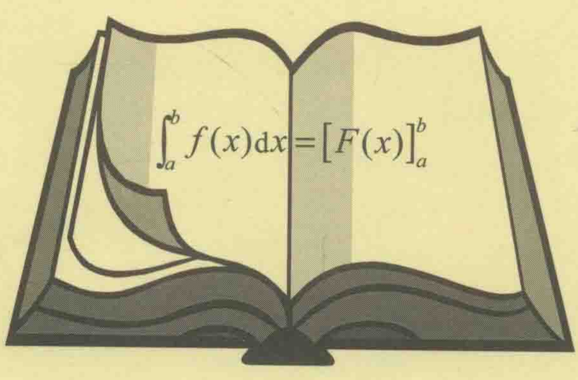
高等学校公共基础课“十三五”规划教材

高等数学练习册（上册 B）

——配合同济七版高等数学

杨有龙　李菊娥　任春丽　编

3



班级＿＿＿＿＿＿　学号＿＿＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿＿＿

西安电子科技大学出版社
http://www.xduph.com

高等学校公共基础课“十三五”规划教材

高等数学练习册(上册 B)

——配合同济七版高等数学

杨有龙　李菊娥　任春丽　编

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本练习册与同济大学数学系编写的第七版《高等数学》上册(高等教育出版社出版)相配套，共包括两部分内容：练习题和参考答案．按时完成练习作业是理工科大学生巩固高等数学课堂学习效果的基本要求，所附参考答案可方便学生完成作业后及时检查．

为了方便教师和学生收交作业，本练习册分为A、B两册，即奇数周作业为A册，偶数周作业为B册．

图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册．上册/杨有龙，李菊娥，任春丽编．一西安：西安电子科技大学出版社，2016.8

高等学校公共基础课“十三五”规划教材

ISBN 978-7-5606-4172-0

Ⅰ．① 高…　Ⅱ．① 杨…　② 李…　③ 任…　Ⅲ．① 高等数学一高等学校一习题集　Ⅳ．① O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第186281号

策　　划　刘小莉

责任编辑　王　瑛

出版发行　西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电　　话　(029)88242885　88201467　　邮　　编　710071

网　　址　www.xduph.com　　电子邮箱　xdupfxb001@163.com

经　　销　新华书店

印刷单位　陕西天意印务有限责任公司

版　　次　2016年8月第1版　2016年8月第1次印刷

开　　本　787毫米×1092毫米　1/16　印　张　10.75

字　　数　249千字

印　　数　1～6000册

定　　价　20.00元(含上册A、B两本)

ISBN 978-7-5606-4172-0/O

XDUP 4464001-1

目　录

第一部分　练　习　题

第二部分　参考答案

第一部分　练　习　题

第一章 函数与极限

第四、五节 无穷小与无穷大 极限运算法则

一、(1) 举例说明当 $x\to 0$ 时两个无穷小的商不一定是无穷小；

(2) 证明 $f(x)=x\sin x$ 在区间$(-\infty,+\infty)$内无界，但当 $x\to+\infty$时 $f(x)$ 不是无穷大.

二、求下列数列的极限：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n^2}+\dfrac{n-1}{n^2}+\cdots+\dfrac{1}{n^2}\right)$；

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3^{n+1}+8^{n+1}}{3^n+8^n}$；

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left[1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{27}+\cdots+\dfrac{(-1)^{n-1}}{3^{n-1}}\right]$.

三、求下列函数的极限：

(1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$；

(2) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(x+h)^3-x^3}{h}$；

(3) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left[\sqrt{x(x+1)}+x\right]$；

(4) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$.

四、设 $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)=1$，确定 a、b 的值.

第六节 极限存在准则 两个重要极限

一、求下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\dfrac{3}{x}$；

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\sqrt{1+x}-1}$；

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+4}{x+1}\right)^{x+1}$；

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{1}{x}}$.

二、利用极限存在准则求证下列极限：

(1) 设 $a_i>0(i=1,2,\cdots,k)$，$a=\max\{a_1,\cdots,a_k\}$，证明：

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_1^n+a_2^n+\cdots+a_k^n}=a;$$

(2) 设 $x_1=1$，$x_n=\dfrac{1+2x_{n-1}}{1+x_{n-1}}(n=2,3,\cdots)$，证明数列 $\{x_n\}$ 的极限存在，并求其极限；

(3) 设 $a>0$，$x_1>\sqrt{a}$，$x_{n+1}=\dfrac{x_n^2+a}{2x_n}(n=1,2,\cdots)$，证明数列 $\{x_n\}$ 的极限存在，并求其极限.

第七节　无穷小的比较

一、选择题：

(1) 设 $f(x)=2^x+3^x-2$，则当 $x\to 0$ 时，有______.

(A) $f(x)$与 x 是等价无穷小　　(B) $f(x)$与 x 是同阶但非等价无穷小

(C) $f(x)$是比 x 高阶的无穷小　　(D) $f(x)$是比 x 低阶的无穷小

(2) 设 $x\to 0$ 时，$(1-\cos x)\ln(1+2x^2)$是比 $x\sin x^n$ 高阶的无穷小，而 $x\sin x^n$ 是比$(e^{x^2}-1)$高阶的无穷小，则正整数 n 等于______.

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

二、求下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x-\sin 2x}{x^2\arctan x}$；

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(3\sin x+x^2\cos\dfrac{1}{x}\right)\sin^2 x}{(1-\cos x)\ln(1+x)}$.

三、已知 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+a}+b}{x^2-1}=1$，求 a 和 b.

四、确定 k 的值，使函数 $\frac{1}{1+x}-1+x$ 与 x^k，当 $x\to 0$ 时是同阶无穷小.

五、当 $x\to 0$ 时，$\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1+\sin x}$ 是关于 x 的几阶无穷小？

六、设 $x\to 0$ 时，$\cos x-(ax^2+bx+c)$ 是比 x^2 高阶的无穷小，确定 a、b、c 的值.

习题课一

一、填空题：

(1) 已知当 $x\to 0$ 时，$(1+ax^2)^{\frac{1}{3}}-1$ 与 $e^{-2x^2}-1$ 是等价无穷小，则$a=$______.

(2) 若$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^{2016}}{n^k-(n-1)^k}=A(\neq 0,\ \infty)$，则 $A=$________，$k=$________.

(3) 若$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(3x-2)^\alpha}=\beta(\neq 0,\ \infty)$，则 $\alpha=$_____，$\beta=$______.

二、用极限的定义证明：若$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)g(x)=0$，$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\infty$，则$\lim\limits_{x\to\infty}g(x)=0$.

三、求出满足下列条件的常数 a 和 b.

(1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+ax+b}{\sin(x^2-1)}=3$；

(2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-x+1}-ax-b)=0$.

四、设数列$\{x_n\}$满足$x_1=a>0$，$|x_{n+1}|\leqslant q|x_n|(n=1, 2, \cdots)$，其中$q$为常数且$0<q<1$，证明$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=0$.

五、设数列$\{x_n\}$满足$x_1=1$，$x_{n+1}=\dfrac{x_n+2}{x_n+1}(n=1, 2, \cdots)$，证明：$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\sqrt{2}$.（提示：首先证明$|x_{n+1}-\sqrt{2}|\leqslant(\sqrt{2}-1)|x_n-\sqrt{2}|(n=1, 2, \cdots)$，然后利用第四题的结论）

第二章 导数与微分

第一节 导数概念

一、设函数 $f(x)$在点 $x=2$ 处连续，且$\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=3$，求 $f'(2)$.

二、设函数 $f(x)$在点 $x=a$ 处可导，求极限$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{h}$.

三、确定 a、b 的值，使函数 $f(x)=\begin{cases}\sin a(x-1), & x\leqslant 1,\\ \ln x+b, & x>1.\end{cases}$在点 $x=1$ 处可导.

四、求下列函数 $f(x)$ 的 $f'_-(0)$ 和 $f'_+(0)$，并问 $f'(0)$ 是否存在？

(1) $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x<0,\\ \ln(1+x), & x\geqslant 0;\end{cases}$

(2) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1+\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0.\end{cases}$

五、证明：双曲线 $xy=a^2$ 上任一点处的切线与两坐标轴构成的三角形面积都等于 $2a^2$.

第二节 函数的求导法则(和、差、积、商与反函数的求导法则)

一、求下列函数的导数：

(1) $y=x\ln x-x^2$；

(2) $y=\dfrac{1-\cos x}{\sin x}$；

(3) $y=x(x+1)\tan x$；

(4) $y=\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}-\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}$；

(5) $y=\dfrac{\arcsin x}{\arccos x}$；