普通高等教育农业部“十二五”规划教材
普通高等教育“十二五”应用型本科系列教材

线性代数教程

罗桂生 胡桂华◎主编

中国农业出版社

普通高等教育农业部“十二五”规划教材
普通高等教育“十二五”应用型本科系列教材

线性代数教程

罗桂生 胡桂华 主编

中国农业出版社

图书在版编目（CIP）数据

线性代数教程 / 罗桂生，胡桂华主编．—北京：中国农业出版社，2014.8（2015.8 重印）
普通高等教育农业部“十二五”规划教材　普通高等教育“十二五”应用型本科系列教材
ISBN 978－7－109－19247－8

Ⅰ.①线…　Ⅱ.①罗…②胡…　Ⅲ.①线性代数-高等学校-教材　Ⅳ.①O151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 171312 号

中国农业出版社出版
（北京市朝阳区麦子店街 18 号楼）
（邮政编码 100125）
策划编辑　朱　雷　魏明龙
文字编辑　魏明龙

北京中兴印刷有限公司印刷　新华书店北京发行所发行
2014 年 8 月第 1 版　2015 年 8 月北京第 2 次印刷

开本：720mm×960mm　1/16　印张：19.75
字数：350 千字
定价：35.00 元

内容简介

全书共分十章，内容包括：矩阵及其运算、n 阶行列式、n 维向量、线性方程组、向量空间、矩阵的特征值与特征向量、二次型、线性方程组的数值解法、线性空间与线性变换、层次分析法（介绍线性代数在数学建模上的应用）. 每章均附有习题，书末附有综合练习题，习题及综合练习题的计算题部分均给出答案或提示，供读者查核参考．此外，本书还有两个附录：附录一、线性代数的 Matlab 常用指令与实例；附录二、研究生入学考试线性代数试题及答案（2010—2014）. 在本书的最后附有线性代数术语索引（汉英对照），方便读者查阅.

本书注重线性代数有关理论、方法的应用，这些应用涉及几何、工程计算、经济规划、生物与环境保护数学模型以及决策问题等多个方面．

本书可作为高等院校非数学类专业本科生《线性代数》课程的教材或教学参考书，并适合考研学生复习使用，也可供自学者和科技工作者阅读参考．

编写人员名单

主　编　罗桂生　胡桂华

副主编　尤添革　杨曼丽

参　编　谢明芳　刘　静　魏艳辉

　　　　帅昌浩　黄加增

前　言

QIANYAN

目前，线性代数的同类教材很多，但主要的可分为两类：一类是按照传统方式编写的，很少涉及应用；另一类是近些年出版的，比较注重实际应用．本书的编写倾向于后者．

按照现行的工科和农林类的线性代数课程的大纲规定，一般的教学学时为32～48，多数为32学时．因此教师只能讲授一些基本概念、基本原理和基本方法，根本无暇顾及应用方面的教学，使得学生感到线性代数的内容抽象和不易理解，并且存在学习线性代数有什么用的困惑．本书的编写顾及这一现象，为了便于教师组织教学，各章前几节的内容只涉及线性代数的基本概念、基本原理和基本方法，而将一些实际应用的例子或模型单独作为一节放在相应各章的最后．由于学时的限制，考虑到教师不可能花费太多时间去讲授这些应用实例或应用模型，编写的内容都不太深奥，主要供学生自学或泛读，开拓视野，体验线性代数的实际应用魅力．同时还可以改变灌输式的教学模式，变被动学习为主动学习．

本书的内容遵循学生认知从易到难的规律进行编排，将一些难点适当分散后移．先从矩阵的概念讲起，再讲述行列式、n维向量、线性方程组、向量空间、矩阵的特征值、二次型、线性方程组的数值解法、线性空间与线性变换等．为了尝试介绍线性代数在数学建模方面的应用，使得学生在线性代数课程内得到数学建模方面的初步训练，本书增设了一章“层次分析法”供选学．层次分析法的内容与线性代数的理论以及数学建模的方法结合比较紧密，相信这样

的安排可以激发学生学习线性代数的兴趣，也更有利于调动他们学习线性代数的积极性和自主性．

本书的叙述力求深入浅出、前后呼应、推理详尽，说理明白．为此，一些概念的引入尽量从浅显的例子开始或从几何背景出发，通过提出问题，讲清来源，进而引出理论问题．对于一些较复杂的求解方法则给出了明确的解题步骤．

全书除安排一定数量的例题外，各章配有必要的习题，可以作为课外练习．最后还安排有综合练习题，以便复习时练习．各章习题及综合练习题的计算题部分均给出答案或提示，以供教师选用，也便于读者自学时参考查核．建议读者书中的习题(包括综合练习题)应尽量多做，以便能够把线性代数的知识融会贯通．我国著名数学家华罗庚在介绍 И. М. 维诺格拉陀夫的《数论基础》时就曾说："如果读这本书而不看不做书后的习题，就好像入宝山而空返，把这书的最重要的部分忽略了！"同样，要学好线性代数也必须练习大量的习题．

此外，书末还有两个附录：附录一、线性代数的 Matlab 常用指令与实例；附录二、研究生入学考试线性代数试题及答案(2010—2014)．前者是为了配合数学实验和数学建模的教学，而后者则是为了帮助读者了解考研方面的知识．

使用本书作教材时，按照现行的工科和农林类的《线性代数》课程教学大纲，只需讲授前七章的内容．除带"*"号部分外，前七章讲授约需 34 学时，大体可按 6、6、7、4、3、4、4 学时的顺序进行分配．若要讲完全书的内容，约需 64 学时．

本书由福建农林大学金山学院和浙江农林大学天目学院联合编写，由福建农林大学罗桂生副教授和浙江农林大学胡桂华副教授担

任主编．

各章的编写分工如下：

第一、十章及附录一——罗桂生；第二章及综合练习题——尤添革；第三章——刘静；第四章——魏艳辉；第五章——杨曼丽(其中应用实例的解答由罗桂生给出)；第六章——胡桂华；第七章——帅昌浩；第八章及附录二——黄加增；第九章——谢明芳．各章习题答案由分工的编者各自给出．杨曼丽审阅了第三至七章的初稿，尤添革审阅了其余各章及附录的初稿，全书由罗桂生、胡桂华统筹定稿．

编者感谢福建农林大学金山学院和浙江农林大学天目学院的大力支持，感谢数学教研室全体同仁的热情帮助，使本书得以顺利出版．

限于编者的水平与学识，编写中难免有不妥之处，热情欢迎专家和读者批评指正．

编者

2014 年 5 月

目　录

MULU

第一章 矩 阵

矩阵是从线性函数组中抽象出来的一个数学概念，是线性代数的重要工具，它在数学、工程技术、经济学等方面有着广泛的应用．本章介绍矩阵及其相关的基本概念，以及矩阵的运算、矩阵的分块、可逆矩阵与矩阵的初等变换等内容．

第一节 矩阵的概念

线性代数首先研究的对象是**线性函数**和它们的集合的理论．而矩阵则是从线性函数组中抽象出来的一个数学概念，它主要与线性函数集合的结构有关．

含 n 个自变量 m 个函数的线性函数组为

$$\begin{cases} y_1=a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n+b_1, \\ y_2=a_{21}x_2+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n+b_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_m=a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n+b_m, \end{cases}$$

其中**自由项**或**常数项** b_1，b_2，$\cdots$，b_m 都为 0 的线性函数称为**线性齐次函数**，或称为从变量 x_1，x_2，$\cdots$，x_n 到变量 y_1，y_2，$\cdots$，y_m 的**线性变换**，简称为**线性型**．一组已知的线性型

$$\begin{cases} y_1=a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n, \\ y_2=a_{21}x_2+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_m=a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n \end{cases} \tag{1-1}$$

完全由自变量的系数所决定，而未知量的符号或字母没有实质意义．

很自然，与线性型对应，可以把线性型的系数的全体排成一个矩形阵列的表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \tag{1-2}$$

这里之所以给它加上方括号(或圆括号)，是因为数表本身是一个整体．

事实上，线性方程组中自变量的系数，以及实际问题中许多像财务会计报表、火车运行时刻表等表格化的数据都可以表示成这种矩形阵列的形式．

定义 1.1 形如式(1－2)，由 $m\times n$ 个数 a_{ij} ($i=1$，2，…，m；$j=1$，2，…，n)组成的 m 行 n 列的矩形数表称为 $m\times n$ 矩阵，记作 $\boldsymbol{A}_{m\times n}$ 或 $\boldsymbol{A}$，其中 a_{ij} 称为矩阵的第 i 行第 j 列的**元素**．

元素是实数的矩阵称为**实矩阵**，元素是复数的矩阵称为**复矩阵**．以后除特别说明外，均指实矩阵．矩阵 $\boldsymbol{A}$ 也简记作

$$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}\text{或}\boldsymbol{A}=(a_{ij}).$$

矩阵重要而特殊的情形有：只有一行的矩阵，即 $1\times n$ 矩阵

$$\boldsymbol{A}=(a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n),$$

称为**行矩阵**．为避免混淆，行矩阵的元素之间要用逗号隔开．只有一列的矩阵，即 $m\times 1$ 矩阵

$$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix},$$

称为**列矩阵**．约定只有一个数 a 组成的 1×1 矩阵 (a) 就看作是这个数，即有 $(a)=a$.

如果矩阵的所有元素都是零，则称此矩阵为**零矩阵**，记作 $\boldsymbol{O}_{m\times n}$ 或 $\boldsymbol{O}$.

行数等于列数的矩阵称为**方阵**，方阵的行数(或列数)称为它的**阶数**．例如，矩阵

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ -3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

为三阶矩阵或三阶方阵．

在 n 阶方阵中，从左上角到右下角的对角线称为**主对角线**，从右上角到左下角的对角线称为**次对角线**，如果一个方阵的主对角线下(上)方的元素全为零，则称此方阵为**上(下)三角矩阵**．上三角矩阵和下三角矩阵统称为**三角矩阵**．

例如，矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

分别是三阶上三角矩阵和三阶下三角矩阵．

除了主对角线元素外，其余元素全为零的方阵称为**对角矩阵**，简称**对角阵**. 显然，对角阵既是上三角矩阵，也是下三角矩阵．一般 n 阶对角阵简记作 $\mathrm{diag}(a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn})$. 例如，

$$\mathrm{diag}(3, -1, 2)=\begin{pmatrix} 3 & & \\ & -1 & \\ & & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

主对角线上的元素全都相同的对角阵称为**数量矩阵**．例如，下面三个对角阵

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} k & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k \end{pmatrix}$$

中，后面两个就是数量矩阵．

特别地，主对角线上的元素都是 1 的对角阵称为**单位矩阵**，简称**单位阵**，记作 $\boldsymbol{E}$，即

$$\boldsymbol{E}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}=\mathrm{diag}(1, 1, \cdots, 1),$$

有时为强调单位阵 $\boldsymbol{E}$ 的阶数是 n，则记作 $\boldsymbol{E}_n$.

如果 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 都是 $m\times n$ 矩阵，则称它们是**同型**的．

定义 1.2 如果 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})$ 与 $\boldsymbol{B}=(b_{ij})$ 都是 $m\times n$ 矩阵，且对应的元素都相等，即

$$a_{ij}=b_{ij}\,(i=1, 2, \cdots, m;\ j=1, 2, \cdots, n),$$

则称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}$ 相等，记作 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$.

显然，**两个矩阵相等的必要条件是：它们是同型的**．

矩阵可以说是一个“复合”的对象，在它里面有很多元素出现，而这些元素都是通常的数．它们在实际问题的计算中所反映出来的整体性质和规律，用矩阵记号来表示具有简明性和概括性．

第二节 矩阵的运算

给定了线性型或线性变换(1-1)，它的系数所构成的矩阵(称为**系数矩阵**)也就确定了．反之，如果给定一个矩阵作为线性型的系数矩阵，则线性型也就

确定了．换句话说，线性型和矩阵之间存在着一一对应的关系．矩阵的运算就源自于线性型组之间的运算．

矩阵的运算有矩阵的加法、矩阵的数乘、矩阵的乘法、矩阵的转置等．应用矩阵运算可以使复杂的关系式变得简单、明了，使冗长的推导变得简短、快捷．

一、矩阵的加法与数乘

定义 1.3 设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})$ 与 $\boldsymbol{B}=(b_{ij})$ 都是 $m\times n$ 矩阵，λ 是数，称矩阵

$$\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}=(a_{ij}+b_{ij})$$

为**矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的和**，记作 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$；称矩阵

$$\begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \cdots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \cdots & \lambda a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} & \cdots & \lambda a_{mn} \end{pmatrix}=(\lambda a_{ij})$$

为**数 λ 与矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的乘积**，简称为**矩阵的数乘**，记作 $\lambda\boldsymbol{A}$ 或 $\boldsymbol{A}\lambda$．

由上述定义可知，两个同型矩阵相加等于它们的对应元素相加；数乘矩阵等于数乘矩阵的每一个元素．

注意：只有 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 是同型矩阵时，$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$ 才有意义．

如果两个同型矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的和是零矩阵，即

$$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O},$$

则称 $\boldsymbol{B}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的**负矩阵**，记作 $-\boldsymbol{A}$．于是，若 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})$，则

$$-\boldsymbol{A}=(-a_{ij}).$$

由矩阵加法及负矩阵，可以定义矩阵的减法：

$$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}+(-\boldsymbol{B}),$$

即如果 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$，$\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{m\times n}$，则

$$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}=(a_{ij}-b_{ij})_{m\times n},$$

称 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的差．

矩阵的加法和数乘运算称为**线性运算**，由数的四则运算规律容易验证矩阵的线性运算满足下列运算规律（设 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$ 都是 $m\times n$ 矩阵，λ、μ 是数）：

① 加法交换律：$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}$；

② 加法结合律：$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})+\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}+(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})$；

③ 零矩阵满足：$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{O}=\boldsymbol{O}+\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}$；

④ 负矩阵满足：$\boldsymbol{A}+(-\boldsymbol{A})=(-\boldsymbol{A})+\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$；

⑤ 数 1 与矩阵满足：$1\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}$；

⑥ 数与矩阵的结合律：$\lambda(\mu\boldsymbol{A})=(\lambda\mu)\boldsymbol{A}$；

⑦ 数对矩阵的分配律：$\lambda(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})=\lambda\boldsymbol{A}+\lambda\boldsymbol{B}$；

⑧ 矩阵对数的分配律：$(\lambda+\mu)\boldsymbol{A}=\lambda\boldsymbol{A}+\mu\boldsymbol{A}$.

二、矩阵的乘法

矩阵的乘法与线性型之间的代换有关．考察线性型(1-1)及另一线性型

$$\begin{cases} x_1=b_{11}t_1+b_{12}t_2+\cdots+b_{1k}t_k, \\ x_2=b_{21}t_1+b_{22}t_2+\cdots+b_{2k}t_k, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_n=b_{n1}t_1+b_{n2}t_2+\cdots+b_{nk}t_k, \end{cases} \tag{1-3}$$

它们的系数矩阵分别为

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix},\ \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nk} \end{pmatrix}.$$

将 x_1，x_2，…，x_n 通过 t_1，t_2，…，t_k 的表达式代入式(1-1)，得到 y_1，y_2，…，y_m 通过 t_1，t_2，…，t_k 表示的线性型

$$\begin{cases} y_1=c_{11}t_1+c_{12}t_2+\cdots+c_{1k}t_k, \\ y_2=c_{21}t_1+c_{22}t_2+\cdots+c_{2k}t_k, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_m=c_{m1}t_1+c_{m2}t_2+\cdots+c_{mk}t_k, \end{cases} \tag{1-4}$$

这组线性型的系数矩阵为

$$\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1k} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mk} \end{pmatrix}.$$

利用矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 不难算出矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的元素 c_{ij}．事实上，考虑变量 y_i 与 t_j 的关系，一方面由式(1-4)有

$$y_i=\cdots+c_{ij}t_j+\cdots; \tag{1-5}$$

另一方面，由式(1-1)有

$$y_i=a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+\cdots+a_{in}x_n,$$

而
$$\begin{cases} x_1=\cdots+b_{1j}t_j+\cdots, \\ x_2=\cdots+b_{2j}t_j+\cdots, \\ \cdots\cdots\cdots \\ x_n=\cdots+b_{nj}t_j+\cdots, \end{cases}$$

因此又有
$$y_i=\cdots+(a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{in}b_{nj})t_j+\cdots. \tag{1-6}$$
比较式(1-5)和式(1-6)，即得
$$c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{in}b_{nj},$$
为此定义矩阵 $\boldsymbol{C}$ 为矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 的乘积．一般有：

定义 1.4 设 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})$ 是 $m\times s$ 矩阵，$\boldsymbol{B}=(b_{ij})$ 是 $s\times n$ 矩阵，规定**矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的乘积**是一个 $m\times n$ 矩阵 $\boldsymbol{C}=(c_{ij})$，其中
$$c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{is}b_{sj}=\sum_{k=1}^{s}a_{ik}b_{kj}\ (i=1,2,\cdots,m;\ j=1,2,\cdots,n),$$
矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的乘积记作 $\boldsymbol{AB}$，即
$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{AB}.$$

这里要注意两点：

(1) **可乘条件**：根据定义，两个矩阵能够相乘的充分必要条件是：第一个矩阵 $\boldsymbol{A}$(位于左边)的列数等于第二个矩阵 $\boldsymbol{B}$(位于右边)的行数．

(2) **乘法规则**：乘积矩阵 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{AB}$ 的第 i 行第 j 列的元素 c_{ij} 等于第一个矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的第 i 行与第二个矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的第 j 列对应元素的乘积之和．

例 1.1 设
$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 7 & -3 \end{pmatrix},$$
计算 $\boldsymbol{AB}$ 及 $\boldsymbol{BA}$.

解 因为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的列数与矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的行数不一致，所以矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 不可以相乘，即 $\boldsymbol{AB}$ 无意义．而矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的列数与矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行数都是 3，故矩阵 $\boldsymbol{B}$ 与 $\boldsymbol{A}$ 可以相乘，且乘积矩阵 $\boldsymbol{BA}$ 是一个 3×2 矩阵，有
$$\begin{aligned}\boldsymbol{BA}&=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 7 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\\ &=\begin{pmatrix} 3\times2+1\times0+0\times1 & 3\times(-1)+1\times2+0\times3 \\ 2\times2-1\times0+2\times1 & 2\times(-1)-1\times2+2\times3 \\ 0\times2+7\times0-3\times1 & 0\times(-1)+7\times2-3\times3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 6 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$