

# 边坡稳定分析中的 优化方法

李 亮 褚雪松 著

BIANPO WENDING FENXIZHONG DE  
YOUHUA FANGFA

中国建筑工业出版社

# 边坡稳定分析中的优化方法

李 亮 褚雪松 著

中国建筑工业出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

边坡稳定分析中的优化方法/李亮, 褚雪松著. —北京:  
中国建筑工业出版社, 2016. 10  
ISBN 978-7-112-19867-2

I. ①边… II. ①李… ②褚… III. ①岩石-边坡稳  
定性-稳定分析-最优分析 IV. ①TU457

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 223962 号

本书是作者的专著, 主要讲述了岩土工程中边坡稳定分析中的优化方  
法, 内容包括: 绪论、条分法程序设计、混合复合形法、新型复合形法、  
基于混合搜索算法的非圆临界滑动面寻求等章节内容。全书基于著者多年  
的科学研究成果的总结著写而成, 具有很高的原创性、科学性, 适合广大的  
岩土工程专业的科研人员、相关专业的师生阅读使用。

责任编辑: 张伯熙

责任设计: 李志立

责任校对: 李欣慰 焦 乐

## 边坡稳定分析中的优化方法

李 亮 褚雪松 著

\*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京科地亚盟排版公司制版

北京云浩印刷有限责任公司印刷

\*

开本: 850×1168 毫米 1/32 印张: 5% 字数: 144 千字

2016 年 9 月第一版 2016 年 9 月第一次印刷

定价: 28.00 元

ISBN 978-7-112-19867-2  
(29275)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

## 作者简介

李亮，青岛理工大学副教授，2006年1月获大连理工大学水工结构工程博士学位，2006~2007年在香港理工大学土木与结构工程系从事研究助理工作，进行二、三维边坡稳定分析软件的开发工作。2007~2009年在中国水利水电科学研究院岩土工程研究所从事博士后研究工作，进行边坡二维极限分析程序的开发。2012~2013年在香港城市大学从事高级研究助理工作，主要进行岩土工程可靠度分析与风险控制研究工作。2014~2015年获国家留学基金委公派访问学者资格，赴新加坡国立大学开展岩土工程风险评价相关的研究工作。目前主要从事岩土工程可靠度分析及风险评价相关研究工作，主持完成国家自然科学基金两项、省部级项目两项，发表学术论文近百篇，获教育部科技进步一等奖一项、第六届安全生产科技成果奖二等奖一项，申请发明专利四项、软件著作权三项。

# 前　　言

目前边坡抗滑稳定评价方法主要包括极限平衡方法和数值分析方法两大类。随着研究的深入，数值分析方法（譬如有限单元方法和有限差分方法）结合强度折减策略进行边坡抗滑稳定安全系数的计算已经逐渐为岩土业界所认可与接受。作为有着上百年工程经验累积、验证的极限平衡方法，虽然存在着主观假设多、需要提前假定滑动面形状等缺点，但是该方法仍然被广大岩土工程技术人员所使用，究其原因在于：该法计算简单、无须知道土体材料的应力应变关系就能大致判断边坡的稳定程度，并结合工程技术人员的主观经验进行边坡的设计与支护。

鉴于此，很有必要总结基于极限平衡方法框架的边坡稳定性分析方法，尤其是，假定滑动面为非圆弧形状后，如何在计算分析过程中具体描述非圆弧滑动面，仍是工程技术人员所关心的实施步骤之一；其次，对于给定的滑动面进行安全系数计算之后，需要进行滑动面的变换以便确定具有最小安全系数的滑动面，利用这个临界滑动面以及最小安全系数来进行边坡稳定程度评估与设计。因此，对目前常用的复合形法，尤其是各种智能优化算法，譬如遗传算法、禁忌算法、鱼群算法、粒子群算法、模拟退火算法以及声搜索算法等进行搜索效率比较分析，以最终得出推荐使用的搜索算法，此项研究工作仍具有十分重要的工程应用价值与理论指导意义。

本书中对常见的智能优化算法进行了深刻剖析，并对每种算法的搜索策略进行了相互融合以提高新型搜索算法的效率，形成了多种混合搜索算法，这些混合搜索算法在书中的命名是以作者的主观判断为主，读者大可不必局限于此，可以在深刻此为试读，需要完整PDF请访问：[www.ertongbook.com](http://www.ertongbook.com)

领会的基础上提出自己的混合算法并对其命名。

本书的部分内容包括第一著者在大连理工大学攻读博士学位期间的研究成果，在此对迟世春教授、林皋院士以及母校大连理工大学表示衷心的感谢。此外在本书的撰写过程中，还得到了香港理工大学郑榕明博士的帮助与支持，对此一并表示感谢！最后，还要感谢国家自然科学基金项目（编号：51274126）的经费支持。

作者虽长期从事边坡稳定分析与工程实践，但限于知识面的局限性，书中难免存在缺点和错误之处，敬请读者批评赐教指正。

# 目 录

<b>1 绪论</b>	1
1.1 背景	1
1.2 边坡稳定分析方法	3
1.3 临界滑动面搜索方法	9
1.4 本书主要工作	19
<b>2 条分法程序设计</b>	21
2.1 几何图形的识别与分析	21
2.2 滑动面的构建	24
2.3 初始复形构建	34
<b>3 混合复合形法</b>	36
3.1 最危险圆弧滑动面搜索的优化模型	36
3.2 基本复合形法	37
3.3 蚁群复合形法	42
3.4 粒子群复合形法	53
3.5 引入退火机制的复合形法	62
3.6 极限平衡方法对算法分析能力的影响	72
3.7 小结	76
<b>4 新型复合形法</b>	77
4.1 基本复合形法缺陷及改进措施	77
4.2 多样复合形法	78
4.3 冗余顶点替换的复合形法	80
4.4 基于最大伪梯度搜索的多样复合形法	83
4.5 基于最大熵原理的复合形法	85
4.6 禁忌模拟退火复合形法	86
4.7 鱼群算法	91

4.8 算法比较分析 .....	99
4.9 小结 .....	107
<b>5 基于混合搜索算法的非圆临界滑动面寻求 .....</b>	<b>108</b>
5.1 任意滑动面搜索的优化模型 .....	108
5.2 基本和声搜索算法 .....	111
5.3 引入和声策略的遗传算法 .....	113
5.4 改进和声搜索算法 .....	121
5.5 任意滑动面模拟策略的比较研究 .....	127
5.6 改进粒子群优化算法 .....	132
5.7 几种改进算法的实例分析 .....	136
5.8 两阶段优化策略 .....	145
5.9 小结 .....	150
<b>附录 A 土坡算例剖面 .....</b>	<b>151</b>
<b>附录 B 土坡算例搜索域 .....</b>	<b>157</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>158</b>

# 1 绪论

## 1.1 背景

中国是一个地质灾害发生十分频繁、灾害损失相当严重的国家。据不完全统计，中国每年由地质灾害所带来的经济损失平均在 200 亿~500 亿元之间，地质灾害已成为制约中国经济及社会可持续发展的一个重大问题。作为一种重要的地质灾害，滑坡给人类的生命财产带来重大威胁<sup>[1]</sup>。滑坡发生时，岩体或其他碎屑沿一个或多个破裂滑动面向下做整体滑动。滑坡可导致交通中断、河道堵塞、厂矿城镇被淹没、工程建设受阻。表 1-1 统计了 20 世纪在世界范围内发生的一些重大滑坡灾害的事件<sup>[2]</sup>。

世界重大滑坡灾害实例 表 1-1

国家或地区	时间	滑坡类型	灾害
爪哇	1919	泥石流	5100 人死亡，140 个村庄被毁
中国，宁夏海源	1920. 12. 16	黄土流	约 20 万人死亡
美国，加利福尼亚	1934. 12. 31	泥石流	40 人死亡，400 间房子被毁
日本，久礼	1945		1154 人死亡
日本，东京西南	1958		1100 人死亡
秘鲁，Ranrachirca	1962. 6. 10	冰和岩石崩塌	3500 多人死亡
意大利，瓦依昂	1963	岩石滑坡进入水库	约 2600 人死亡

续表

国家或地区	时间	滑坡类型	灾害
英国, Aberfan	1966. 10. 21	流动滑坡	144 人死亡
巴西, Rio de Janeiro	1966		1000 人死亡
巴西, Rio de Janeiro	1967		1700 人死亡
美国, 弗吉尼亚	1969	泥石流	150 人死亡
日本	1969~1972	各种灾害	519 人死亡, 13288 间房被毁
秘鲁, Yungay	1970. 5. 31	地震引起碎屑崩塌、碎屑流	25000 人死亡
Chungar	1971		259 人死亡
中国, 香港	1972. 6	各种灾害	138 人死亡
日本, Kamijima	1972		112 人死亡
意大利南部	1972~1973		约 100 个村庄被毁, 影响 20 万人
秘鲁, Mayuamarca	1974	泥石流	镇被毁, 451 人死亡
秘鲁, Mantaro 峡谷	1974		450 人死亡
Semeru 山	1981		500 人死亡
秘鲁, Yacitan	1983		233 人死亡
尼泊尔西部	1983		186 人死亡
中国, 东乡县洒勒	1983	黄土滑坡	4 个村庄被毁, 227 人死亡
哥伦比亚, Armero	1985. 11	泥流	约 22000 人死亡
中国, 汶川	2008. 5	地震引发滑坡形成堰塞湖	约 25000~30000 人
中国, 深圳	2015. 12	余泥渣土受纳场滑坡	上百人失联、遇难

从表 1-1 中可以发现, 一些较大规模的滑坡, 如 1963 年 10 月 9 日 2 时 38 分 (格林尼治时间) 从意大利瓦依昂大坝上游峡谷区左岸山体突然滑下体积为 2.4 亿  $m^3$  的超巨型滑坡体, 导致约 2500 万  $m^3$  的库水翻坝而过, 粉碎了下游 3km 处的隆加罗市

(Longarone) 及其数个村镇，造成 2000 余人遇难。中国宁夏海源及秘鲁 Yungay 个别特大滑坡灾害的伤亡人数均以万计。我国目前正处于经济建设高速发展的时期，滑坡会给我国水利、铁路、公路、矿山建设带来巨大损失：1989 年 1 月 10 日在中国云南漫湾水电站大坝坝肩开挖过程中发生的滑坡，不仅耗资近亿元进行了治理，而且使这个 150 万 kW 的水电站推迟发电近一年，给云南省经济建设的整体安排带来了困难。抚顺西露天矿自 1914 年投产以来，为保持边坡稳定，共剥离岩石 1 亿 m<sup>3</sup>。1981 年雨季，宝成铁路共发生滑坡 289 处，中断行车 2 个多月，抢建费用达 2.56 亿元。2008 年给我国人民带来巨大生命与财产安全损失的四川汶川地震，引发了上万处山体滑坡与崩塌，形成多处堰塞湖。其中位于青川东河口红光乡的刘家湾滑坡<sup>[155]</sup>是汶川地震触发的特大型岩质山体滑坡。2015 年 12 月 20 日，发生在深圳光明新区的余泥渣土受纳场滑坡，导致一百多人失联遇难。由此可见，滑坡灾害已经给我国和世界各地人民造成了许多损失，正确地评估边坡的稳定程度对滑坡灾害治理具有至关重要的作用。

## 1.2 边坡稳定分析方法

正确评价边坡的稳定性、防患于未然，对于确保生产建设与人民财产安全有重要意义。人类从来都不畏惧与滑坡灾害做斗争，在认识滑坡机理、完善边坡稳定分析理论和方法、开发滑坡治理技术以及进行滑坡预报等方面展开了卓有成效的工作。目前工程实践中也常常会遇到如何确定边坡坡度、坡角、边坡的合理断面以及边坡支护等问题，这就要求我们必须对边坡的稳定性进行分析。在实践中发现，引起边坡滑动的最主要因素是土体中剪应力的增加或土体的抗剪强度的降低，从而导致土体的强度破坏。因此，对于土建施工时形成的边坡，如果边坡过陡，很容易发生塌方或滑坡；如果边坡过缓，就会增加土方

量，或超出建筑界限而影响邻近建筑物的使用和安全。为了评价边坡稳定性，各国学者曾提出了许多方法，如极限平衡法、滑移线法、变分法、数值计算方法（有限元法、有限差分法等）、最小势能原理方法以及某几种方法的综合运用。

### 1.2.1 极限平衡法

#### 1. 二维极限平衡法

比较简单而实用的方法首推以二维极限平衡法为基础的条分法。此法首先假定若干可能的剪切滑动面，然后将滑动面以上土体分成若干土条（垂直、水平或倾斜方向），对作用于土条上的力进行力与力矩的平衡分析，求出在极限平衡状态下土体稳定的安全系数，并通过一定数量的试算，找出最危险滑动面位置及相应的安全系数。换言之，基于塑性极限平衡理论的条分法，主要包括两个基本问题，即：

(1) 对于某一给定的潜在滑动面（如平面、折线形楔体、圆弧滑动面、对数螺旋柱面），基于力学分析和物理上的合理性要求，建立稳定安全系数的算式，对于条间相互作用采用不同的模式或假定及约束条件，建立了简化极限平衡法和严密极限平衡法等各种具体方法，各种方法的计算精度取决于所采用假定的合理性。

(2) 对于所有可能的滑动面，确定临界滑动面及其相应的安全系数。

极限平衡方法仅考虑了土的强度特性，而不能考虑土的实际应力—应变关系，从而无法得到边坡内的应力与变形的空间分布及其在加载历史中的发展过程。尽管如此，由于这种方法使用简单、概念清晰，在实际中仍得到了不断发展和广泛采用，传统条分法已有十几种之多，它们之间的区别在于条块间作用力假设与所需满足的平衡条件，具体比较见表 1-2。森茂田<sup>[15]</sup>基于极限平衡原理将滑动楔体模型加以改进，建立了能合理考虑土体破坏机制的更一般的滑楔分析技术，刘杰<sup>[16]</sup>改进了瑞典圆

弧法进行简单土坡稳定分析，张鲁渝<sup>[17,18]</sup>对简化 Bishop 法进行了扩展使其能计算非圆弧滑动面的安全系数，朱禄娟<sup>[19]</sup>、林丽<sup>[20]</sup>、杨明成<sup>[21,22]</sup>、郑颖人<sup>[23]</sup>等对二维边坡稳定分析的条分法公式进行了统一处理，使得条分法的计算更加方便。目前研究趋势来看，二维极限平衡方法在理论上进展不大，已趋于成熟，经常用于工程实践中的就是简化 Bishop 法、Morgenstern-Price 法以及不平衡推力法。许多商业软件，譬如加拿大 Rocscience 旗下的 Slide 以及 Geostudio 中 Geo-Slope 中都内置了许多常用的极限平衡方法供分析之用。

各种二维极限平衡法的比较

表 1-2

极限平衡条分法	多余变量的假定	严格/非严格	作者及时间
瑞典条分法 <sup>[3]</sup>	假定条块间无任何作用力	非严格	Felinus (1936)
简化 Bishop 法 <sup>[4]</sup>	假定条块间只有水平力	非严格	Bishop (1955)
简化 Janbu 法 <sup>[5]</sup>	假定条块间只有水平力	非严格	Janbu (1954)
传递系数法 <sup>[6]</sup>	假定了条间力方向	非严格	潘家铮 (1980)
分块极限平衡法 <sup>[6]</sup>	条块间满足极限平衡	非严格	潘家铮 (1980)
不平衡推力法 <sup>[7]</sup>	假定了条间力方向	非严格	建筑地基基础设计规范 (1989)
Sarma 法 <sup>[8,9]</sup>	条块间满足极限平衡	非严格	Sarma (1973, 1979)
严格 Janbu 法 <sup>[10]</sup>	假定条间力作用位置	严格	Janbu (1973)
Spencer 法 <sup>[11]</sup>	假定条块间水平与垂直作用力之比为常数	严格	Spencer (1967)
Morgenstern-Price 法 <sup>[12,13]</sup>		严格	Morgenstern-Price (1965)
Leshchinsky & Huang 法 <sup>[14]</sup>	假定条底法向力的分布、大小	严格	Leshchinsky & Huang (1992)

## 2. 三维极限平衡法

目前边坡稳定分析，二维极限平衡法是常用的手段，但越来越多的工程实际问题提出了建立三维边坡稳定分析的要求。

因为实际工程中，边坡的破坏体往往为多种土体的空间组合，破坏面呈现复杂几何形状，破坏体本身所承受的外力也不对称，严格地说，考虑到边坡的这些空间复杂性，边坡稳定应该进行三维分析，以便更可靠的评价边坡稳定性。Hovland<sup>[24]</sup>假定所有条块间的作用力为零，将普通条分法推广到三维，可以计算破坏面为任意几何形状的边坡；Chen 和 Chameau<sup>[25]</sup>假定垂直滑动方向的条块侧面的条块间作用力的倾角为统一常数，并假定平行于滑动方向的条块侧面的条块间作用力的倾角等于该侧面底边的倾角，由垂直滑动方向的条块侧面的条块间作用力的两个方向的力平衡和绕任意点的总的力矩平衡三个方程得到安全系数，适用于对称破坏面的边坡，但是该方法对某些情况会出现二维比三维的安全系数值大，说明有些假定是不合理的。Hung<sup>[26]</sup>推广了 Bishop 简化法，由绕圆心转动的力矩平衡得到安全系数，适用于对称圆弧破坏面；Lam 和 Fredlund<sup>[27]</sup>假定条块间的滑动和垂直滑动两个方向的作用力的倾角为常数，由沿滑动方向的力平衡和绕旋转轴的力矩平衡两个方程式得到安全系数，适用于对称旋转破坏的计算公式。陈祖煜<sup>[28]</sup>等将二维 Spencer 法扩展到三维，张均锋<sup>[29,30]</sup>等对二维 Janbu 法进行了有益的扩展，可进一步给出坡体各部分的安全系数以及各部分的潜在滑动方向。陈胜宏<sup>[31]</sup>等基于二维不平衡推力法的相关假定，提出了适用于任意形状滑动面的边坡在复杂荷载作用下的三维安全系数计算方法，即三维剩余推力法。冯树仁<sup>[32]</sup>等忽略条块间的垂直方向剪力，利用垂直方向和滑动方向的力平衡条件求得安全系数，提出了一种类似三维 Janbu 法的计算方法；李同录<sup>[33]</sup>等假设所有条块界面均处于极限平衡状态，而且与滑动底面具有相同的安全系数，推导得出了考虑条间作用力和底滑面剪切力方向影响的三维安全系数计算方法。郑宏<sup>[34]</sup>通过取整个滑体为受力体并基于滑面应力修正，提出了满足所有 6 个平衡条件的严格三维极限平衡法。其研究指出：所推导出的平衡方程组具有良好的数值特性，而且其 Newton 法不依赖于初值的选

择，并从理论上证明了解的存在性。在内摩擦角为 0 的特殊工况下，还证明了解的唯一性，给出安全系数的显式表达式。数值求解时，通过化域积分为边界积分而无须再对滑体进行条分。新方法能够适应任意形状的滑面。朱大勇等<sup>[157]</sup>通过假定滑动面正应力分布，推导了适用于对称或近似对称边坡的三维稳定性方法。此外，朱大勇等<sup>[158]</sup>还基于滑面正应力修正模式，推导了旋转非对称边坡三维极限平衡安全系数显式解答。首先假设三维滑面正应力的初始分布，然后乘以含两个待定参数的修正函数；根据滑体竖直方向力平衡、垂直滑动方向水平力平衡及对旋转轴力矩平衡的条件，导出关于安全系数的二次代数方程；得到三维安全系数的显式解。谢谟文等<sup>[159]</sup>基于 GIS 栅格数据和四个边坡稳定三维极限平衡方法，开发了一个 GIS 扩展模块用于边坡三维安全系数。李亮<sup>[160]</sup>等采用非均匀有理 B 样条（Non-Uniform Rational B-Spline）模拟技术来模拟三维任意滑动面，采用三维简化 Janbu 极限平衡方法计算给定三维滑动面的安全系数，并应用混合粒子群算法搜索了临界滑动面。李亮<sup>[161,167]</sup>分别采用圆球、椭球以及非均匀有理 B 样条模拟边坡的三维滑动体，利用三维简化 Janbu 法计算给定滑动体的安全系数，采用混合粒子群算法搜索临界的滑动体及其对应的安全系数。对某两个典型土坡按不同模拟滑动体策略对计算结果的影响进行比较，并分析 NURBS 中不同跳动点个数的耗时及其对计算结果的影响。以上众学者分别基于不同的静力平衡假定，得到了各自不同的三维极限平衡方法并且以已有考题或者实际工程应用为据证明了各自方法的合理有效性，为三维极限平衡方法的进一步发展奠定了坚实的基础。

## 1.2.2 数值计算方法

20 世纪 50 年代中期至 60 年代末，各种数值分析方法（有限单元法 FEM、边界单元法 BEM、离散单元法 DEM、有限差分法 FDM 等）飞速发展，由于当时理论尚处于初级阶段，计算

机的硬件以及软件也无法满足需求，数值分析方法还无法在工程上普及。近年来随着计算机技术的发展，有限元法、边界元法以及有限差分等方法已作为一种强有力的数值计算方法在岩土工程中得到广泛应用。用有限元法以及有限差分法分析边坡稳定问题克服了极限平衡法中将土条假设为刚体的缺点，全面满足了静力许可、应变相容和应力应变之间的本构关系，能考虑土体的非均匀性和各向异性等复杂特性，能够模拟边坡的施工过程，可适用于任意复杂的边界条件。

## 1. 基于有限元应力场的边坡稳定分析

利用有限元技术进行边坡稳定分析已经取得了大量的研究成果<sup>[34~37]</sup>，一般的做法是：首先在边坡中定义一个潜在的滑动面，然后把边坡当作变形体，按照土的变形特性，应用有限元法计算出边坡内的应力分布，然后通过搜索潜在滑动面，验算滑动坡体的整体抗滑稳定性，按沿整个滑动面的抗剪强度与实际产生的剪应力之比得到滑动面安全系数，应用各种优化算法和按照安全系数最小的原则确定最危险滑动面和边坡安全系数。基于有限元法计算边坡稳定性使用了与极限平衡法相同的计算步骤，能够获得与极限平衡法接近的最小安全系数和临界滑动面。显然这种方法仍保留了极限平衡理论中的某些不足。

## 2. 强度折减方法

Duncan<sup>[38]</sup>指出边坡的安全系数可以定义为：使边坡刚好达到临界破坏状态时，对土体的剪切强度进行折减的程度，即定义安全系数是土的实际剪切强度与临界破坏时折减后剪切强度的比值。Zienkiewicz<sup>[39]</sup>曾利用这种强度折减技术进行边坡稳定分析，该技术特别适合用有限元（FEM）以及有限差分（FDM）等数值计算方法来实现，大体思路是：先利用有限元法或者有限差分法，考虑土体的非线性应力应变关系，求得边坡内部每一计算点的应力应变以及变形，通过逐渐降低土体材料的抗剪强度参数，直至边坡达到临界破坏状态，从而得到边坡的安全系数。在强度折减理论被提出来之后，有限元法在边坡

稳定分析中的应用得到了迅速发展, Ugai<sup>[40,41]</sup>、Matsui<sup>[42]</sup>、Griffiths<sup>[43]</sup>、连镇营<sup>[44]</sup>、赵尚毅<sup>[45,46]</sup>、张鲁渝<sup>[47]</sup>、迟世春<sup>[48]</sup>、郑颖人<sup>[49]</sup>、邓建辉<sup>[50,51]</sup>都对强度折减法进行了研究。利用强度折减技术进行边坡稳定分析与实际的边坡失稳过程较为吻合,大部分边坡失稳都是由于土体材料的抗剪强度降低所致。这样不仅可以了解土工结构物随抗剪强度恶化而呈现出的渐近失稳过程,还可以得到极限状态下边坡的失效形式。随着计算机技术的发展和数值计算技术的提高,强度折减分析方法正成为边坡稳定分析研究的新趋势。但是目前该法在如何描述土体临界状态上尚不统一,如何确定濒临临界状态时土体的本构模型还存在较大困难。

### 1.3 临界滑动面搜索方法

由前述论证可知,无论是极限平衡法还是基于有限元应力场的边坡稳定分析方法都需要从众多可行的滑动面中找出最危险的滑动面(亦称临界滑动面),所以一般的边坡稳定分析工具要求分析者计算前输入滑动面的位置,这对分析者的理论水平和工程经验提出了较高的要求。对于比较复杂的边坡,即使是经验丰富的分析者也难以预先准确指定临界滑动面的位置。因此,从20世纪70年代后期开始,很多学者致力于临界滑动面搜索技术的研究,提出了临界滑动面的搜索方法。他们提出了各种不同的搜索方法,用来确定圆弧或非圆弧的临界滑动面,Fellenius靠作滑弧圆心的安全系数等值线来求得临界滑动面,对于圆弧滑动面,“穷举法”是最古老的一种方法,但是其计算量庞大,对于复杂的土坡很难找到最小安全系数对应的滑动面。王成华<sup>[52]</sup>、孙涛<sup>[53]</sup>对边坡稳定分析中的临界滑动面搜索方法作过系统介绍,王成华<sup>[52]</sup>将这些方法大致分为5类,本文划分为6类:变分法、模式搜索法、数学规划法、动态规划法、随机搜索法、人工智能方法,也可分为两大类:确定性搜索算法和随