$

求得。

把梯形改成平行四边形

如图11①，把梯形画在旧明信片上，两张重合在一起剪下，得到两个完全相同的梯形。然后象图11②那样，把两个梯形连接在一起。图11②的四边形AB(A)(B)是个平行四边形。

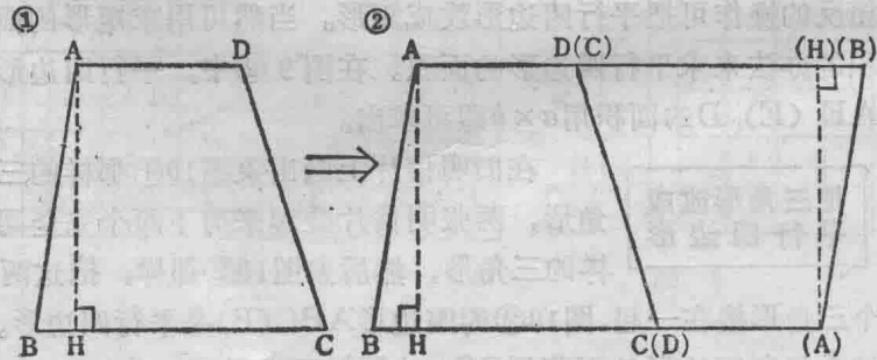


图 11

这个平行四边形AB(A)(B)的面积可用

$$\{ BC + (D)(A) \} \times AH$$

求得。由于图11①中的梯形面积是这个平行四边形的 $\frac{1}{2}$ ，所以用

$$(BC + AD) \times AH \times \frac{1}{2}$$

即可求出。

第一章 小结

这一章在学习三角形、四边形的性质之前，提出了面积问题。学习了以单位面积为基础，来求各种形状图形面积的方法。我们常见的图形，有三角形、四边形等。但大多数是不规则图形。例如图12的四边形ABCD是广岛县竹原市竹原町的某一块土地的缩图。这个图形初看起来象矩形，但实际上不是矩形。如果不引对角线AC，将四边形ABCD分成a和b两部分，其面积是无法求出的。我们求出这个面积作为第一章的小结。

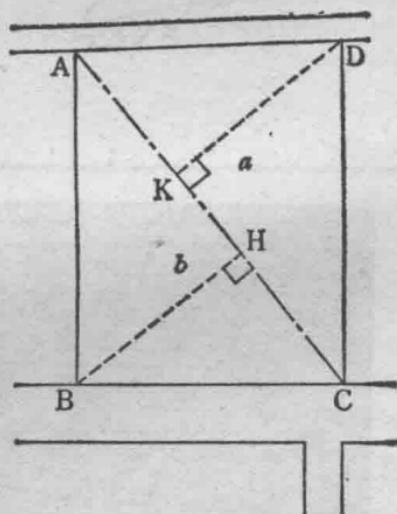


图 12

$$\left. \begin{array}{l} AC = 23.85m \\ DK = 11.45m \\ BH = 10.50m \end{array} \right\}$$

把这些代入

$\triangle ABC + \triangle ACD = \square ABCD$

可得出答案。具体求法是

$$23.85 \times 10.50 \times \frac{1}{2} + 23.85 \times 11.45 \times \frac{1}{2} = 261.75375$$

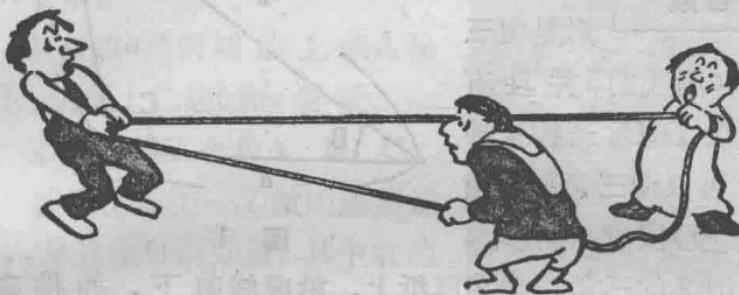
所以这块土地 (四边形ABCD) 的面积约为 $261.8m^2$ 。

第八章 一



长方形 可以看出出来是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的和。因此 $\square ABCD$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的面积之和。

第二章 三角形的性质



下面的照片是输电铁塔，我们可看出许多三角形。三角形是常常见到的，画图和制作过的我们很熟悉的图形。

在这一章里，将从各种不同角度来学习三角形。在图画纸上或厚纸上画出三角形，将其剪下，制作工具，或者用分度器和圆规正确地画图，从中学习关于三角形的基础性质。在学习本章之前准备好剪刀、圆规、分度器、刻度尺、绘图墨汁、图画纸、方格纸、透明胶带、按钉、线和针等。

