

大学物理

DAXUE WULI SHIYAN

主 编: 董 传 华

实验



上海大学出版社

大学物理实验

董传华 主 编

主要编写者(以姓氏笔划为序)

江伯陶 朱红妹 陈杭德

徐昌华 董传华 葛玉林



上海大学出版社

· 上海 ·

内 容 提 要

本书是上海大学教师在多年物理实验教学实践的基础上编写而成的,以培养学生的独立思考和独立工作能力,提高学生实验素质为目的。

本书强调了物理实验的基本思想和基本方法,加强了实验之间的联系。全书分绪论(物理实验基础知识)、物理基础实验、设计性实验和综合与近代物理实验四个部分,共包括 29 个实验。大多数实验都分“基础部分”和“补充部分”,基础部分包括对学生的基本要求,补充部分包括其他相关的实验和参考资料。补充部分的材料在深度和广度方面加深了学生对该实验的认识,其中有的实验也可作为设计性实验的内容。本书注重加强对学生实验过程、实验数据处理和不确定度计算的指导,试图将实验教材和实验指导书合二为一,便于学生在实验前预习和实验过程中参考。

本书可作为一般理工科大学物理实验课的教材,也可供其他有关学校及高职班使用和参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 董传华主编. —上海: 上海大学出版社, 2001. 10

ISBN 7-81058-362-X

I. 大... II. 董... III. 物理—实验—高等学校—
教学参考资料 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 070354 号

上海大学出版社出版发行

(上海市延长路 149 号 邮政编码 200072)

复旦大学印刷厂印刷 各地新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张 17.5 字数 427 千字

2001 年 10 月第 1 版 2001 年 10 月第 1 次印刷

印数: 1~7050

定价: 24.00 元

目 录

绪论	(1)
第一章 物理实验的基础知识	(4)
§ 1-1 测量与误差	(4)
§ 1-2 误差分类	(6)
§ 1-3 测量不确定度与实验结果的表示形式	(8)
§ 1-4 直接测量结果的表示	(9)
§ 1-5 间接测量结果的表示	(11)
§ 1-6 有效数字及其运算	(12)
§ 1-7 数据处理的基本方法	(15)
§ 1-8 物理实验的基本实验方法	(21)
§ 1-9 物理实验的基本仪器	(25)
附录一 测量误差、不确定度与有效数字小结	(44)
附录二 数据处理举例	(46)
附录三 习题	(50)
附录四 物理实验复习提纲(基础知识部分)	(53)
附录五 实验室规则	(55)
第二章 物理基础实验	(56)
实验一 速度、加速度和重力加速度的测定——气垫导轨法	(56)
实验二 金属材料的杨氏弹性模量测定——静态拉伸法	(67)
实验三 金属比热容的测定——冷却法	(76)
实验四 液体表面张力系数的测定——拉脱法	(82)
实验五 电阻的测定——电桥法	(86)
实验六 电位差计的使用——校正电压表	(98)
实验七 示波器的使用	(108)
实验八 静电场的测绘——模拟法	(116)
实验九 磁场测定——霍尔法	(125)
实验十 薄透镜焦距的测定	(139)
实验十一 分光计的调整和使用——自准直法测量三棱镜顶角	(155)
实验十二 光的干涉——牛顿环	(165)
实验十三 衍射光栅	(171)
第三章 设计性实验训练	(176)
设计性实验简介	(176)
实验十四 误差分配和实验仪器的选择(设计实验一)	(183)

实验十五	变阻器在电路中的使用与研究(设计实验二).....	(185)
实验十六	电位差计测定电阻(设计实验三).....	(190)
实验十七	简谐振动研究——弹簧倔强系数测定(设计实验四).....	(192)
第四章	综合与近代物理实验.....	(194)
实验十八	超声波在空气中传播速度的测定.....	(194)
实验十九	灵敏电流计特性研究.....	(200)
实验二十	RLC 串联电路的暂态过程	(208)
实验二十一	热电偶温度计的定标.....	(214)
实验二十二	平行光管的调整及使用.....	(219)
实验二十三	单缝衍射.....	(228)
实验二十四	单色仪定标.....	(235)
实验二十五	迈克耳逊干涉仪的使用.....	(241)
实验二十六	密立根油滴实验.....	(256)
实验二十七	夫兰克—赫兹实验.....	(261)
实验二十八	光拍的传播和光速的测定.....	(265)
实验二十九	光电效应和普朗克常数测定.....	(269)

绪 论

科学实验的地位与作用

人类改造自然的实践活动不外乎两种：一是生产实践，一是科学实验。所谓科学实验，是人们按照一定的研究目的，借助特定的仪器设备，人为地控制或模拟自然规律性的研究方法。这种对自然的有目的、有控制、有组织的探索活动是现代科学技术发展的源泉。原子能、半导体和激光等最新科技成果仅仅依靠总结已有的生产技术经验是产生不了的，只有在科学实验室内才会被发掘产生。现代化的企业为了不断地改进生产过程和创新产品，也十分重视实验研究工作，都附有相当规模的研究实验室。因而科学实验是科学理论的源泉，是自然科学的根本，是工程技术的基础，同时科学理论对实验起着指导作用。我们要处理好实验和理论的关系，重视科学实验，重视进行科学实验训练的实验课的教学。

物理实验的地位与作用

物理学是一门实验学科。无论是物理规律的发现，还是物理理论的验证，都要取决于实验。例如，杨氏的干涉实验使光的波动学说得以确立，赫兹的电磁波实验使麦克斯韦的电磁场理论获得普遍承认，卢瑟福的 α 粒子散射实验揭开了原子的秘密，近代的高能粒子对撞实验使人们深入到物质的最深层——原子核和基本粒子内部来探索其规律性。在物理学发展中，人类积累了丰富的实验方法，创造出各种精密巧妙的仪器设备，涉及到广泛的物理现象，因而使物理实验课有了充实的教学内容。物理实验是对高等理工科学校学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课程，是学生在高等学校受到系统实验技能训练的开端。它在培养学生运用实验手段去分析、观察、发现乃至研究、解决问题的能力方面，在提高学生科学实验素质方面，都起着重要的作用。同时，它也将为学生今后的学习和工作奠定良好的实验基础。

物理实验课的目的与任务

物理实验作为一门独立的基础课程，有以下三个方面的目的和任务：

1. 掌握基本知识、基本方法和基本技能

通过对实验现象的观察分析和对物理量的测量，使学生进一步掌握物理实验的基本知识、基本方法和基本技能，并能运用物理学原理和物理实验方法，研究物理现象和规律，加深对物理原理的理解。

2. 培养与提高科学实验能力

它其中包括：

自学能力——能够自行阅读实验教材或参考材料，正确理解实验内容，做好实验前的准备。

动手实践能力——能够借助教材和仪器说明书，正确调整和使用常用仪器。

思维判断能力——能够运用物理学理论，对实验现象进行初步的分析和判断。

书写表达能力——能够正确记录和处理实验数据,绘制图线,说明实验结果,撰写合格的实验报告。

简单的设计能力——能够根据课题要求,确定实验方法、测量方法和测量条件,合理选择仪器,拟定具体的实验程序。

3. 培养和提高从事科学实验的素质

要求学生具有理论联系实践和实事求是的科学作风;严肃认真的工作态度;不怕艰难,主动进取的探索精神;遵守操作规程,爱护公共财物的优良品德;以及在实验过程中相互协作,共同探索的协同心理。

物理实验课是一门实践性课程,学生是在自己独立工作的过程中增长知识、提高能力。因而上述教学目的能否达到,在很大程度上取决于学生自己的努力和能力。

怎样学好物理实验课

物理实验是学生在教师指导下独立进行实验的一种实践活动,实验课的教学安排不可能像书本教学那样使所有的学生按照同样的内容以同一进度进行。因此,学习物理实验课就要求学生花比较大的功夫和有较强的独立工作能力。学好物理实验课的关键,在于把握住下列三个基本环节:

1. 实验前的预习

实验教材是进行实验的指导书,它对每个实验的目的、实验原理都作了明确的阐述。因此,在上实验课前都要认真阅读,必要时还应阅读有关参考资料。对于所涉及的测量仪器,在预习时可阅读教材中有关仪器的介绍,了解其构造原理、工作条件和操作规程等,最后在实验预习课的基础上写好预习报告。预习报告要求及内容主要包括以下几个方面:(1) 实验名称;(2) 绘出电路图、光路图或设备示意图;(3) 在实验记录本上画出原始数据记录表格;(4) 回答预习思考题。预习报告应写在专用的预习报告纸上。

2. 实验的操作

实验时应遵守实验室规章制度;仔细阅读有关仪器使用的注意事项或仪器说明书;在教师指导下正确使用仪器,注意爱护,稳拿妥放,防止损坏。对于电磁学实验,必须由指导教师检查电路的连接正确无误后,方可接通电源进行实验。

做好实验记录是科学实验的一项基本功。在观察、测量时,要做到正确读数,实事求是地记录客观现象和数据。实验数据应记录在预习报告的原始数据记录表内。

实验结束,要把测得的数据交给指导教师检查通过,对不合理的或者错误的实验结果,经分析后还要补做或重做。离开实验室前要整理好使用过的仪器,做好清洁工作。

3. 实验后报告的书写

写实验报告的目的是为了培养和训练学生以书面形式总结工作或报告科学成果的能力。报告是实验成果的文字报道,所以应该做到字迹清楚,文理通顺,图表正确,数据完备和结论明确。实验报告应写在专用的实验报告纸上,其内容应包括:实验名称,目的与要求,原理简述,实验方法,数据记录,实验数据处理与结果分析,以及讨论等6个部分。

下面分别对“报告”中各部分的写法提出要求:

关于“实验名称”和“目的与要求”,一般应与教材中提法一致。

关于“原理简述”,应该是对原理理解的基础上用自己的语言简要叙述,要求做到简明扼要,图(原理图、光路图、电路图)文并茂,并列测量和计算所依据的公式,注明公式中各量的

物理意义和单位及公式的适用条件。

关于“实验方法”，只要写出关键性的调整方法和测量技巧(不是具体操作步骤的叙述，而是个人体会和见解的阐述，可简可详)。

关于“数据记录”，一般要求以列表形式完整、清晰地反映原始测量数据和必要的中间运算数据。

关于“实验数据处理与结果分析”，要求写出数据处理的主要过程、图线、不确定度估算等。在计算处理完成后，必须以醒目的方式完整地表示出实验结果。

关于“讨论”(包括回答讨论题)，一般讨论内容不受限制，可以是对观察到的实验现象进行分析，对结论和误差原因进行分析，也可以对实验方案及其改进意见进行讨论评述。这是实验报告中最开放、最灵活的部分，重在说理，所以能反映实验者观察和分析能力的高低。

报告无疑应该按照自己的思路来写，特别受赞赏的是自身体会的经验之谈。

总之，物理实验课有着自己的特点和规律，要学好这门课不是一件容易的事情。希望学生在学习过程中不断提高对它的兴趣，打好基础，注意培养自己成为优秀的科学技术人才。

第一章 物理实验的基础知识

进行物理实验,总是使用一定的方法,由实验者选用一定的仪器,在一定的条件下对某些(或几个)物理量进行测量,最后用正确的形式把实验结果表达出来。由于实验方法的不完善,实验仪器都有一定的准确度,以及测量时所处条件的改变等等因素,测量的结果是无法获得被测物理量的真值(客观存在值)的。如何正确处理实验中得到的数据,如何正确表达测量结果,是实验工作者必须掌握的。

本章围绕上述问题,通过实例,把物理实验中一些最基本的问题作一介绍。主要内容有:误差的基本概念,实验不确定度的概念和估算方法,有效数字的概念和运算,数据处理的基本方法等方面的初步知识,作为实验前的必要准备等。这些知识不仅在以后每次实验中要经常用到,而且是科学实验所必须了解和掌握的。需要说明,由于这部分内容涉及面很广,若要深入地讨论它,显然已超出了本课程的范围。如测量误差理论,应属于数理统计学或计量学的范畴。因此,这部分知识只能着重介绍一些概念,引用一些结论和计算公式,以满足本课程教学的需要。由于学生还不具备足够的基础知识,学习这部分内容会觉得有些困难,因此,仅靠一、两次课是很难掌握的。学生一定要在教师的指导下,下功夫学习这部分知识,并且在以后每次实验的数据处理时反复运用,以达到逐步掌握的目的。

§ 1-1 测量与误差

一、测量

物理实验不仅要定性观察各种物理现象,更重要的是找出有关物理量之间的定量关系,为此就需要测量。测量的意义就是将待测的物理量与一个选作标准的同类量进行比较,得出它们之间的倍数关系。选作标准的同类量称之为单位。倍数值称之为测量数值。一个物理量的大小是客观存在的,选择不同的单位,相应的测量数值就有所不同。单位越大,测量数值越小,反之亦然。因此一个测量数据不同于一个数值,它是由数值和单位两部分组成的。一个数值有了单位,便具有一种特定的物理意义,这时,它方可称之为一个物理量。所以,测量值应包括数值和单位两个要素,两者缺一不可。

二、测量的分类

按获得测量值的方式,测量可分为直接测量、间接测量和组合测量。

1. 直接测量

用测量仪器或仪表直接读出测量值的测量称为直接测量,相应测得的物理量称为直接测量量。例如,用秒表测时间,用米尺测长度等。

2. 间接测量

有些物理量是没有仪器能直接测得的,只能采用间接的方法。凡需先由直接测量获得的直接测量量代入一定的函数关系式计算出其结果的测量称之为间接测量,相应测得的物理量称为间接测量量。例如,圆柱的体积是通过直接测量其直径 D 和高度 H 后代入公式 $V = \frac{1}{4}\pi D^2 H$ 算得的,则圆柱体积的测量属于间接测量。

3. 组合测量

在一系列不同的取值下,对几个量进行测量,然后再根据这一组合数据进行相关关系的分析,最后确定它们之间的相关公式及公式中各参数。

对组合测量进行数据处理的方法,常见的有描点作图法、逐差法和最小二乘法等几种。

三、等精度测量与不等精度测量

1. 测量条件

测量条件是指一切能影响测量结果,本质上又能控制的全部因素。测量条件有:进行测量的人员、测量方法、测量仪器、环境条件等等。

2. 等精度测量

如对某一物理量进行多次重复测量,而且每次的条件都相同(同一观察者,同一组仪器,同一种实验方法,同一实验环境等),测得一组数据 $(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$,尽管各次测得结果有所不同,我们没有任何充足的理由可以判断某次测量比另一次更精确,这样,只能认为每次测量的精确程度是相同的。于是将这种具有同样精确程度的测量称为等精度测量;这样的一组数据称为测量列。

3. 不等精度测量

在诸测量条件中,只要有一个发生了变化,这时所进行的测量,就成为不等精度测量。

严格地说,在实验中,保持测量条件完全相同的多次测量是极其困难的。但当某一条件的变化,对结果影响不大,仍可视这种测量为等精度测量。为了简化问题的讨论,本章只限于研究等精度测量的数据处理问题。

四、测量误差

在一定条件下,对一定的被测对象,标志其特性的某一物理量的大小都有一客观存在的真实值,称为“真值”。测量的目的是得到这个真值。但是,测量总是在一定条件下,通过一定的方法和仪器,并由实验者去完成的。由于仪器的准确度、实验方法、实验者的测量技术等各种因素的限制,通过有限的实验手段所得测量值与真值总有差别,这种差别就称为测量误差。

设被测量的真值为 A_0 ,测量值为 x ,测量误差为 ϵ ,则

$$\epsilon = x - A_0 \quad (1)$$

上式定义的测量误差 ϵ 反映了测量值偏离真值的大小和方向,称为绝对误差。

一个量的真值是一个理想化的概念,对实验中所测的物理量,其真值一般是不可知的。为了进行计算,常采用公认值,或用较高准确度仪器的测量值,或用多次测量结果的算术平均值(测量最佳值)等等,近似地代替真值,称为近似真值或约定真值。

把测量值 x 和约定真值 A 之差,称为偏差,用符号 Δx 表示:

$$\Delta x = x - A \quad (2)$$

绝对误差与真值之比,称为相对误差,用符号 E 表示:

$$E = \frac{\epsilon}{A_0}$$

由于 ϵ 和 Δx 相差不大,且 $\epsilon \ll A_0$ 故相对误差常用偏差 Δx 代替误差 ϵ ,约定真值 A 代替真值 A_0 ,则相对误差的计算式为

$$E = \frac{\Delta x}{A} \times 100\% \quad (3)$$

有时被测量值有公认值或理论值,则常用百分误差来表示。百分误差定义为

$$A = \frac{|\text{测量最佳值} - \text{公认值(或理论值)}|}{\text{公认值(或理论值)}} \quad (4)$$

误差存在于一切测量中,而且贯穿于测量过程的始终。不论是在实验设计、测量操作,还是在实验数据处理中,都存在着误差问题。在误差必然存在的情况下,设法将测量值的误差尽量减小,得到一个最近真值,并估算出最近真值偏离真值的程度。反之,根据误差的估算,又可以指导实验方案的设计、仪器的选择、参数的确定等,以便以最低的代价取得最佳的效果。

§ 1-2 误差分类

根据误差产生的原因和性质,可将误差分成系统误差和随机误差两大类。

一、系统误差

在相同测量条件下多次测量同一物理量时,误差的绝对值和符号保持恒定,或在测量条件改变时,按某一确定规律变化的误差称为系统误差。它的来源有以下几个方面:仪器本身的固有缺陷或没有按照规定条件使用仪器(例如仪器的刻度不准,电表的零点没有校准,等臂天平不等臂等等);测量所依据的理论公式本身的近似性或实验不能达到理论公式所规定的条件和要求(单摆周期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 的成立条件是摆角趋于零,而测量中又必须具有一定的摆角);测量所规定的环境发生变化(如测量时温度、压强等变化)和个人的习惯与偏向(如斜视,使读数总是偏大或偏小)等。

系统误差按掌握程度又可分为已定系统误差和未定系统误差。由于系统误差在测量条件不变时有确定的大小和方向,因此,在同一测量条件下多次测量求平均并不能减小或消除系统误差。对于已定系统误差必须找出其产生原因,并采取相应措施,减小、消除或修正误差;对于未定系统误差,由于情况比较复杂,不能简单地加以排除,一般用误差限的方法进行估算。

二、随机误差

在测量时,即使排除了产生系统误差的因素,在同样条件下,对一物理量进行多次重复测

量,各次测量值都会有些差异。它们分散在一定范围内,其误差值时正时负,绝对值时大时小,不规则地涨落,具有随机性,这类误差称为偶然误差,又称之为随机误差。

随机误差是由于测量过程中一些随机的或不确定的因素引起的。如人的感官灵敏度和仪器的稳定性有限;实验环境中的温度、湿度、电源电压等的起伏而引起变化;不规则的脉动和微小振动,以及杂散电磁场等都会影响精密测量。随机误差的出现是无规则的,不可避免的。但在同样条件下,对同一物理量进行大量多次测量,可以发现随机误差服从统计规律,其中最典型的一种是高斯正态分布规律。标准化的正态分布曲线如图0-1所示,图中 ϵ 表示测量值 x 的误差, $f(\epsilon)$ 为与误差出现概率有关的概率密度函数,误差出现在 $\epsilon-\epsilon+de$ 范围内的概率为 $f(\epsilon)de$ 。服从正态分布的误差具有下面一些特性:

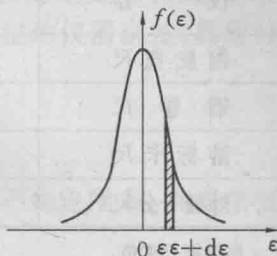


图0-1 正态分布曲线

(1) 单峰性: 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大。

(2) 对称性: 绝对值相等的正负误差出现的概率相同。

(3) 有界性: 绝对值很大的误差出现的概率近于零,即误差的绝对值不超过一定限度。

(4) 抵偿性: 随机误差的算术平均值随着测量次数的增加越来越趋于零。即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i = 0$$

虽然测量不可能是无限次的,但在相同测量条件下,增加测量次数可减小测量结果的随机误差。增加测量次数对提高算术平均值的可靠性是有利的,这就是我们往往对某些量进行多次重复测量的原因。但在实际工作中,并不是测量次数越多越好,因为增加测量次数必定要延长测量时间,这将给保持稳定的测量条件带来困难,同时也引起观察者的疲劳,又可能带来较大的观察误差。由误差理论可知,开始随机误差随着测量次数的增加,减小较快;但到一定次数后,减小很慢,多测已无意义。另外,增加测量次数只能对减小随机误差有利而与系统误差的减小无关。所以,在实际测量中次数不必过多。

三、系统误差和随机误差的关系

在任何一次测量中,测量误差既不会是单纯的系统误差,也不会是单一的随机误差,而是两者兼有之。

在实际测量中,有许多误差是无法准确判断其从属类型的。另外,随着测量技术水平的提高,或人们对测量环境条件中随机变动规律的认识和控制能力的提高,随机误差和系统误差,在一定条件下会相互转化。故严格划分系统误差和随机误差是不可能的,且没有必要。

四、仪器误差

测量是用仪器或量具进行的,而仪器或量具使用时也会带来测量误差。仪器误差是指在正确使用仪器的条件下,测量所得结果的最大误差限。

仪器误差也包含系统误差和随机误差两部分,究竟哪个因素为主,要具体分析。一般级别较高的仪表主要是随机误差,级别较低的或工业仪表则主要是系统误差。许多仪器或量具的误差产生原因及计算分析,已超出了本课程的范围。有兴趣者可参阅有关书籍。

物理实验中所遇到的多数仪器都由生产厂家或计量机构参照国家标准给出了精确度等级或允许误差范围,其仪器误差一般可直接查出或根据仪器级别、量程等算出。为了简化和实用,我们约定:在本课程中,仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$,一般取仪表、量具的示值误差限或基本误差限。下面对物理实验中常用的测长仪器、电表、天平的仪器误差作一简单介绍。

表 1 物理实验常用的测长仪器的 $\Delta_{\text{仪}}$ 值表

仪 器	量 程(mm)	分 度 值(mm)	$\Delta_{\text{仪}}$ (mm)
钢 皮 直 尺	0 ~ 300	1	0.5
钢 卷 尺	0 ~ 2×10^3	1	1
游 标 卡 尺	0 ~ 150	* 0.02/0.05/0.1	0.02/0.05/0.1
外径千分尺	0 ~ 25	0.01	0.004

* 指游标分度值。

物理实验常用的指针式电表, $\Delta_{\text{仪}}$ 由下式估算:

$$\Delta_{\text{仪}} = x_m \times a\%$$

(5)

式中 x_m 为量程, a 为准确度等级。我国指针式电表的准确度等级分为 0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5、5.0 等七级。

物理实验中称衡质量的主要工具是天平,天平的测量误差应当包括示值变动性误差、分度值误差和砝码误差等。天平按精度可分为十级,砝码的精度分为五等,一定精度级别的天平要配用等级相当的砝码。

在简单实验中,我们约定取天平分度值的一半作为天平的仪器误差。

§ 1-3 测量不确定度与实验结果的表示形式

一、测量不确定度(U)

测量必然存在误差,测量的真值不可知,因此也不能准确地给出绝对误差的大小。对随机误差我们只能用偏差给出一次测量值的误差落在某一区间的概率或测量列的平均值的误差落在某一区间的概率;而对系统误差,其全部的信息不可能掌握,所以如何评定测量结果是非常重要的。根据国际计量局(BIPM)关于表达不确定度的工作组的工作建议书 INC-1(1980)的精神,测量结果应采用不确定度来评定。

不确定度表征被测量的真值以一定的概率落在某一量值范围的不肯定程度的一个估算,称为测量不确定度。不确定度的大小,反映了测量结果的可信赖度。测量结果的不确定度,一般来源于测量装置、环境、测量方法、测量人员的技术水平和测量对象变化等。

测量中的误差是不同性质的分误差的总体表现,因此测量结果的不确定度一般应包含若干分量。但对不确定度进行数值评定时,按评定的方法可将不确定度分量归入两类。在将可修正的系统误差修正以后,余下的全部分误差划分为:用统计方法估算的 A 类分量 Δ_A (例如随机误差中的标准偏差)和用非统计的其他方法估算的 B 类分量 Δ_B (例如以估算方法评定的

仪器误差)。

两类分量通常用方和根合成方法得出不确定度

$$U = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \quad (6)$$

式中 U 为不确定度, Δ_A 为 A 类分量, Δ_B 为 B 类分量。

对测量结果不确定度的两类分量, 每类分量一般又含几个分量, 因此对不确定度的表述应列出全部分量, 并注明得出每一个分量数值时所用的方法。本课程规定 Δ_A 只考虑由统计方法估算评定的随机误差中的标准偏差, Δ_B 只考虑由估算方法评定的仪器误差, 其他分量不予考虑。

二、测量结果的表示形式

测量结果的最终表示形式中, 应含有测量不确定度 U_N ; 和相对不确定度 E_N 和置信概率 p , 表示形式为

$$N = \bar{N} \pm U_N (p = 0.68), \quad E_N = \frac{U_N}{\bar{N}} \times 100\%;$$

$$N = \bar{N} \pm U_N (p = 0.95), \quad E_N = \frac{U_N}{\bar{N}} \times 100\%;$$

$$N = \bar{N} \pm U_N (p = 0.99), \quad E_N = \frac{U_N}{\bar{N}} \times 100\%。$$

其中置信概率 $p=0.95$, 是广泛采用的约定概率, 如测量结果选用约定概率表示, 则在结果表示形式中不必注明 p 值。本课程规定采用 $p=0.95$ 的约定概率表示测量结果:

$$\begin{cases} N = (\bar{N} \pm U_N) \text{ 单位} \\ E_N = \frac{U_N}{\bar{N}} \times 100\% \end{cases} \quad (7)$$

上式表示被测量的真值落在 $(\bar{N} - U_N, \bar{N} + U_N)$ 的范围之内的可能性约为 95%。

上式中的 $\bar{N}$ 可以是多次直接测量的平均值, 也可以是一次直接测量值, 还可以是间接测量值。

§ 1-4 直接测量结果的表示

一、多次直接测量(指一组等精度测量)

测得测量列为: $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, 测量用仪器的仪器误差为 $\Delta_{x \text{ 仪}}$ 。

1. 测量值的最佳值——算术平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (8)$$

其测量不确定度在下面估算。

2. 由测量值的分散性所对应的不确定度分量—— A 类分量(Δ_A)

因等精度多次重复测量所得到的测量值并不相同, 其对应的不确定度, 可用测量列的单次

测量的标准偏差 S_x 或平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 估算,由误差理论可推得 S_x 和 $S_{\bar{x}}$ 的计算公式为

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{9}$$

此式称为贝塞尔公式。

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{10}$$

由于 n 是有限次测量,表示测量值分散所对应的不确定度 Δ_A ,它应等于平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 乘以因子 $t(p,k)$,即

$$\Delta_A = S_{\bar{x}} \cdot t(p,k) = \frac{t(p,k)}{\sqrt{n}} S_x \tag{11}$$

式中 $t(p,k)$ 表示置信概率为 p ,测量次数为 n (或自由度为 $k=n-1$)的值,其值可以从“ t ”分布的数值表中查得。

表 2 测量次数 $n=2\sim 11$ 时,取 $t(p,n-1)=\sqrt{n}$,即 A 类分量 $\Delta_A \cong S_{\bar{x}}$ 时,相应的置信概率 p 的数值表:

测量次数 n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\sqrt{n}$	1.41	1.73	2.00	2.24	2.45	2.65	2.83	3.00	3.16	3.32
置信概率 p	0.610	0.775	0.861	0.911	0.942	0.962	0.974	0.983	0.988	0.992

由表 2 可知:

当 $5 < n \leq 10$ 时,取 A 类分量 $\Delta_A = S_{\bar{x}}$,可使被测量量的真值落在 $(\bar{x} - S_{\bar{x}}, \bar{x} + S_{\bar{x}})$ 范围内的概率接近或大于 0.95。所以在大学物理实验中,当测量次数在 $5 < n \leq 10$ 时(这是实验中常用的测量次数),可以直接地把 $S_{\bar{x}}$ 值近似地当作测量结果的不确定度 A 类分量 Δ_A ,其置信概率 p 接近或大于 0.95。

$$\Delta_A \cong S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{12}$$

当测量次数 $n \leq 5$ 时,如置信概率仍要求 $p=0.95$,此时的 A 类分量为

$$\Delta_A = t(0.95, n-1) \cdot S_x \tag{13}$$

其中 $n \leq 5$ 的 t 值由表 3 所示。

表 3 $n \leq 5$ 置信概率、 $p=0.95$ 时的 $t(0.95, n-1)$ 值表

n	2	3	4	5
$t(0.95, n-1)$	8.984	2.484	1.592	1.242

3. 仪器误差限所对应的不确定度 B 类分量(Δ_B)

由生产厂家按国家标准给出的仪器基本误差或仪器示值误差,作为仪器误差限,置信概率一般都在 $p \geq 0.95$ 。故在大学物理实验中,把仪器误差限 $\Delta_{\text{仪}}$ 简化地等于不确定度的 B 类分量 Δ_B ,其置信概率 p 等于或大于 0.95。

$$\Delta_B = \Delta_{\text{仪}} \quad (14)$$

4. 不确定度 U_x 的估算

由估算得到 Δ_A 和 Δ_B 分量后,用方和根的合成方法得到不确定度 U_x 为

$$U_x = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \quad (15)$$

5. 直接测量的结果表示为

$$\begin{cases} x = (\bar{x} \pm U_x) \text{ 单位} \\ E_x = \frac{U_x}{\bar{x}} \times 100\% \end{cases} \quad (16)$$

式中, E_x 为 x 的相对不确定度。

可以证明,上述结果表示测量量真值落在 $(\bar{x} - U_x, \bar{x} + U_x)$ 范围内的置信概率 $p \geq 0.95$ 。

二、只测一次或只需测一次的直接测量

若被测量的不确定度对实验结果的影响很小,实验时只需进行一次测量,这时 S_x 不能用统计方法估算, U_x 可简单地用仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表示。多次测量时有时会出现几次数据完全相同的情况,这并不说明不存在随机误差,只说明所用仪器的精确度较低而不足以反映微小差异,这时取 $U_x = \Delta_{\text{仪}}$ 是合理的。在动态测量或因条件限制等,不容许进行多次测量,这时只能进行一次测量,对于这种情况应根据经验和实践情况估算一个合理的误差限,但对于初学者来说,也可简单地取 $U_x = \Delta_{\text{仪}}$ 。总之,不管任何原因,如果只进行了一次测量,我们约定测量的不确定度 U_x 就简单地取为仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 。

则一次测量结果表示式为

$$\begin{cases} x = (x_{\text{测}} \pm \Delta_{\text{仪}}) \text{ 单位}, \\ E_x = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{x_{\text{测}}} \times 100\%。 \end{cases} \quad (17)$$

§ 1-5 间接测量结果的表示

一、间接测量的最佳估计值

设: 间接测量量 N 与直接测量量 $x, y, z, \dots$ 之间的函数关系为

$$N = f(x, y, z, \dots)。$$

若对直接测量量进行多次(或一次)测量,则可证明

$$\bar{N} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots) \quad (18)$$

为间接测量量的最佳值。

二、间接测量的不确定度 U_N 估算

最简单情况下,各直接测量量是互相独立的变量,各直接测量量的不确定度 $U_x, U_y, U_z, \dots$ (或 $E_x, E_y, E_z, \dots$) 为已知时,由误差理论可以证明,间接测量量的不确定 U_N (或 E_N) 的传递公式为

$$U_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 U_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 U_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 U_z^2 + \dots} \tag{19}$$

或

$$E_N = \frac{U_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 U_x^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 U_y^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 U_z^2 + \dots}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 E_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 E_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 E_z^2 + \dots}$$

式中, $E_x, E_y, E_z \dots$ 分别是直接测量量 $x, y, z \dots$ 的相对不确定度。

三、间接测量结果的表示式

$$\begin{cases} N = (\bar{N} \pm U_N) \text{ 单位} \\ E_N = \frac{U_N}{\bar{N}} \times 100\% \end{cases} \tag{21}$$

常用函数的不确定度传递公式,如表 4 所示。

表 4 常用函数不确定度传递公式

测量关系式	不确定度传递公式	测量关系式	不确定度传递公式
$N = kx + my - nz$	$U_N = \sqrt{k^2 U_x^2 + m^2 U_y^2 + n^2 U_z^2}$	$N = \ln x$	$U_N = \frac{U_x}{x}$
$N = A \frac{x^k y^m}{z^n}$	$E_N = \sqrt{k^2 E_x^2 + m^2 E_y^2 + n^2 E_z^2}$	$N = \lg x$	$U_N = \frac{U_x}{x \cdot \ln 10}$
$N = \sin x$	$U_N = \cos x U_x$		

§ 1-6 有效数字及其运算

由于测量不可避免地存在误差,我们用不确定度来评价测量结果,因而测量值应有一定位数,这样就把测量值与不确定度联系起来,导致了有效数字的问题。

一、有效数字

下面通过例子来说明有效数字的概念。用最小分度为 1 mm 的米尺测量某物长度,如图 0-2 所示。由甲、乙、丙三人读数得:

甲: $l = 182 \text{ mm}$