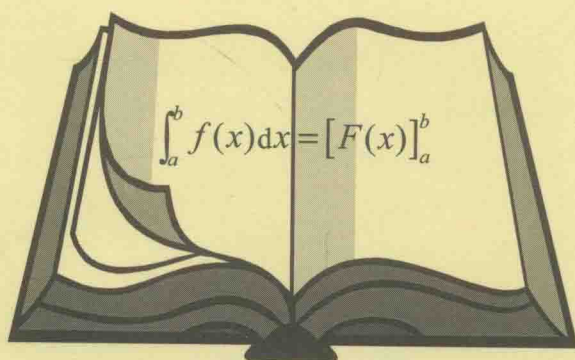


高等学校公共基础课“十三五”规划教材

高等数学练习册(上册 B)

——配合同济七版高等数学

杨有龙 李菊娥 任春丽 编



班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____



西安电子科技大学出版社

<http://www.xduph.com>

高等学校公共基础课“十三五”规划教材

高等数学练习册(上册 B)

——配合同济七版高等数学

杨有龙 李菊娥 任春丽 编

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本练习册与同济大学数学系编写的第七版《高等数学》上册(高等教育出版社出版)相配套,共包括两部分内容:练习题和参考答案.按时完成练习作业是理工科大学生巩固高等数学课堂学习效果的基本要求,所附参考答案可方便学生完成作业后及时检查.

为了方便教师和学生收交作业,本练习册分为 A、B 两册,即奇数周作业为 A 册,偶数周作业为 B 册.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册.上册/杨有龙,李菊娥,任春丽编.一西安:西安电子科技大学出版社,2016.8

高等学校公共基础课“十三五”规划教材

ISBN 978-7-5606-4172-0

I. ① 高… II. ① 杨… ② 李… ③ 任… III. ① 高等数学—高等学校—习题集 IV. ① O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 186281 号

策 划 刘小莉

责任编辑 王 瑛

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西天意印务有限责任公司

版 次 2016 年 8 月第 1 版 2016 年 8 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印 张 10.75

字 数 249 千字

印 数 1~6000 册

定 价 20.00 元(含上册 A、B 两本)

ISBN 978-7-5606-4172-0/O

XDUP 4464001-1

*** 如有印装问题可调换 ***

目 录

第一部分 练 习 题

第一章 函数与极限	2
第四、五节 无穷小与无穷大 极限运算法则	2
第六节 极限存在准则 两个重要极限	4
第七节 无穷小的比较	6
习题课一	8
第二章 导数与微分	10
第一节 导数概念	10
第二节 函数的求导法则(和、差、积、商与反函数的求导法则)	12
第二节 函数的求导法则(复合函数及基本求导法则、导数公式)	14
第三节 高阶导数	16
第三章 微分中值定理与导数的应用	18
第一节 微分中值定理	18
第二节 洛必达法则	20
第三节 泰勒公式	22
习题课一	24
第四章 不定积分	26
第一节 不定积分的概念与性质	26
第二节 换元积分法(第一类换元法)	28
第二节 换元积分法(第二类换元法)	30
第五章 定积分	32
第一节 定积分的概念与性质	32
第二节 微积分基本公式	34
第三节 定积分的换元法和分部积分法(换元法)	36

第六章 定积分的应用	38
第一、二节 定积分的元素法 定积分在几何学上的应用(平面图形的面积)	38
第二节 定积分在几何学上的应用(体积、平面曲线的弧长)	40
第三节 定积分在物理学上的应用	42
习题课	44
第七章 微分方程	46
第六节 高阶线性微分方程	46
第七节 常系数齐次线性微分方程	48
第八节 常系数非齐次线性微分方程	50
习题课	52

第二部分 参 考 答 案

第一章 函数与极限	56
第二章 导数与微分	61
第三章 微分中值定理与导数的应用	66
第四章 不定积分	71
第五章 定积分	74
第六章 定积分的应用	78
第七章 微分方程	83

第一部分
练习
题

第一章 函数与极限

第四、五节 无穷小与无穷大 极限运算法则

一、(1) 举例说明当 $x \rightarrow 0$ 时两个无穷小的商不一定是无穷小；

(2) 证明 $f(x) = x \sin x$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内无界，但当 $x \rightarrow +\infty$ 时 $f(x)$ 不是无穷大。

二、求下列数列的极限：

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2} + \frac{n-1}{n^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} \right);$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 8^{n+1}}{3^n + 8^n};$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-1}} \right].$$

三、求下列函数的极限：

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1};$$

$$(2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} [\sqrt{x(x+1)} + x];$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right).$$

四、设 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x+1} - ax - b \right) = 1$, 确定 a 、 b 的值.

第六节 极限存在准则 两个重要极限

一、求下列极限：

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{3}{x};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{1+x}-1};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+1} \right)^{x+1};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{x}}.$$

二、利用极限存在准则求证下列极限：

(1) 设 $a_i > 0 (i=1, 2, \dots, k)$, $a = \max\{a_1, \dots, a_k\}$, 证明：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_1^n + a_2^n + \dots + a_k^n} = a;$$

(2) 设 $x_1 = 1$, $x_n = \frac{1+2x_{n-1}}{1+x_{n-1}} (n=2, 3, \dots)$, 证明数列 $\{x_n\}$ 的极限存在, 并求其极限;

(3) 设 $a > 0$, $x_1 > \sqrt{a}$, $x_{n+1} = \frac{x_n^2 + a}{2x_n} (n=1, 2, \dots)$, 证明数列 $\{x_n\}$ 的极限存在, 并求其极限.

第七节 无穷小的比较

一、选择题：

(1) 设 $f(x) = 2^x + 3^x - 2$ ，则当 $x \rightarrow 0$ 时，有 _____ .

(A) $f(x)$ 与 x 是等价无穷小 (B) $f(x)$ 与 x 是同阶但非等价无穷小

(C) $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小 (D) $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小

(2) 设 $x \rightarrow 0$ 时， $(1 - \cos x) \ln(1 + 2x^2)$ 是比 $x \sin x^n$ 高阶的无穷小，而 $x \sin x^n$ 是比 $(e^{x^2} - 1)$ 高阶的无穷小，则正整数 n 等于 _____ .

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

二、求下列极限：

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x^2 \arctan x}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(3 \sin x + x^2 \cos \frac{1}{x}\right) \sin^2 x}{(1 - \cos x) \ln(1 + x)}$.

三、已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+a} + b}{x^2 - 1} = 1$ ，求 a 和 b 。

四、确定 k 的值, 使函数 $\frac{1}{1+x} - 1 + x$ 与 x^k , 当 $x \rightarrow 0$ 时是同阶无穷小.

五、当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1+\sin x}$ 是关于 x 的几阶无穷小?

六、设 $x \rightarrow 0$ 时, $\cos x - (ax^2 + bx + c)$ 是比 x^2 高阶的无穷小, 确定 a 、 b 、 c 的值.

习题课一

一、填空题：

(1) 已知当 $x \rightarrow 0$ 时, $(1+ax^2)^{\frac{1}{3}} - 1$ 与 $e^{-2x^2} - 1$ 是等价无穷小, 则 $a =$ _____.

(2) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{2016}}{n^k - (n-1)^k} = A (\neq 0, \infty)$, 则 $A =$ _____, $k =$ _____.

(3) 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(3x-2)^a} = \beta (\neq 0, \infty)$, 则 $\alpha =$ _____, $\beta =$ _____.

二、用极限的定义证明: 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)g(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$.

三、求出满足下列条件的常数 a 和 b .

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{\sin(x^2 - 1)} = 3$;

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - ax - b) = 0.$$

四、设数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1 = a > 0$, $|x_{n+1}| \leq q|x_n|$ ($n=1, 2, \dots$), 其中 q 为常数且 $0 < q < 1$, 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$.

五、设数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1 = 1$, $x_{n+1} = \frac{x_n + 2}{x_n + 1}$ ($n=1, 2, \dots$), 证明: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sqrt{2}$.

(提示: 首先证明 $|x_{n+1} - \sqrt{2}| \leq (\sqrt{2} - 1)|x_n - \sqrt{2}|$ ($n=1, 2, \dots$), 然后利用第四题的结论)

第二章 导数与微分

第一节 导数概念

一、设函数 $f(x)$ 在点 $x=2$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$, 求 $f'(2)$.

二、设函数 $f(x)$ 在点 $x=a$ 处可导, 求极限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h}$.

三、确定 a, b 的值, 使函数 $f(x) = \begin{cases} \sin a(x-1), & x \leq 1, \\ \ln x + b, & x > 1. \end{cases}$ 在点 $x=1$ 处可导.

四、求下列函数 $f(x)$ 的 $f'_-(0)$ 和 $f'_+(0)$ ，并问 $f'(0)$ 是否存在？

$$(1) f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0, \\ \ln(1+x), & x \geq 0; \end{cases}$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

五、证明：双曲线 $xy = a^2$ 上任一点处的切线与两坐标轴构成的三角形面积都等于 $2a^2$ 。

第二节 函数的求导法则(和、差、积、商与反函数的求导法则)

一、求下列函数的导数:

$$(1) y = x \ln x - x^2;$$

$$(2) y = \frac{1 - \cos x}{\sin x};$$

$$(3) y = x(x+1)\tan x;$$

$$(4) y = \frac{1}{1+\sqrt{x}} - \frac{1}{1-\sqrt{x}};$$

$$(5) y = \frac{\arcsin x}{\arccos x};$$